



Jefferson Peña Aldazabal

El Modelo *IS-LM* para una
economía cerrada



www.rjeffersonp.blogspot.com
Primera edición
2010

El Modelo *IS-LM* para una economía cerrada

(Notas de clase)

Ronald Jefferson Peña Aldazabal

www.rjeffersonp.blogspot.com

Facultad de Ciencias Económicas
Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Primera edición
2010

ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUCCIÓN.....	05
2. EL MERCADO DE BIENES Y LA CURVA IS (Inversión-Ahorro)	
2.1. La demanda agregada y la producción.....	06
2.1.1. El consumo.....	07
2.1.2. La inversión.....	08
2.1.3. El gasto de gobierno.....	09
2.2. El equilibrio en el mercado de bienes.....	09
2.3. La curva IS	12
2.3.1. Primera alternativa.....	12
2.3.2. Segunda alternativa.....	15
2.4. Desplazamiento y movimiento de la curva IS	17
2.4.1. Desplazamiento de la curva IS	17
2.4.2. Movimiento de la pendiente IS	23
2.4.3. Desplazamiento y movimiento de la IS	26
3. EL MERCADO FINANCIERO Y LA CURVA LM (Demanda y oferta de dinero)	
3.1. La teoría de las preferencias por la liquidez.....	30
3.1.1. La demanda de dinero.....	30
3.1.2. La oferta de dinero.....	33
3.2. El equilibrio del mercado financiero.....	34
3.3. La curva LM	35
3.3.1. Primera alternativa.....	37
3.3.2. Segunda alternativa.....	37
3.4. Desplazamiento y movimiento de la curva LM	40
3.4.1. Desplazamiento de la curva LM	40
3.4.2. Movimiento de la pendiente LM	43
3.4.3. Desplazamiento y movimiento de la LM	46
4. LA INTERACCIÓN DE LA CURVA $IS-LM$	
4.1. El equilibrio general.....	50
4.2. La política fiscal.....	52
4.3. La política monetaria.....	58
4.4. Forma matricial de análisis de la interacción $IS - LM$	65
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	68

INTRODUCCIÓN

Página | 5

El Modelo *IS – LM* —denominado también Hicks-Hansen— se inicia con los trabajos de John Hicks⁽¹⁾ y Alvin Hansen sobre el análisis de las propuestas de John Maynard Keynes en su publicación de 1936: *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Al resultado del análisis, interrelación del mercado de bienes y servicios y el mercado financiero, se le denominó Modelo *IS – LM*. Cabe mencionar que no es un modelo keynesiano puro, dado que también recoge algunas de las propuestas neoclásicas por lo que se le puede llamar síntesis neoclásica keynesiana.

Este modelo recoge los sucesos de una ECONOMÍA A CORTO PLAZO en relación a la interacción de ambos mercados. En realidad, siguiendo la tradición keynesiana, decimos a corto plazo; dado, que consideramos precios y salarios rígidos a diferencia de los clásicos, que suponían los precios y salarios flexibles que equilibraban el mercado de forma automática volviendo a la economía a su nivel de pleno empleo. Dado una economía con rigidez en los precios, las empresas pueden producir las cantidades que deseen de un producto sin que varíen los precios (precio constante). Esto también nos permite analizar el papel que cumple la demanda agregada en la determinación de la producción. El mercado de bienes determina el nivel de renta, mientras que, el mercado monetario determina el tipo de interés.

Se considera una ECONOMÍA CERRADA, por lo tanto, queda al margen del estudio tanto las exportaciones como las importaciones, además del financiamiento externo, prestamos al exterior, etc.

El estudiante debe tener previamente conocimiento sobre el mercado de bienes y el mercado financiero, sobre todo del mercado de bonos, dado que aquí sólo se hará referencia mínima de éste. En este trabajo sólo se estudiará los procesos de formación de la *IS – LM* y cómo interactúan ambas representaciones del equilibrio.

Agradecimientos:

Quiero ofrecer mi agradecimiento, por el apoyo y asistencia brindada y que hicieron posible este documento:

- Econ. Juan Manuel Cisneros (Profesor de Economía – Universidad Nacional Mayor de San Marcos).

¹ J. R. HICKS, “Keynes and the Classics; A Suggested Interpretation”, *Econometrica* (Abril de 1937):147- 159.

EL MERCADO DE BIENES Y LA CURVA *IS* (INVERSIÓN – AHORRO)

2.1. LA DEMANDA AGREGADA Y EL NIVEL DE PRODUCCIÓN

Supuesto (1)

Precios constantes: $P = \bar{P}$.

Este supuesto se basa en un análisis de corto plazo. Ello nos permite analizar a la producción en función de la demanda agregada. Además, la tasa de interés nominal (i) será igual a la tasa de interés real (r).

Veamos, como el precio es constante, entonces el precio del presente (P_t) es igual al precio del futuro (P_{t+1}) y, por consiguiente, su diferencia será igual a cero. De esta manera la inflación para el periodo presente o futuro será igual a cero:

$$\pi_{t+1} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} = 0 ; \text{ dado } P_{t+1} = P_t.$$

Donde (π_{t+1}) es la inflación futura.

Ya que la inflación futura es igual a cero ($\pi_{t+1} = 0$), entonces tasa de interés real del presente (r_t) es igual a la tasa de interés nominal del presente (i_t):

$$r_t = \frac{i_t - \pi_{t+1}}{1 + \pi_{t+1}}$$

$$r_t = i_t.$$

Se utilizará esta igualdad para analizar el mercado de bienes en términos reales, manipulando una tasa de interés nominal, sabiendo que es igual a la tasa de interés real.

Supuesto (2)

Economía cerrada.

Por lo tanto, la demanda total de bienes y servicios o demanda agregada (DA) será la suma del consumo privado (C), la inversión (I), y el gasto de gobierno o consumo público (G); quedando fuera de la ecuación las exportaciones e importaciones. Esta ecuación es una identidad y queda expresado de la siguiente manera:

$$DA \equiv C + I + G \quad (1)$$

La ecuación de la demanda agregada⁽¹⁾ es también el gasto planeado; es decir, es la cantidad que les gustaría gastar a las familias, las empresas y el Estado en bienes y servicios.

A continuación examinaremos cada uno de los componentes de la demanda agregada, para ello introduciremos una serie de hipótesis. Estos componentes están expresados en términos reales.

Página | 7

2.1.1. El Consumo

El consumo privado (C) está en función del ingreso disponible (YD):

$$C = C(YD).$$

Entonces ésta sería nuestra primera hipótesis. Asimismo, el ingreso disponible es igual a la diferencia entre el nivel de ingreso o nivel de producción real (Y) y los impuestos (T) más las transferencias del gobierno hacia las familias (TR):

$$YD = Y - T + TR$$

A la vez, el total de los impuestos es igual a los impuestos autónomos (\bar{T}) más la tasa de impuestos (t) aplicado al nivel de producción o renta: $T = \bar{T} + tY$ (**supuesto auxiliar**: la función del impuesto es lineal). Si reemplazamos esta ecuación en la ecuación del ingreso disponible, obtendríamos:

$$YD = Y - \bar{T} - tY + TR.$$

Para simplificar el análisis no se incluirá las transferencias ni el impuesto autónomo (**supuesto auxiliar**), quedando la ecuación del ingreso disponible en relación con el ingreso y la tasa de impuestos al nivel de producción:

$$YD = Y - tY.$$

Reemplazando en la función de consumo privado inicial, nos quedaría de la siguiente manera:

$$C = C(Y - tY)^{(2)}. \quad (2)$$

² El consumo autónomo (\bar{C}) también se encuentra en esta función, para visualizar es suficiente con expresarlo en una ecuación lineal $C = \bar{C} + cYD$. El consumo autónomo recoge las otras variables exógenas que influyen en el consumo, por ejemplo, la riqueza financiera o la renta futura esperada.

El consumo depende del ingreso disponible de manera positiva, como indica el signo positivo debajo de ella. Por ejemplo, un aumento del ingreso disponible, conllevará a un incremento en el consumo.

2.1.2. La Inversión

Página | 8

La inversión (I) depende básicamente de tres factores: el nivel de ventas (V), la tasa de interés (i) y la inversión autónoma (\bar{I}). La función inicial de inversión tendrá la forma siguiente:

$$I = I(V, \bar{I}, i).$$

Supuesto (3)

No existen bancos comerciales ni préstamos bancarios al cual puedan acudir las empresas.

Las empresas sólo se financian a través de bonos y emiten un sólo tipo de bono a una tasa de interés del mercado (i)⁽³⁾.

Cuando la tasa de interés de los bonos se eleve, las empresas emitirán menos bonos y, por consiguiente, su inversión será menor.

Supuesto (4)

La inversión en existencias es igual a cero.

Es decir, todo lo que las empresas producen se vende. Podemos postular que, dado que no hay existencias, la producción de las empresas representa sus ventas. Por lo tanto, la función de inversión sería de la siguiente manera:

$$I = I(Y, \bar{I}, i)^{(4)} \quad (3)$$

Esta función nos indica que a medida que las ventas de las empresas se incrementan y por consiguiente su nivel de producción (Y), los empresarios más querrán invertir en ellas, habiendo una relación positiva. Pero también, a medida que se incrementa la tasa de interés del mercado (i), los empresarios invertirán menos en sus empresas, ya que es más costoso el préstamo por el que los empresarios deben pagar, por lo tanto, hay una relación negativa entre tasa de interés e inversión (Recuerde el efecto del *supuesto (3)*). Finalmente, la inversión autónoma (\bar{I}) es aquella parte de la inversión que no depende de la tasa de interés y que recoge las expectativas de los empresarios sobre el futuro de la economía como los cambios posibles en los costos de producción que

³ Trabajaremos con este supuesto para que nos permita relacionar, a un mismo tipo de interés, las curvas *IS - LM* más adelante.

⁴ Para no alejarse mucho de las ideas keynesianas, usted puede utilizar una función de inversión $I = I(\bar{I}, i)$. Esta función también se puede usar a través de una ecuación lineal simple: $I = \bar{I} - bi$ donde (b) es la sensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés.

finalmente influenciará en la decisión del empresario en invertir. Un aumento de la inversión autónoma generará un incremento en la inversión, por lo tanto, hay una relación positiva entre ambas.

Supuesto (5)

La tasa de interés no afecta al consumo para nuestro análisis, afectando solamente a la inversión.

2.1.3. Gasto del gobierno

El gasto de gobierno o consumo público (G) sólo está determinado por la política gubernamental, es decir, es una cantidad dada:

$$G = \bar{G}. \quad (4)$$

2.2. EL EQUILIBRIO DEL MERCADO DE BIENES

El mercado de bienes y servicios se halla en equilibrio cuando la inversión deseada (I) es igual al ahorro nacional deseado (S) que viene a ser lo mismo que la igualdad entre la oferta agregada o nivel de renta (Y) y la demanda agregada (DA). Ambos son condiciones de equilibrio. Cuando $Y = DA$ también $I = S$. A continuación veamos el porqué.

Una vez introducidos las hipótesis en la identidad de demanda agregada, ésta deja de ser una identidad convirtiéndose en una igualdad. Entonces, reemplazando las funciones (2), (3) y (4) en la Ecuación (1), obtenemos:

$$DA = C(Y - tY) + I(Y, \bar{I}, i) + \bar{G}. \quad (5)$$

Para hallar el equilibrio en el mercado de bienes necesitamos una condición de equilibrio. Esa ecuación nos permitirá resolver el modelo y explicar el comportamiento de las variables endógenas. Para ello, del *supuesto (4)* se puede postular que la demanda agregada debe ser igual al nivel de producción, dado que la producción es destinada a la demanda agregada en su totalidad no habiendo existencias, por lo que respalda la condición de equilibrio requerido y que se expresa de la siguiente manera:

$$Y = DA.$$

Además, esta igualdad indica que el gasto planeado es igual al gasto efectivo o nivel de producción (PBI) que equilibra el mercado de bienes y servicios.

Reemplazando la Ecuación (5) en la ecuación condición de equilibrio obtenemos el *modelo de renta-gasto*: equilibrio en el mercado de bienes y servicios.

$$Y = C(Y - tY) + I(Y, \bar{I}, i) + \bar{G}. \quad (6)$$

Ahora la pregunta es ¿cómo se establece que la inversión también es igual al ahorro cuando el mercado de bienes está en equilibrio? Veamos, suponiendo que el ingreso disponible (YD) sólo se destina al consumo privado (C) o al ahorro privado (S):

$$C + S \equiv YD$$

$$C + S \equiv (Y - T).$$

Página | 10

Despejando el ahorro privado tenemos

$$S \equiv Y - C - T.$$

Ahora, si asumimos que el mercado de bienes y servicios se encuentra en equilibrio, $Y = C + I + G$, despejando la inversión nos queda:

$$Y - C - \bar{G} = I.$$

Suponiendo que el gobierno no incurre en déficit fiscal (*supuesto auxiliar*) por lo que todo sus gastos serán iguales a los impuestos que recauda ($\bar{G} = T$), y ésta igualdad reemplazamos en la ecuación anterior, entonces nos queda

$$\underbrace{Y - C - T}_S = I.$$

Por lo tanto, la otra condición de equilibrio es:

$$S = I.$$

Finalmente, queda claro que cuando el mercado de bienes y servicios está en equilibrio, la inversión y el ahorro también estarán en equilibrio ⁽⁵⁾.

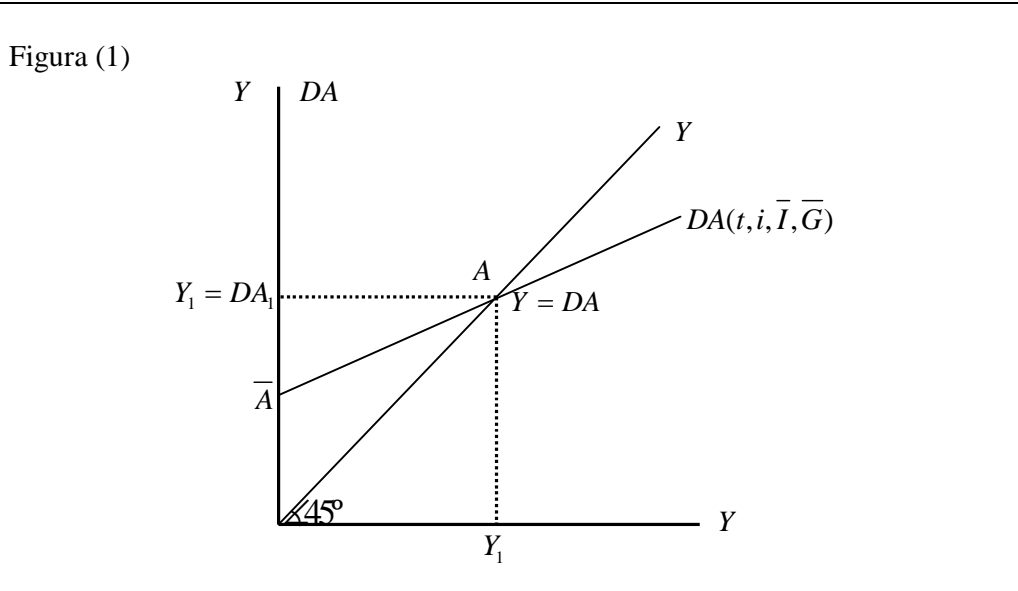
Las ecuaciones (5) y (6) se representan en la Figura (1). En esta figura queda representado el equilibrio del mercado de bienes y servicios donde la demanda agregada se iguala al nivel de producción (Condición de equilibrio $Y = DA$) en el punto (A).

Además los cambios en $(t), (i), (\bar{I})$ y en (\bar{G}) van a generar desplazamientos en la curva de demanda agregada como indica la gráfica.

⁵ Este es una suposición neoclásica. Para esta Escuela la tasa de interés equilibraría la inversión y el ahorro (es la otra versión de condición de equilibrio que se requiere para desarrollar el modelo) debido a que los precios y salarios son flexibles lo cual garantiza dicho equilibrio.

Para Keynes el ahorro no necesariamente es igual a la inversión, ya que son decisiones separadas. Ahorrar es incurrir en un gasto menor, es no consumir; la inversión es una decisión del empresario que dependerá de sus expectativas futuras de la economía. Keynes supone que parte del ahorro no se destina a la inversión, sino que se conserva por el motivo especulación. Por último, si el consumo disminuye (aumento del ahorro), los empresarios no querrían producir más de un producto sabiendo que se está consumiendo menos y, por lo tanto, no querrían invertir más sino menos. Es así que aumentos del ahorro conducirían a menores inversiones.

Adicionalmente, si derivamos la pendiente de la demanda agregada encontraremos que cambios en (t) , (C_{YD}) y en (I_Y) generarán movimientos en su pendiente⁽⁶⁾.



Según Keynes la demanda agregada explica el aumento o disminución del nivel de producción, ya que éste último busca igualarse a la demanda agregada llevando al equilibrio al mercado de bienes. Para que fuera posible, los precios tienen que ser constantes. Recuerde el *supuesto* (2).

Para hallar el nivel de producción de equilibrio del mercado de bienes, diferenciamos totalmente la ecuación (6), determinando las variables exógenas:

$$dY = C_{YD}dY - tC_{YD}dY - YC_{YD}dt + I_i di + d\bar{I} + I_Y dY + d\bar{G}. \quad (7)$$

Despejando el diferencial del nivel de producción tenemos:

$$dY = \left[\frac{1}{1 - C_{YD}(1 - t) - I_Y} \right] (-YC_{YD}dt + I_i di + d\bar{I} + d\bar{G}). \quad (8)$$

⁶ Considerando la ecuación $DA = C(Y - tY) + I(Y, \bar{I}, i) + \bar{G}$ correspondiente a la curva \bar{A}, DA ; la $\frac{dDA}{dY} \Big|_{DA} = [(1-t)C_{YD} + I_Y]$. Esta curva sólo puede sufrir desplazamientos hacia arriba o hacia abajo. (\bar{A}) representa a los componentes autónomos y nos indica que la $(DA > 0)$ aún cuando $(Y = 0)$.

La Ecuación (8) representa el **nivel de producción de equilibrio** ⁽⁷⁾ para el mercado de bienes y servicios. Además $\left[\frac{1}{1 - C_{YD}(1 - t) - I_Y} \right]$ es el multiplicador del gasto autónomo que indica la contribución al nivel de renta real por cada unidad monetaria gastada.

2.3. LA CURVA *IS*

La curva *IS* es el conjunto de puntos que representan situaciones de equilibrio en el que se encuentra el mercado de bienes. Entonces, la función *IS* es la relación inversa entre la tasa de interés y el nivel de producción, dicha relación debe asegurar que el total de la inversión más los gastos del gobierno sean igual al total del ahorro más los impuestos. Además, esta relación entre la tasa de interés y el nivel de producción sólo dará cuando el mercado de bienes esté en equilibrio (producción igual a la demanda agregada).

La curva *IS* es un equilibrio de flujo, dado que la renta o nivel de producción es una variable de flujo ⁽⁸⁾ al igual que la inversión y el gasto.

2.3.1. Primera alternativa

Para hallar la curva *IS* buscaremos la relación que existen entre la tasa de interés y el nivel de producción en un mercado de bienes en equilibrio.

En la Figura (2), en el plano (a), un aumento de la tasa de interés de (i_1) a (i_2) afectó de manera negativa a la inversión, a su vez, la caída de la inversión disminuyó la demanda agregada desplazándose del punto (1) hasta el punto (2). Por lo tanto, el nivel de producción cayó desde (Y_1) hasta (Y_2). En el plano (b), el aumento de la tasa de interés de (i_1) a (i_2) generó una disminución del nivel de producción formándose el punto (2). Tanto el punto (1) como el punto (2) representan situaciones de equilibrio en el mercado de bienes y servicios ($Y = DA$). La unión de ambos puntos genera la curva *IS*. Los puntos ubicados fuera de la curva *IS* representan situaciones de desequilibrio del mercado de bienes y servicios.

En la teoría Keynesiana, la tasa de interés es la variable clave dado que tiene efectos sobre el nivel de producción a través de la inversión y por ello sobre el nivel de empleo y, a través del mercado de bonos, sobre la demanda de dinero.

⁷ Una forma alternativa de obtener el nivel de producción de equilibrio (Y) es linealizando la condición de equilibrio del mercado de bienes (Ecuación (6)), $Y = \bar{C} + cY - ctY + \bar{I} + \theta Y - \phi i + \bar{G}$, para luego despejar (Y):

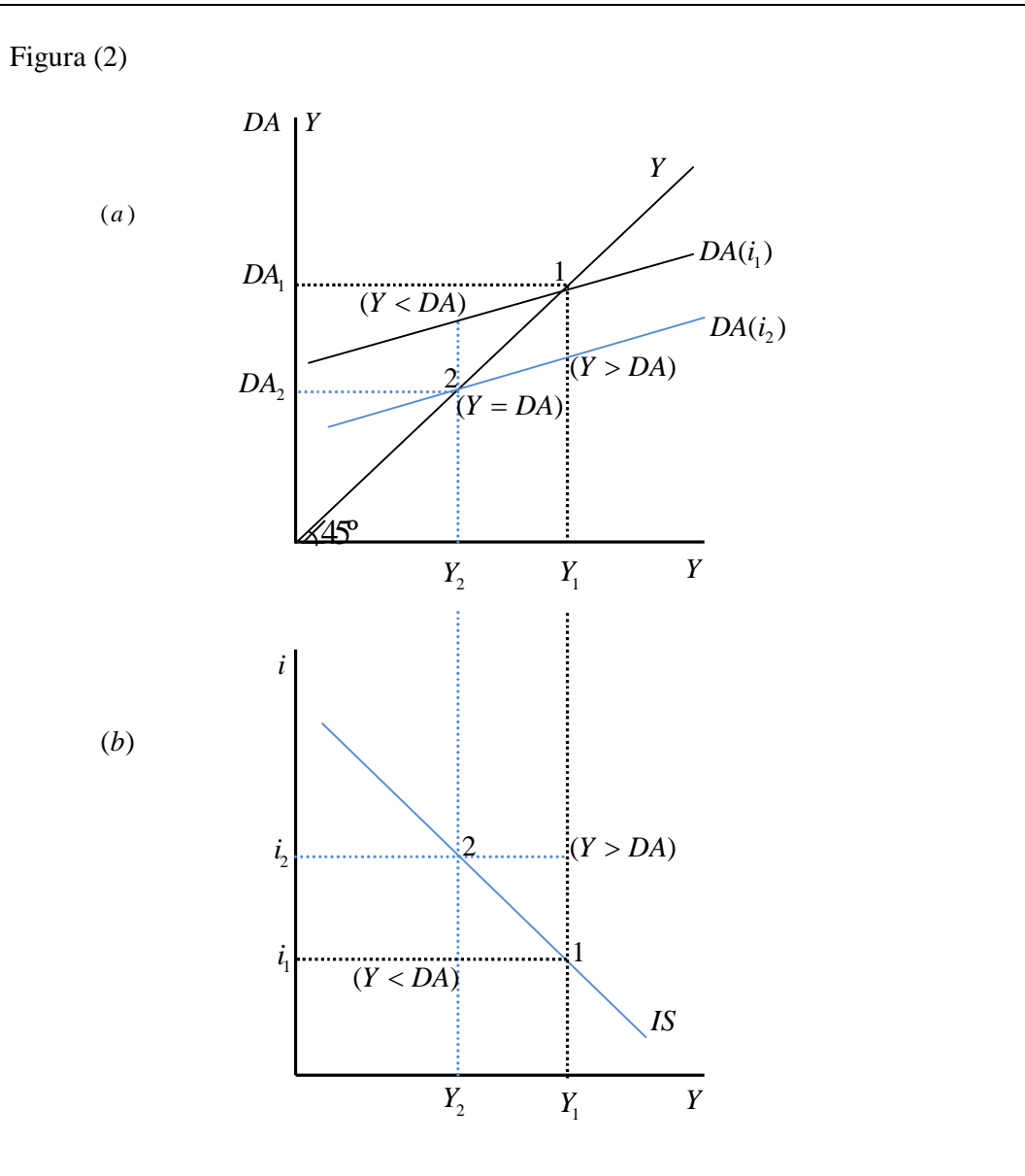
$$Y = \left(\frac{1}{1 - c(1 - t) - \theta} \right) [\bar{C} + \bar{I} + \bar{G} - \phi i].$$

⁸ Las *variables de flujo* son aquellas variables que se pueden medir con una tasa por unidad de tiempo. Estas pueden ser anual, semestral, etc.

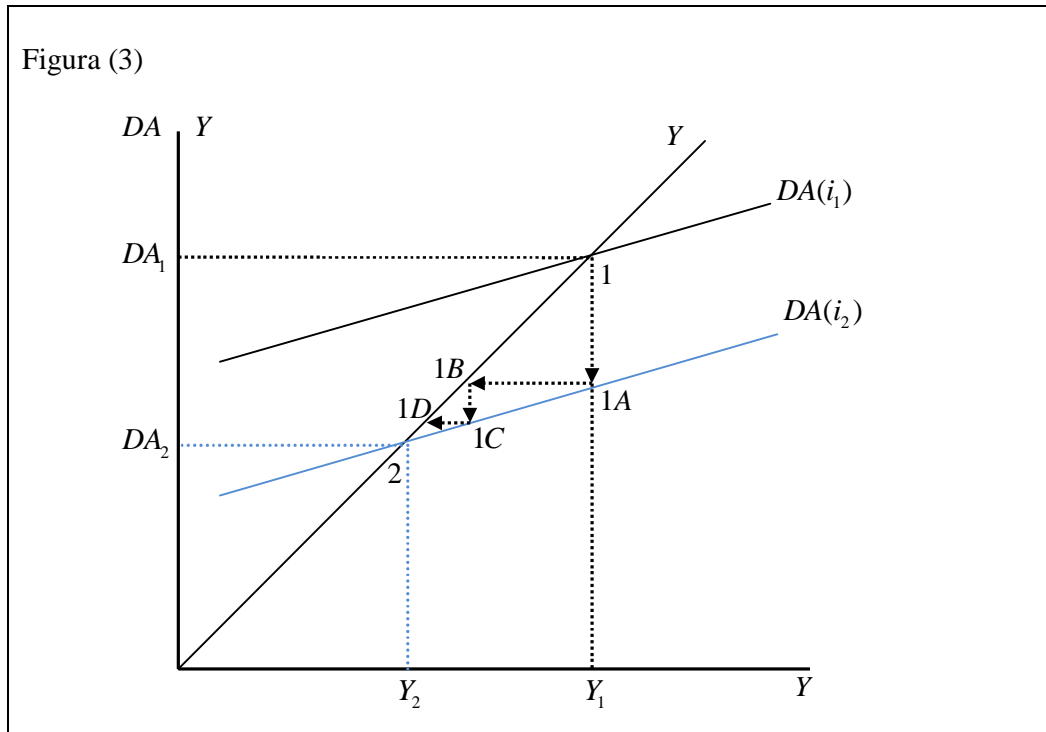
Las *variables de stock* son aquellas variables que sólo se pueden medir en un momento determinado del tiempo. Estas pueden ser en un año específico, en un mes específico, etc.

El proceso de transición de Y_1 a Y_2

La transición no se da de manera espontánea. Analicemos más detalladamente el plano (a) de la Figura (2). Para ello volvemos a reproducirlo en la Figura (3).



En la Figura (3), la caída de la demanda agregada del punto (1) hasta el punto (1A) ha generado una disminución del nivel de producción de (Y_1) a (Y_2). Note que dicho movimiento es mayor a la caída de la demanda agregada inicial. Este suceso es causado por el **efecto multiplicador de la demanda agregada**.



Supuesto (6)

La sensibilidad de la inversión con respecto al nivel de producción (I_Y) es lo suficientemente baja tal que $0 < I_Y < 1 - C_{YD}(1-t)$.

En la primera ronda, la disminución de la demanda agregada ($1 - 1A$) ha generado un proceso de ajuste de la producción ($1A - 1B$). En la segunda ronda, este proceso de ajuste del nivel de producción redujo el consumo, y en menor medida la inversión (*supuesto (6)*), en consecuencia, la nueva demanda agregada se redujo nuevamente de ($1B - 1C$). Esta caída generó un nuevo proceso de ajuste del nivel de producción de ($1C - 1D$), pero en menor cuantía que la primera ronda. Este proceso continuará hasta llegar al punto (2) donde se tendrá una nueva situación de equilibrio⁽⁹⁾.

$$\uparrow i \rightarrow \downarrow I \rightarrow \downarrow DA \rightarrow \downarrow Y \rightarrow \downarrow YD \rightarrow \downarrow C \rightarrow \downarrow DA \rightarrow \downarrow Y \rightarrow \downarrow YD \rightarrow \downarrow C \rightarrow \dots$$

En la realidad, este ajuste de sucesivas rondas tarda, dado que las empresas no siempre reaccionan de manera inmediata en la variación del nivel de producción ante un aumento o disminución de la demanda. Puede haber empresas que tienen stock de existencias lo cual les permite, por ejemplo, cubrir el aumento de la demanda.

En nuestro caso estamos suponiendo que todo lo que las empresas producen se vende (*supuesto (4)*), entonces, un aumento de la demanda generará una reacción inmediata de las empresas, por consiguiente, el ajuste será de inmediato.

⁹ De manera similar, usted, puede analizar el multiplicador del gasto, de la inversión y del impuesto.

Para poder hallar la pendiente de la IS sólo tenemos que manipular la Ecuación (7) despejando el (di) con respecto al (dY) manteniendo constante el resto de variables:

$$\left. \frac{di}{dY} \right|_{IS} = \frac{1 - C_{yd}(1-t) - I_y}{I_i} < 0$$

Donde

I_y es la sensibilidad de la inversión con respecto al nivel de producción.

$0 < I_y < 1 - C_{yd}(1-t)$, relación positiva.

I_i es la sensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés. $0 < I_i < 1$, relación negativa.

C_{yd} es la propensión marginal a consumir. $0 < C_{yd} < 1$, relación positiva.

Asumiendo el *supuesto* (6), una sensibilidad de la inversión con respecto al nivel de producción muy baja, el numerador sería positivo y el denominador negativo; por lo tanto, la pendiente de la $IS^{(10)}$ sería negativa (< 0).

2.3.2. Segunda alternativa

Otra de las formas de hallar la curva IS es partiendo del equilibrio de la inversión y el ahorro ⁽¹¹⁾ (condición de equilibrio $S = I$) a una tasa de interés real.

Vamos a suponer que el ahorro depende del ingreso disponible y la tasa de interés real (*supuesto auxiliar*):

$$S = S(YD, r).$$

Esta función puede ser graficada en el plano tasa de interés real –ahorro (inversión) donde tiene una pendiente positiva. Los ahorristas querrán ahorrar más si se les paga por ello una tasa de interés más elevada. Además, considerando la ecuación del ingreso disponible ($YD = Y - tY$) y reemplazando en la función de ahorro inicial, tenemos:

$$S = S(Y - tY, r). \quad (9)$$

En la Función (9) podemos ver que la relación entre el nivel de producción y el ahorro es de carácter positivo. Un aumento del nivel de producción incrementará el ingreso disponible y finalmente el ahorro.

¹⁰ Una forma alternativa de hallar esta misma pendiente es diferenciando la ecuación linealizada en el *pie de página* (5): $\left. \frac{di}{dY} \right|_{IS} = \frac{-[1 - (1-t)c - \theta]}{\phi} < 0$, donde ϕ y θ son parámetros positivos.

¹¹ Esta segunda alternativa se puede considerar clásico ya que se procede directamente del equilibrio inversión-ahorro determinantes de la tasa de interés.

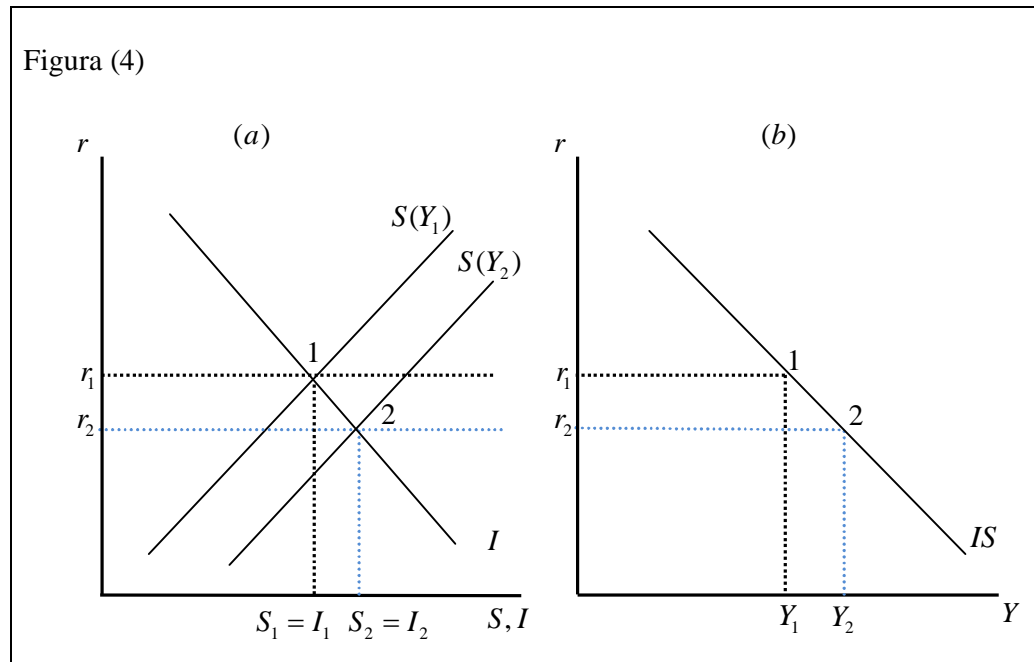
Para Keynes la tasa de interés se determina en el mercado de dinero como veremos más adelante.

Ahora, vamos a suponer que la inversión sólo depende de la tasa de interés real (*supuesto auxiliar*):

$$I = I(r). \quad (10)$$

Las funciones (9) y (10) pueden ser graficadas en el plano tasa de interés real-Ahorro (inversión), donde la curva *IS* representará el equilibrio entre el ahorro y la inversión ($S = I$).

Página | 16



En la Figura (4), en el plano (b), se ubica inicialmente, a una tasa de interés (r_1) y un nivel de producción (Y_1), el punto (1). Ahora, aumentamos el nivel de producción desde (Y_1) hasta (Y_2). En el plano (a), el aumento del nivel de producción genera un incremento del ahorro desplazándose la curva del ahorro hacia la derecha, desde $S(Y_1)$ hasta $S(Y_2)$. Este desplazamiento motiva a que la tasa de interés disminuya desde (r_1) hasta (r_2) buscando el nuevo equilibrio entre el ahorro y la inversión. El nuevo equilibrio se da en el punto (2). Finalmente, en el plano (b), esta disminución de la tasa de interés también genera un nuevo punto (2). Uniendo tanto el punto (1) como el punto (2) obtenemos la curva *IS*.

Para encontrar la pendiente de la *IS* necesitamos la condición de equilibrio. Este resulta de la igualdad de las funciones (9) y (10):

$$S(YD, r) = I(r).$$

Diferenciando totalmente:

$$S_{YD}(1-t)dY - S_{YD}Ydt + S_r dr = I_r dr$$

Despejando el diferencial de la tasa de interés real con respecto al del nivel de producción:

$$\left. \frac{dr}{dY} \right|_{IS} = -\frac{S_{YD}(1-t)}{S_r - I_r} < 0.$$

Donde (S_{YD}) es la propensión marginal a ahorrar.

Analizando los componentes de la pendiente resulta ser negativa (< 0).

2.4. DESPLAZAMIENTO Y MOVIMIENTO DE LA *IS* (ESTÁTICA COMPARATIVA)⁽¹²⁾

2.4.1. Desplazamiento de la curva *IS*⁽¹³⁾

La curva *IS* sólo se desplaza hacia la derecha o hacia la izquierda⁽¹⁴⁾ cuando un factor, dada una tasa de interés, influye en la producción de manera directa o indirecta. Para analizar si la variación de un factor cualquiera trata de alterar la producción, y por consiguiente la curva *IS*, se debe tener en cuenta el *ceteris paribus*.

Este tipo de desplazamientos es debido a que el mercado de bienes determina el nivel de producción a una tasa de interés. Lo que buscamos es saber cómo se comporta la producción ante cambios en las variables exógenas. Los desplazamientos de la curva *IS*, en este caso representada por su pendiente, indican que el mercado de bienes y servicios se ha trasladado a una nueva situación de equilibrio.

Por ejemplo, dada una tasa de interés:

Una caída de la confianza de consumidores:

$\downarrow C \rightarrow \downarrow DA \rightarrow \downarrow Y \rightarrow \bar{IS}$. La *IS* se desplaza a la izquierda,

¹² Un modelo es estático si sus respectivas variables operan sin dimensión temporal. La situación de equilibrio no variará mientras no cambien los valores de las variables exógenas. Estática comparativa se refiere a la comparación entre una situación inicial de equilibrio y otra final producto de un cambio en cualquiera de sus variables exógenas del modelo estático.

¹³ En este y los siguientes temas a tratar utilizaremos la *IS* hallado mediante la *primera alternativa*.

¹⁴ Para Andrew Abel, Ben Bernanke (2004), la curva *IS* se desplaza en forma ascendente o descendente. Por ejemplo, un aumento del gasto público disminuirá el ahorro ($S = Y - C - \bar{G}$) elevando la tasa de interés real. El efecto en la *IS* es un desplazamiento ascendente manteniendo la producción en el mismo nivel. Recuerde que para la tradición clásica la producción se encuentra en su nivel de pleno empleo dado precios y salarios flexibles. Este tipo de desplazamiento se puede realizar con la *segunda alternativa* de derivación de la curva *IS*.

Una reducción del impuesto:

$\uparrow YD \rightarrow \uparrow C \rightarrow \uparrow DA \rightarrow \uparrow Y \rightarrow \bar{IS}$. La *IS* se desplaza a la derecha. El multiplicador del impuesto es $\frac{dY}{dT} < 0$ y nos indica en cuánto se incrementará el nivel de producción por unidad de impuesto monetario reducido.

Un aumento del gasto de gobierno:

$\uparrow DA \rightarrow \uparrow Y \rightarrow \bar{IS}$. La *IS* se desplaza a la derecha. El multiplicador del gasto es $\frac{dY}{dG} > 1$ y nos indica en cuánto se incrementará el nivel de producción por unidad monetaria gastada por el gobierno.

Página | 18

Todos estos ejemplos pueden ser graficados y demostrados algebraicamente.

a. Un aumento de la inversión autónoma (\bar{I}):

Un aumento de la inversión autónoma genera un incremento de la inversión total; luego, un aumento de la demanda agregada, le sigue un aumento del nivel de producción y, finalmente, desplaza a la *IS* hacia la derecha:

$$\uparrow \bar{I} \rightarrow \uparrow I \rightarrow \uparrow DA \rightarrow \uparrow Y \rightarrow \bar{IS}.$$

En la Figura (5), en el plano (a), un aumento de la inversión autónoma, de (\bar{I}_1) a (\bar{I}_2) , ha provocado un incremento de la demanda agregada, desplazándose la curva desde el punto (1) hasta el punto (2). Este hecho ha elevado el nivel de producción desde (Y_1) hasta (Y_2) . En el plano (b), este aumento del nivel de producción, ha generado un desplazamiento de la *IS* hacia la derecha sin modificaciones en la tasa de interés. El nuevo punto de equilibrio del mercado de bienes se halla en el punto (2).

Demostración matemática.

De la ecuación (7):

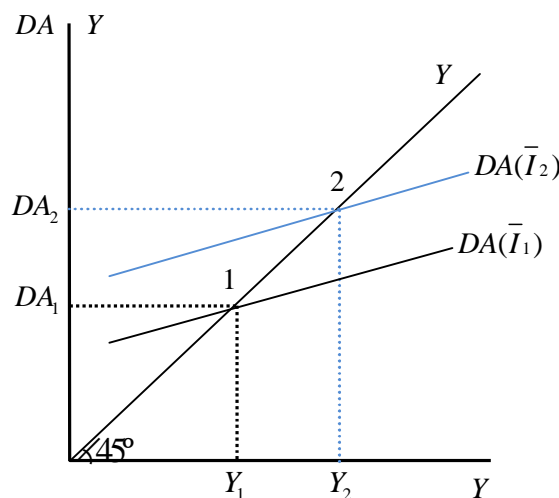
$$dY = C_{YD}(1-t)dY - YC_{YD}dt + Irdi + d\bar{I} + I_Y dY + d\bar{G}.$$

Despejando el diferencial del nivel de producción con respecto al diferencial de la inversión autónoma, manteniendo constante el resto:

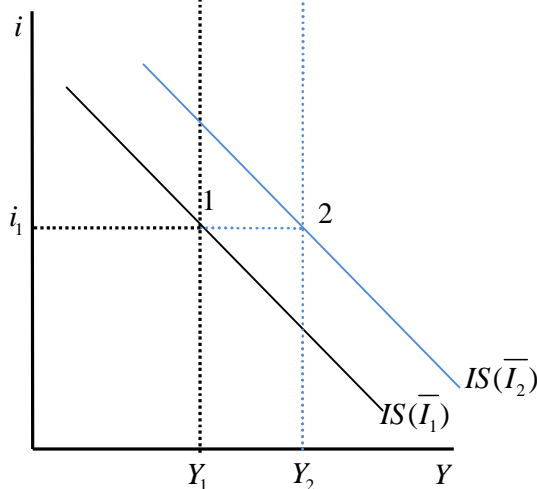
$$dY = \left[\frac{1}{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y} \right] d\bar{I} > 0.$$

Figura (5)

(a)



(b)



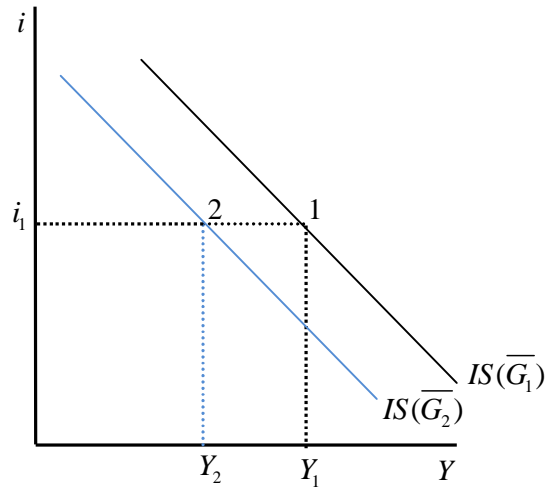
La ecuación indica que la curva *IS* debe de desplazarse hacia la derecha. Esto es debido a que, a una tasa de interés dada, el aumento de la inversión autónoma ($d\bar{I}$) eleva el nivel de producción (dY). El denominador del segundo miembro de la ecuación es positivo al igual que su numerador, por lo que la ecuación es positivo (> 0) e indica el desplazamiento hacia la derecha.

b. Una disminución del gasto del gobierno (G)

Una disminución del gasto de gobierno genera una caída de la demanda agregada; luego, una disminución del nivel de producción y, finalmente, desplaza a la *IS* hacia la izquierda:

$$\downarrow G \rightarrow \downarrow DA \rightarrow \downarrow Y \rightarrow \overleftarrow{IS}.$$

Figura (6)



En la Figura (6) ⁽¹⁵⁾, una disminución del gasto público generó una caída de la demanda agregada y, por consiguiente, el nivel de producción se contrajo desde (Y_1) hasta (Y_2) . Finalmente, el efecto es un desplazamiento de la *IS* hacia la izquierda, desde el punto (1) hasta el punto (2).

Demostración matemática.

De la ecuación (7):

$$dY = C_{YD}(1-t)dY - YC_{YD}dt + I_r di + d\bar{I} + I_Y dY + d\bar{G}.$$

Manteniendo constante el resto de variables y despejando el (dY) con respecto al $(d\bar{G})$:

$$dY = \left[\frac{1}{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y} \right] d\bar{G} < 0.$$

La ecuación indica que la curva *IS* se debe desplazar hacia la izquierda (< 0) debido a que el $(d\bar{G})$ es negativo dado su disminución; además, el numerador y el denominador del segundo miembro de la ecuación son positivos. El análisis de los signos nos dice que el nivel de producción se verá influido de manera negativa, por consiguiente, disminuirá.

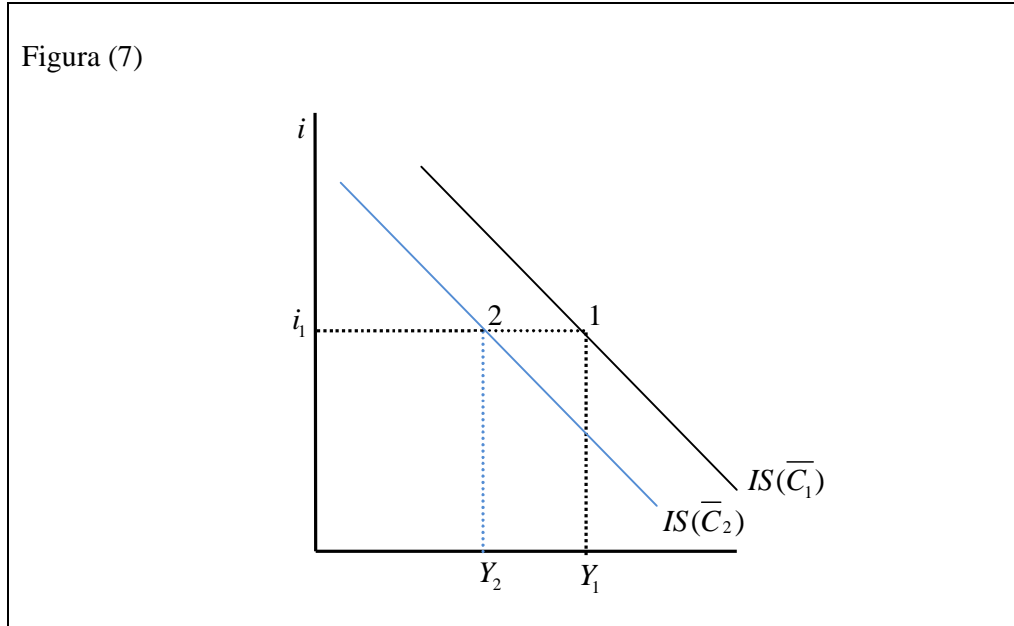
¹⁵ Para un análisis gráfico más detallado introduzca, en esta figura, la gráfica del equilibrio del mercado de bienes al igual que la propuesta anterior (a) de inversión autónoma. Las siguientes propuestas, al igual que esta, también contarán con una gráfica simplificada.

c. Una disminución de la confianza del consumidor:

Una disminución de la confianza del consumidor se evidencia en una caída del consumo autónomo (\bar{C}) generando una disminución del consumo; luego, una contracción de la demanda agregada, le sigue una disminución del nivel de producción y, finalmente, desplaza a la *IS* hacia la izquierda:

Página | 21

$$\downarrow (\bar{C}) \rightarrow \downarrow C \rightarrow \downarrow DA \rightarrow \downarrow Y \rightarrow \bar{IS}.$$



En la Figura (7), una disminución de la confianza del consumidor generó una caída del consumo y luego de la demanda agregada, por consiguiente, el nivel de producción se contrajo desde (Y_1) hasta (Y_2) desplazando a la *IS* hacia la izquierda, desde el punto (1) hasta el punto (2).

Demostración matemática.

Linealizando la función del consumo:

$$C = \bar{C} + cYD. \quad (11)$$

Introduciendo la Ecuación (11) en la Ecuación (6): $Y = \bar{C} + cYD + I(Y, \bar{I}, i) + \bar{G}$ y diferenciando totalmente dicha ecuación, tendríamos:

$$dY = d\bar{C} + c dYD + YD dC_{YD} + I_r di + d\bar{I} + I_Y dY + d\bar{G}.$$

Manteniendo constante en resto de variables y despejando el (dY) con respecto al ($d\bar{C}$):

$$dY = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} d\bar{C} < 0.$$

La ecuación indica que la curva *IS* se debe desplazar hacia la izquierda (< 0) debido a que el $(d\bar{C})$ es negativo dado su disminución. El efecto del consumo autónomo sobre el nivel de producción es de igual proporción y de manera negativa por lo que este último tendrá que disminuir.

Página | 22

d. Un aumento de las transferencias autónomas del gobierno hacia las familias (*TR*)

Cuando analizamos en consumo asumimos, como supuesto auxiliar, que las transferencias eran inexistentes. Ahora relajamos este supuesto auxiliar e incluimos en la función de consumo.

Recuerde la siguiente ecuación lineal de transferencias del gobierno hacia las familias:

$$TR = \bar{TR} - trY^{(16)}$$

Donde (*tr*) es la tasa de transferencias que se aplica al nivel de producción (*Y*). (\bar{TR}) es la transferencia autónoma que realiza el gobierno a las familias.

El aumento de las transferencias autónomas genera un incremento del ingreso disponible; luego, un aumento del consumo (recuerde la función de consumo), le sigue un aumento de la demanda agregada, del nivel de producción y, finalmente, la *IS* se desplaza hacia la derecha.

$$\uparrow \bar{TR} \rightarrow \uparrow YD \rightarrow \uparrow C \rightarrow \uparrow DA \rightarrow \uparrow Y \rightarrow \bar{IS}$$

En la Figura (8), un aumento de las transferencias autónomas genera un incremento en la transferencias del gobierno hacia las familias y, por consiguiente, el ingreso disponible se ve incrementado. A su vez este incremento afecta positivamente al consumo, a la demanda agregada y, finalmente, el nivel de producción aumenta desde (Y_1) hasta (Y_2) originando el desplazamiento de la *IS* hacia la derecha, desde el punto (1) hasta el punto (2).

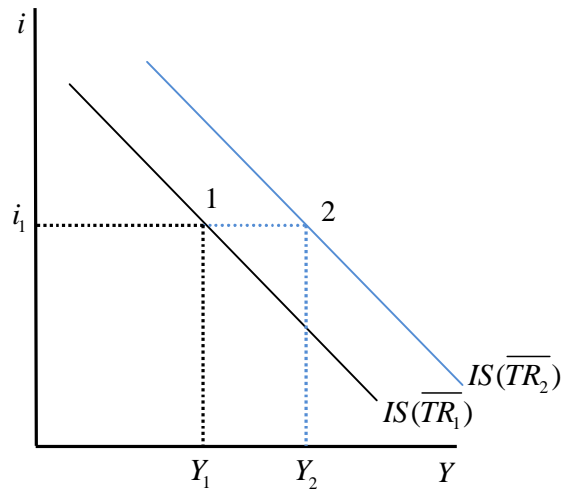
Demostración matemática.

Introduciendo la ecuación de transferencias en la Ecuación (6) y diferenciando completamente:

$$dY = C_{YD}(1 - t - tr)dY - YC_{YD}dt - YC_{YD}dtr + d\bar{TR} + I_d di + d\bar{I} + I_Y dY + d\bar{G}$$

¹⁶ La relación negativa existente entre el nivel de producción y las transferencias obedece a la regla de transferencia anticíclica o contracíclica.

Figura (8)



Manteniendo constante el resto de variables y despejando el (dY) con respecto al $(d\overline{TR})$:

$$dY = \left[\frac{1}{1 - C_{YD}(1 - t - tr) - I_Y} \right] d\overline{TR} > 0.$$

La ecuación indica que la curva *IS* se debe desplazar hacia la derecha (> 0) debido a que el $(d\overline{TR})$ es positivo dado el incremento. El numerador y el denominador del segundo miembro de la ecuación son positivos. El análisis de los signos nos dice que el nivel de producción se verá influido de manera positiva, por consiguiente, se incrementará.

2.4.2. Movimiento de la pendiente *IS*

La pendiente de la curva *IS* cambia de dirección, ante variaciones en los componentes de la pendiente. Estas pueden ser: (C_{YD}) , (I_Y) , (t) y (I_i) .

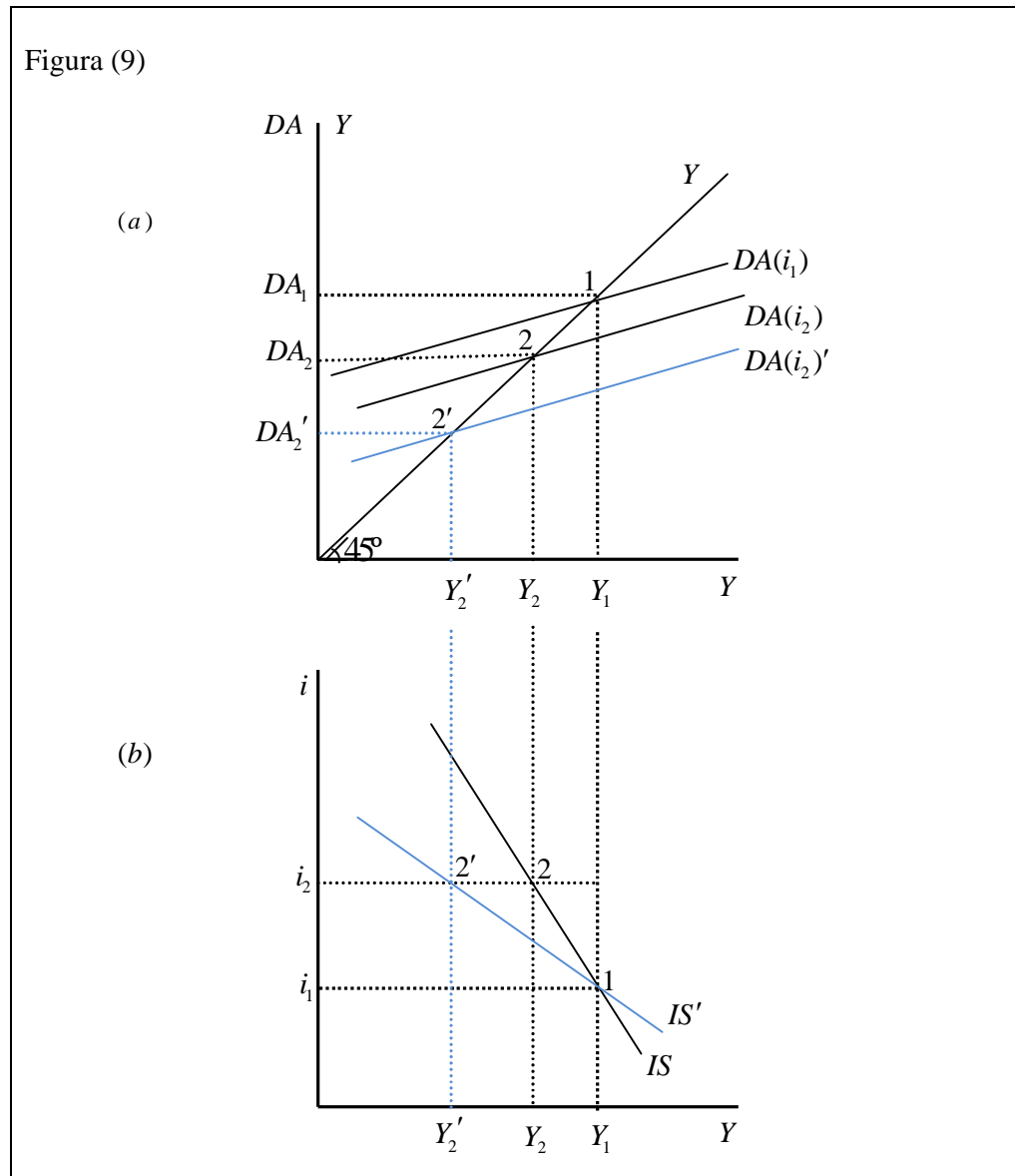
Pendiente de la Curva <i>IS</i>⁽¹⁷⁾	<ul style="list-style-type: none"> - Disminución de la pendiente La pendiente se hace menos negativa, es decir, más plana. - Aumento de la pendiente La pendiente se hace más negativa, es decir, más empinada.
---	---

¹⁷ Para una comprobación, puede utilizarse una ecuación lineal simple, por ejemplo: $y = a - bx$ donde $(-b)$ es la pendiente que puede aumentar o disminuir.

a. Un aumento de la sensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés (I_i)

Esto implica que la tasa de interés varió afectando al nivel de inversión en un mayor grado que una situación anterior; es decir,

$$\uparrow I_i \rightarrow \downarrow \left[\frac{1 - C_{yd}(1-t) - I_Y}{I_i} \right] \rightarrow \downarrow \left. \frac{di}{dY} \right|_{IS}. \text{ La pendiente se hace menos negativa.}$$



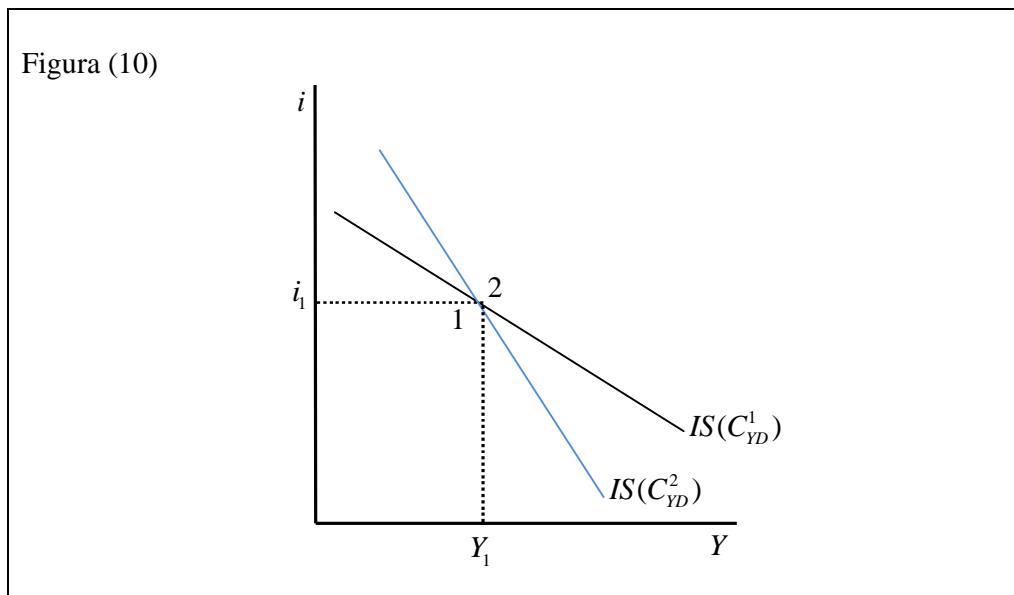
En la Figura (9), en los planos (a) y (b), un aumento de la tasa de interés de (i_1) hasta (i_2) ha generado la formación de la *IS* (ver el proceso de formación más detallada en la Figura (2)). Ahora, en el plano (a), un aumento de la sensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés nos indica que el mismo aumento de la tasa de interés

registrado desde (i_1) hasta (i_2) ha generado una disminución de la inversión mucho mayor que la anterior, por consiguiente, la demanda agregada se ha reducido en mayor cuantía, desde $DA(i_1)$ hasta $DA(i_2)'$; es decir, desde el punto (1) hasta el punto (2)'. El nivel de producción se ha visto afectado reduciéndose desde (Y_1) hasta $(Y_2)'$, que es una disminución mucho mayor que la registrada en (Y_2) . En el plano (b), para el mismo aumento de la tasa de interés (i_2) , el nivel de producción es menor $(Y_2)'$ que el anterior (Y_2) . Ahora podemos trazar la nueva curva de la $(IS)'$ donde la pendiente es menor que la anterior (IS) .

Página | 25

b. Una disminución de la propensión marginal a consumir (C_{YD})

$\downarrow C_{YD} \rightarrow \uparrow [1 - C_{YD}(1-t) - I_Y] \rightarrow \uparrow \left[\frac{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y}{I_i} \right] \rightarrow \uparrow \left. \frac{di}{dY} \right|_{IS}$. La pendiente se hace más negativo.



En la Figura (10) ⁽¹⁸⁾, la pendiente de la IS se ha vuelto más empinada ante la disminución de la propensión marginal a consumir.

¹⁸ Para un análisis gráfico más detallado introduzca, en esta figura, la gráfica del equilibrio del mercado de bienes al igual que la propuesta anterior (a). Usted encontrará que la pendiente de la demanda agregada se volverá más plana.

Las siguientes propuestas, al igual que esta, también contarán con una gráfica simplificada.

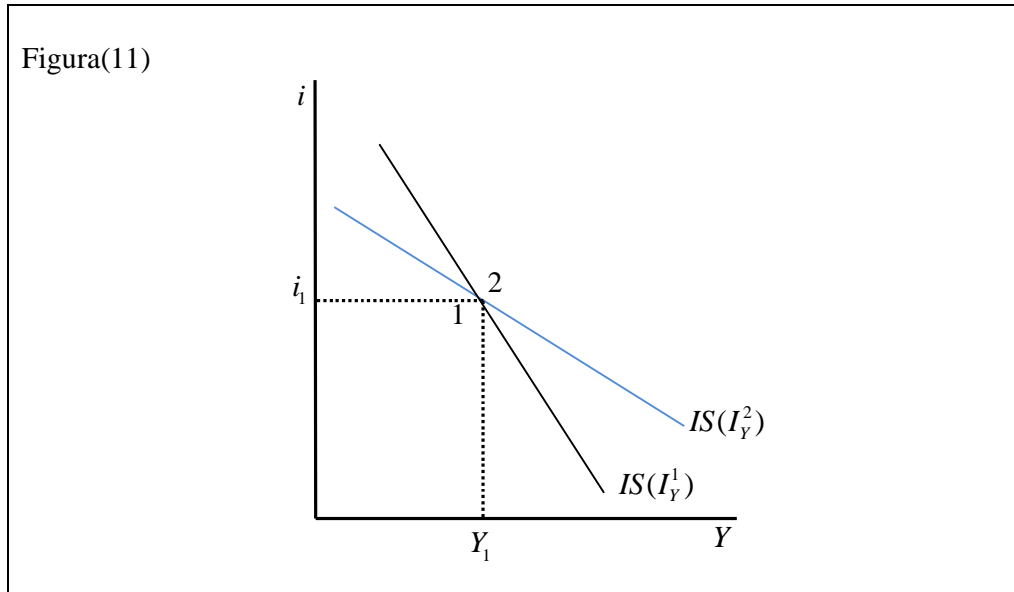
c. Un aumento de la sensibilidad de la inversión con respecto al nivel de producción (I_Y)

Considerando el *supuesto* (6):

$\uparrow (I_Y) \rightarrow \downarrow [1 - C_{YD}(1-t) - I_Y] \rightarrow \downarrow \left[\frac{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y}{I_i} \right] \rightarrow \downarrow \left. \frac{di}{dY} \right|_{IS}$. La pendiente se hace

Página | 26

menos negativa. Adicionalmente la pendiente de la demanda agregada se volverá más empinada (Analice el mercado de bienes).



En la Figura (11), la pendiente de la *IS* será más plana ante el incremento de la sensibilidad de la inversión con respecto al nivel de producción.

2.4.3. Desplazamiento y movimiento de la *IS*

El efecto de algunas variables también puede afectar a la pendiente y al mismo tiempo provocar desplazamientos de la *IS*.

a. Un aumento de la tasa de impuestos.

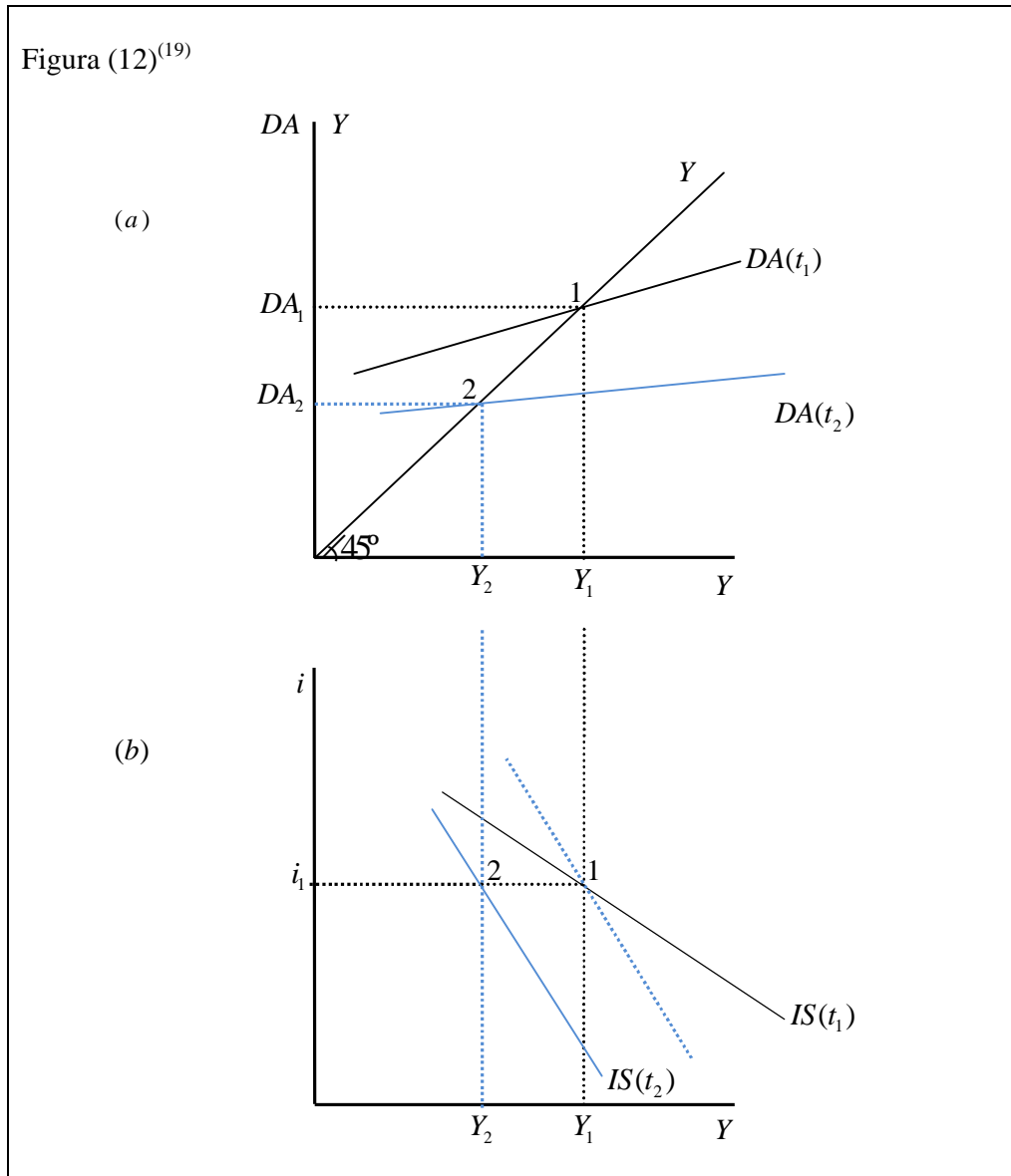
Un aumento de la tasa de impuestos devino en una disminución del ingreso disponible generando una caída del consumo; luego, una contracción de la demanda agregada, le siguió una disminución del nivel de producción y, finalmente, desplazó a la *IS* hacia la izquierda:

$$\uparrow t \rightarrow \downarrow YD \rightarrow \downarrow C \rightarrow \downarrow DA \rightarrow \downarrow Y \rightarrow \overleftarrow{IS}.$$

Analizando la pendiente:

$\uparrow t \rightarrow \uparrow [1 - C_{YD}(1-t) - I_Y] \rightarrow \uparrow \left[\frac{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y}{I_i} \right] \rightarrow \uparrow \left. \frac{di}{dY} \right|_{IS}$. La pendiente se hace más negativa.

Página | 27



En la Figura (12), en el plano (a), un aumento de la tasa de impuestos provoca una caída de la demanda agregada (recuerde que la tasa de impuestos afecta al ingreso disponible) y, finalmente, la caída del nivel de producción de (Y_1) hasta (Y_2).

¹⁹ Note que la pendiente de la demanda agregada ha disminuido. Esto es debido a que la (t) afecta a la pendiente de la (DA) de manera negativa dado que $\left. \frac{dDA}{dY} \right|_{DA} = [1 - C_{YD}(1-t) - I_Y]$. Adicionalmente, usted notará que (C_{YD}) y (I_Y) tienen un efecto positivo en dicha pendiente.

En el plano (b), la tasa de impuestos también afecta a la pendiente de la *IS* haciéndola más negativa. Además, la disminución del nivel de producción (a una tasa de interés constante) desplaza a la *IS* hacia la izquierda, del punto (1) hasta el punto (2), siendo ahora más negativa.

Demostración matemática.

De la Ecuación (7):

Página | 28

$$dY = C_{YD}(1-t)dY - YC_{YD}dt + I_i di + d\bar{I} + I_Y dY + d\bar{G}$$

Despejando el (dY) con respecto al (dt) y manteniendo constante el resto de variables:

$$dY = \left[\frac{-YC_{YD}}{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y} \right] dt < 0.$$

La ecuación indica que la curva *IS* se debe desplazar hacia la izquierda (< 0) debido a que el (dt) es positivo dado su incremento. El numerador del segundo miembro es negativo y el denominador, positivo. El análisis de los signos nos dice que el nivel de producción se verá influido negativamente, por consiguiente, disminuirá.

b. Una disminución de la sensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés acompañado de un aumento de la inversión autónoma:

Un aumento de la inversión autónoma deviene en un incremento de la inversión total; luego, un aumento de la demanda agregada, le sigue un aumento del nivel de producción y finalmente desplaza a la *IS* hacia la derecha:

$$\uparrow \bar{I} \rightarrow \uparrow I \rightarrow \uparrow DA \rightarrow \uparrow Y \rightarrow \overrightarrow{IS}.$$

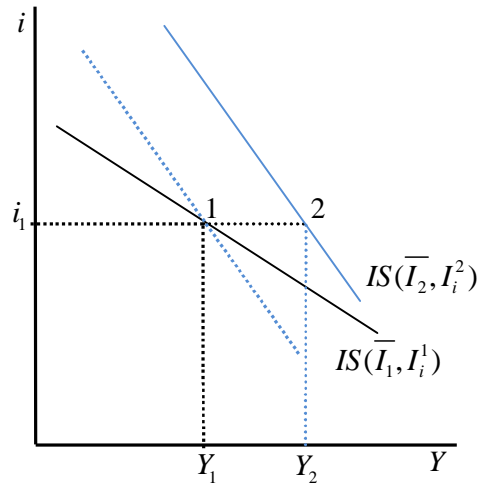
Analizando la pendiente de la *IS*:

$$\downarrow I_i \rightarrow \uparrow \left[\frac{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y}{I_i} \right] \rightarrow \uparrow \left. \frac{di}{dY} \right|_{IS}. \text{ La pendiente se hace más negativa.}$$

En la Figura (13) ⁽²⁰⁾, un aumento de la inversión autónoma ha provocado un incremento de la demanda agregada y, este último, el incremento del nivel de producción de (Y_1) hasta (Y_2) . Dado una tasa de interés, la *IS* se desplazó hacia la derecha, desde el punto (1) hasta el punto (2). La disminución de la sensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés ($\downarrow I_i$) afectó a la pendiente de la curva *IS* haciéndola más negativa en el punto (2).

²⁰ Para un análisis gráfico más detallado introduzca, en esta figura, la gráfica del equilibrio del mercado de bienes al igual que la propuesta anterior (a).

Figura (13)



Demostración matemática.

De la Ecuación (7) :

$$dY = C_{YD}(1-t)dY - YC_{YD}dt + I_i di + d\bar{I} + I_Y dY + d\bar{G}$$

Manteniendo constante el resto de variables y despejando (dY) con respecto al $(d\bar{I})$:

$$dY = \left[\frac{1}{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y} \right] d\bar{I} > 0.$$

La ecuación indica que la curva *IS* se debe desplazar hacia la derecha (> 0) debido a que el $(d\bar{I})$ es positivo dado su incremento; luego, el numerador del segundo miembro es positivo y el denominador, positivo. El análisis de los signos nos dice que el nivel de producción se verá influido positivamente, por consiguiente, se incrementará.

EL MERCADO FINANCIERO Y LA CURVA *LM* (DEMANDA Y OFERTA DE DINERO)

Página | 30

3.1. TEORÍA DE LAS PREFERENCIAS POR LA LIQUIDEZ

Esta teoría señala que el tipo de interés buscará equilibrar tanto la oferta como la demanda de activos más líquidos.

La demanda de liquidez (dinero) dependerá del tipo de interés y la oferta de dinero dependerá de las decisiones del banco central. Pero los movimientos de la demanda y la oferta de dinero determinarán la tasa de interés. A continuación explicamos cada uno de estos componentes.

3.1.1. La demanda de dinero:

La demanda de dinero dependerá del costo de oportunidad de tener el dinero en efectivo, es decir, dependerá de la tasa de interés. A continuación explicaremos las razones.

Supuesto (7)

Sólo hay un tipo de bono denominado *consol* (bono perpetuo) que ofrece una tasa de interés de mercado (i).

Este supuesto está relacionado con el *supuesto (3)*. Por lo tanto nuestra riqueza financiera determinada (\bar{R}) sólo podemos tenerlos en bonos (B^d), que nos ofrece una tasa de interés de mercado (i), o en dinero (M^d) que no rinde intereses. No tendremos dinero en depósitos a la vista. Por lo que esta identidad podemos expresarlo de la siguiente manera:

$$\bar{R} \equiv B^d + M^d.$$

Esta identidad nos indica que incrementar la compra de bonos implica disminuir nuestra demanda de dinero dado que tenemos una restricción de riqueza financiera.

Si la oferta de bonos es (B^s) y la oferta de dinero es (M^s), el equilibrio global en el mercado de activos (bonos y dinero) requiere que el total de activos demandados ($B^d + M^d$) sea igual al total de activos ofertados ($M^s + B^s$):

$$B^d + M^d = M^s + B^s$$

$$(M^d - M^s) + (B^d - B^s) = 0$$

Donde el mercado de bonos está en equilibrio

$$(B^d - B^s) = 0$$

$$B^d = B^s.$$

Simultáneamente también el mercado de dinero está en equilibrio

$$(M^d - M^s) = 0$$

$$M^d = M^s.$$

Por consiguiente, por ejemplo, un exceso de la demanda de dinero implica simultáneamente un exceso de la oferta de bonos y viceversa. Es decir, existen equilibrios simultáneos en el mercado de dinero y en el mercado de bonos.

Para Keynes hay tres motivos de demanda de dinero:

El motivo especulación es el principal motivo por el cual el público se quedaría con parte de sus ahorros para poder especular sobre el futuro de las tasas de interés de los bonos. A medida que la tasa de interés que ofrezcan dichos bonos se vaya incrementando, el público querrá comprar más de estos bonos obteniendo mayor rentabilidad, a su vez esta decisión implica demandar menos cantidad de dinero. Es por ello que la relación entre la demanda de dinero y la tasa de interés es negativa. En términos reales podemos expresarlo como

$$L = L(r).$$

Una aclaración: en el mercado de bonos se determina el precio del bono (oferta y demanda de bonos) ⁽²¹⁾ impulsado por las expectativas que tienen las familias acerca de la tasa de interés de mercado de esos bonos. Veamos:

El precio de mercado de un bono cualquiera (P_B) es igual a la siguiente ecuación:

$$P_B = \frac{i_n P_n}{i} \left[1 - \frac{1}{(1+i)^t} \right] + \frac{P_n}{(1+i)^t}$$

Donde (i) es la tasa de interés de mercado, (i_n) es la tasa de interés nominal del bono o su rendimiento nominal, (P_n) es el precio nominal del bono o valor nominal del bono, ($i_n P_n$) es el interés nominal del bono (no confundir con la tasa de interés nominal) y (t) expresa el periodo en el que se vencerá dicho bono.

²¹ Cuando se emite un bono por primera vez (mercado primario) en el contrato se estipula la tasa de interés nominal (rendimiento nominal del bono que no es lo mismo que la tasa de interés nominal de mercado) y es invariable; además se estipula el precio nominal del bono (valor nominal del bono) también invariable. Es en el mercado de bonos (mercado secundario) donde se forman, a través de la oferta y demanda de bonos, la tasa de interés de mercado y el precio de mercado del mismo.

Considerando el *supuesto* (7) de bonos tipo *consol*, lo que implica un (t) indefinido, obtenemos la siguiente simplificación teórica con el que trabajaremos:

$$P_B = \frac{i_n P_n}{i}, \text{ donde } t = \infty \Rightarrow \frac{1}{(1+i)^t} = 0.$$

Página | 32

Usted notará que hay una relación inversa entre el precio del bono y su tasa de interés. Si introducimos expectativas, tendremos

$$P_B^e = \frac{i_n P_n}{i^e}$$

Donde (P_B^e) es el precio de mercado esperado del bono e (i^e) es la tasa de interés de mercado esperado de dicho bono. Reemplazando esta última ecuación en la anterior y luego despejando, se obtiene

$$\frac{i}{i^e} = \frac{P_B^e}{P_B}.$$

Si $(i > i^e)$ entonces $(P_B^e > P_B)$, de igual manera si $(i < i^e)$ entonces $(P_B > P_B^e)$.

Bien, si las familias creen que la tasa de interés actual está por encima de la tasa de interés esperado $(i > i^e)$, también suponen que el precio esperado está por encima del precio actual $(P_B^e > P_B)$. Entonces, hoy, las familias comprarán bonos a un precio de (P_B) con el fin de venderlos en el futuro a precios mayores (P_B^e) que es lo que esperan que suceda y, por consiguiente, obtener beneficios.

$$\uparrow i \rightarrow i > i^e \rightarrow P_B^e > P_B \rightarrow \uparrow B^d, \downarrow M^d$$

Por lo que, finalmente, hemos llegado a la misma conclusión anterior, lo que en términos reales significa:

$$L = L(r).$$

Supuesto (8)

El nivel de transacción debe ser proporcional al nivel de producción.

El motivo transacción está relacionado con el dinero como medio de cambio. El público demandará más dinero a medida que el volumen de las transacciones se incremente como consecuencia del crecimiento del nivel de producción, por lo tanto entre la demanda de dinero y el nivel de producción existirá una relación positiva. En términos reales podemos expresarlo como

$$L = L(Y).$$

El motivo precaución se utiliza para posibles emergencias o situaciones imprevistas. La cantidad que el público destina a este motivo dependerá de las variaciones del

nivel de renta. Un aumento del nivel de renta inducirá a demandar más dinero por este motivo encontrándose también una relación positiva entre ambas variables. En términos reales podemos expresarlo como

$$L = L(Y).$$

Finalmente, la demanda de saldos monetarios reales (L) es una función del ingreso real y de la tasa de interés real como hemos venido analizando:

$$L = L(Y) + L(r)$$

$$L = L(Y, r)$$

+ -

Del *supuesto* (2), precios constantes: $P = \bar{P}$, habíamos llegado a la conclusión, en el análisis de la *IS*, que la tasa de interés real era igual a la tasa de interés nominal. Reafirmamos este supuesto:

$$r_t = i_t.$$

Finalmente, la función indica que está expresado en bienes y no en unidades monetarias. Pero (r) también podemos expresarlo como (i):

$$L = L(Y, i). \quad (12)$$

+ -

3.1.2. La oferta de dinero

La oferta del stock nominal del dinero u oferta monetaria (M) es determinada exógenamente por el banco central, no depende de la tasa de interés. La no existencia de la banca comercial, *supuesto* (3), nos asegura que sólo el banco central maneja de forma autónoma la oferta monetaria. Dividiendo entre el (P) obtenemos el stock real del dinero u oferta de saldos monetarios reales (recuerde que el nivel de precios es constante):

$$M = \frac{\bar{M}}{\bar{P}} \quad (13)$$

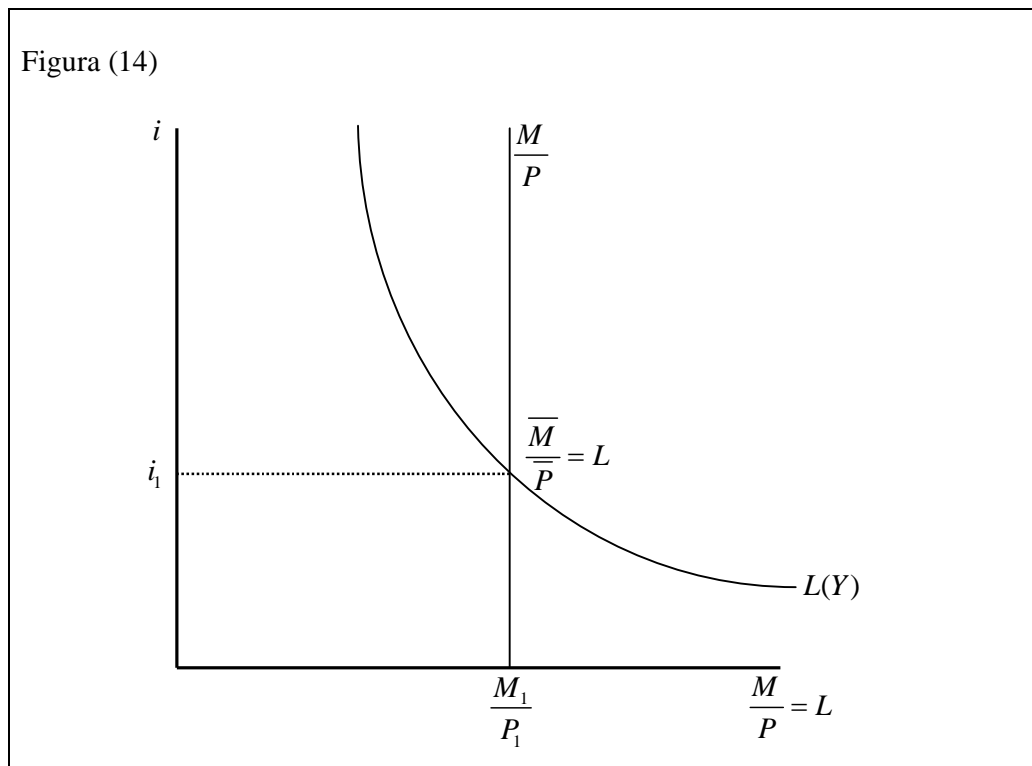
El banco central incrementa o disminuye la oferta monetaria a través de operaciones de mercado abierto y por consiguiente influye en la tasa de interés. Para incrementar la oferta monetaria por un determinado valor, realizará una compra de bonos por dicho valor (operación de mercado abierto expansiva) por el que pagará con dinero que finalmente fluirá en la economía. Para disminuir la oferta monetaria realizará una acción viceversa (operación de mercado abierto contractiva).

3.2. EL EQUILIBRIO DEL MERCADO FINANCIERO

La condición de equilibrio es la igualdad entre el stock real de dinero y la demanda de saldos reales; es lo mismo decir que la oferta monetaria es igual a su demanda ($L = M$). Igualando las funciones (12) y (13) :

$$\frac{\bar{M}}{\bar{P}} = L(Y, i). \quad (14)$$

A continuación expresamos la Ecuación (14) en el plano $(\frac{M}{P}, i)$. La Figura (14) expresa el equilibrio del mercado financiero a una tasa de interés de equilibrio (i_1).



De la Ecuación (14), diferenciando completamente, obtenemos:

$$\frac{d\bar{M}}{\bar{P}} - \frac{M dP}{\bar{P}^2} = L_Y dY + L_i di. \quad (15)$$

Despejamos el (di) de la Ecuación (15) :

$$di = \left(\frac{1}{PL_i} \right) dM - \left(\frac{M}{P^2 L_i} \right) dP - \left(\frac{L_Y}{L_i} \right) dY \quad (16)$$

La Ecuación (16) representa la **tasa de interés de equilibrio** ⁽²²⁾ del mercado financiero (mercado de dinero y de bonos en equilibrio simultáneo).

La Ecuación (16) también nos indica el efecto en la tasa de interés de equilibrio, de las variaciones de (M) , (P) y (Y) . Por ejemplo, un incremento de (M) disminuiría la tasa de interés de equilibrio:

Página | 35

$$di = \left(\frac{1}{PL_i} \right) dM < 0,$$

considerando que $(dM > 0)$, $(\bar{P} > 0)$ y $(L_i < 0)$.

3.3. LA CURVA *LM*

La curva *LM* es el conjunto de puntos de equilibrio de la oferta y la demanda de dinero en el mercado financiero. Se le considera un equilibrio de Stock, dado que el dinero es una variable de stock (medido en un determinado instante de tiempo). La riqueza financiera compuesto por bonos y dinero en efectivo, también es una variable stock.

Para hallar la *LM*, el dinero se expresará en términos reales al igual que la tasa de interés y la oferta monetaria.

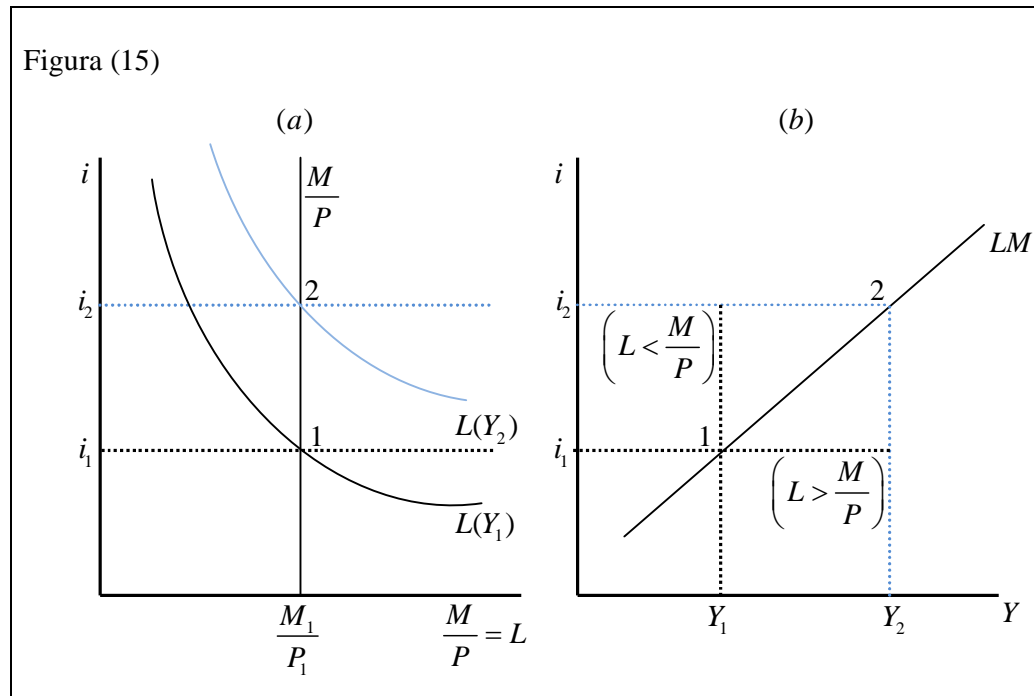
3.3.1. Primera alternativa

Para encontrar la curva *LM* y su pendiente tenemos que extraerlo del equilibrio del mercado financiero. La pendiente se obtiene reordenando la Ecuación (15). Dado que (P) y (M) son constantes, entonces el primer miembro de la ecuación será igual a cero: $0 = L_Y dY + L_i di$. Despejando el diferencial de la tasa de interés con respecto al diferencial del nivel de producción, tenemos:

$$\left. \frac{di}{dY} \right|_{LM} = -\frac{L_Y}{L_i} > 0.$$

²² Una forma alternativa de obtener esta misma tasa de interés de equilibrio (i) es linealizando la condición de equilibrio del mercado financiero, $\frac{M}{P} = \alpha Y - \beta i$, para luego despejar (i): $i = \frac{1}{\beta} \left(\alpha Y - \frac{M}{P} \right)$.

Esta ecuación representa la pendiente de la LM ⁽²³⁾ que resulta ser positivo dado que la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto al nivel de producción es positivo (L_Y^+). La sensibilidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés es negativa (L_r^-). El análisis de los signos nos permite afirmar el carácter positivo de la pendiente.



En la Figura (15), un aumento de la producción de (Y_1) a (Y_2), en ambos planos, va a generar la curva LM . Veamos, en el plano (a), este aumento del nivel de producción ha generado un desplazamiento de la curva de demanda de dinero de manera ascendente desde el punto (1) hasta el punto (2) generando un exceso de demanda de dinero $\left(L > \frac{\bar{M}}{P}\right)$ y simultáneamente generando un exceso de oferta de bonos $(B^s > B^d)$ por lo que el precio del bono disminuyó buscando el nuevo equilibrio. Este desplazamiento conllevó a un aumento del tipo de interés desde (i_1) hasta (i_2) estableciéndose el punto (2) en el mercado financiero. En el plano (b), inicialmente el

²³ Una forma alternativa de obtener la misma pendiente es diferenciando la ecuación del pie de página (15):

$$\left. \frac{di}{dY} \right|_{LM} = \frac{\alpha}{\beta} > 0; \text{ donde } \alpha \text{ y } \beta \text{ son parámetros positivos.}$$

equilibrio del mercado financiero se encontraba en el punto (1) . El aumento de la tasa de interés y el aumento anterior del nivel de producción formaron el punto (2) . La unión de estos dos puntos da lugar a la curva *LM* .

3.3.2. Segunda alternativa

Página | 37

Una alternativa en la obtención de la curva *LM* es a través de la Teoría cuantitativa moderna del dinero.

Veamos, designemos al PBI real como $(Y)^{(24)}$ y al nivel de precios de los bienes finales como (P) ; entonces el PBI nominal será (PY) . A medida que aumenta el PBI nominal, el número de transacciones en la economía debe aumentar; es decir, el intercambio de bienes y servicios debe ser mayor, por consiguiente, la demanda de dinero también debe aumentar en forma aproximadamente proporcional al PBI nominal manteniéndose estable a corto plazo donde (k) es el factor de proporcionalidad.

$$M^d = kPY$$

$$M^d \frac{1}{k} = PY$$

Por lo que la expresión $\left(\frac{1}{k}\right)$ es la velocidad ingreso de circulación del dinero que se usa para adquirir bienes finales y podemos representarla como (V) que puede ser estable teóricamente en la economía a corto plazo. Reordenando la ecuación obtenemos:

$$M^d V = PY$$

A esta ecuación se le conoce como la **ecuación cuantitativa del dinero** o ecuación de cambio. Despejando (V) :

$$V = \frac{PY}{M^d}$$

Friedman consideró, además de los bonos, una serie de activos como las acciones, bienes duraderos y capital humano en la determinación de la demanda de dinero. Para simplificar nuestro análisis vamos a considerar sólo la tasa de interés nominal de los bonos (*supuesto auxiliar*).

²⁴ Aquí consideramos el “enfoque renta” de la ecuación de cambio como partida de la ecuación de cambio moderno. El nivel de producción es estable en el corto plazo lo que permite explicar la velocidad ingreso de circulación del dinero.

$$\frac{M^d}{P} = L(i)$$

Reemplazando en la ecuación anterior, tenemos

$$V = \frac{Y}{\frac{M^d}{P}(i)} \quad (17)$$

Página | 38

La velocidad ingreso de circulación del dinero dependerá de manera positiva de la tasa de interés nominal (i). Pues suponiendo que se eleva la tasa de interés, las familias demandarán menos dinero ya que preferirán comprar bonos, pero al haber menos dinero en la economía, se requerirá que la velocidad del dinero sea mayor ya que el PBI real no disminuye. La relación entre PBI real y la demanda de saldos nominales será menor:

$$\uparrow i \rightarrow \downarrow \left(\frac{M^d}{P} \right) \rightarrow \uparrow \left(\frac{Y}{\frac{M^d}{P}(i)} \right) \rightarrow \uparrow V$$

Por lo que la relación entre la tasa de interés y la velocidad de circulación del dinero (variable endogenizada) es positiva:

$$V = V_{+}(i). \quad (18)$$

Adicionalmente se mantiene el supuesto de una oferta monetaria exógena determinada por la autoridad monetaria lo que, en términos reales, sería la ecuación siguiente:

$$M^s = \frac{M}{P}. \quad (19)$$

La ecuación de equilibrio del mercado financiero, en términos reales, se obtiene de las ecuaciones (17) y (19):

$$V = \frac{Y}{\frac{M}{P}}$$

$$\frac{M}{P} = \frac{Y}{V}$$

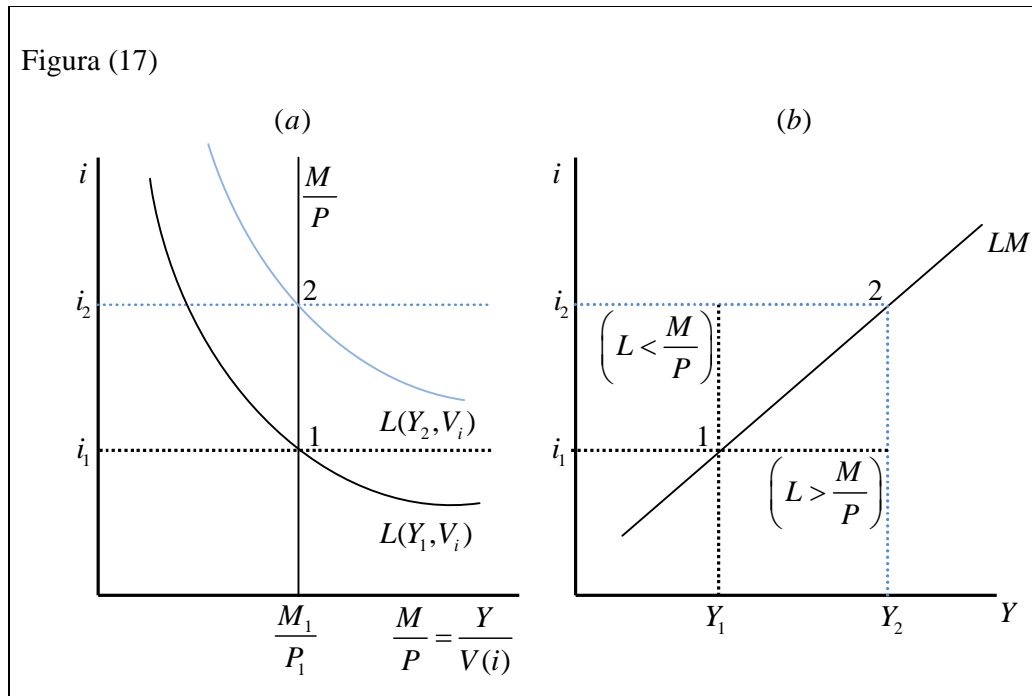
Donde (M) es el saldo monetario neto de equilibrio.

Finalmente, reemplazando la Función (18) en esta última ecuación se obtiene la ecuación de equilibrio del mercado financiero

$$\frac{M}{P} = \frac{Y}{V(i)} \quad (20)$$

En la Figura (17) el punto (1), en el plano (a), expresa el equilibrio del mercado financiero. Un aumento de la producción de (Y_1) a (Y_2), en ambos planos, va a generar la curva LM . Veamos, en el plano (a), este aumento del nivel de producción ha generado un desplazamiento de la curva de demanda de dinero de manera ascendente desde el punto (1) hasta el punto (2). Este desplazamiento ha generado un incremento del tipo de interés desde (i_1) hasta (i_2) estableciéndose el punto (2). En el plano (b), el equilibrio del mercado financiero se encontraba inicialmente en el punto (1). El aumento de la tasa de interés y el aumento anterior del nivel de producción conllevaron a la formación del punto (2) en este plano. La unión de estos dos puntos da lugar a la curva LM . Para hallar la pendiente de la curva LM sólo diferenciamos completamente la Ecuación (20):

$$\frac{dM}{P} - \frac{MdP}{P^2} = \frac{dY}{V} - \frac{YV_i di}{V^2}.$$



Despejando la diferencial de la tasa de interés con respecto al diferencial del nivel de producción tenemos:

$$di = \frac{V}{YV_i} dY$$

$$\left. \frac{di}{dY} \right|_{LM} = \frac{V}{YV_i} > 0.$$

Esta ecuación representa la pendiente de la *LM*. Es positivo dado que (V_i) es positivo.

3.4. DESPLAZAMIENTO Y MOVIMIENTO DE LA *LM* (ESTÁTICA COMPARATIVA)

3.4.1. Desplazamiento de la curva *LM*⁽²⁵⁾

La curva *LM* sólo se desplaza de forma ascendente o descendente (a diferencia de la *IS* que se desplaza a la derecha o a la izquierda) cuando un factor, dado un nivel de producción, hace variar la tasa de interés. Para analizar si la variación de un factor cualquiera trata de alterar a la tasa de interés y por consiguiente la curva *LM*, se debe tener en cuenta el *ceteris paribus*.

Este tipo de desplazamientos, ascendente o descendente, es debido a que el mercado financiero determina la tasa de interés a un nivel de producción y lo que queremos es saber cómo reacciona la tasa de interés ante cambios de las variables exógenas.

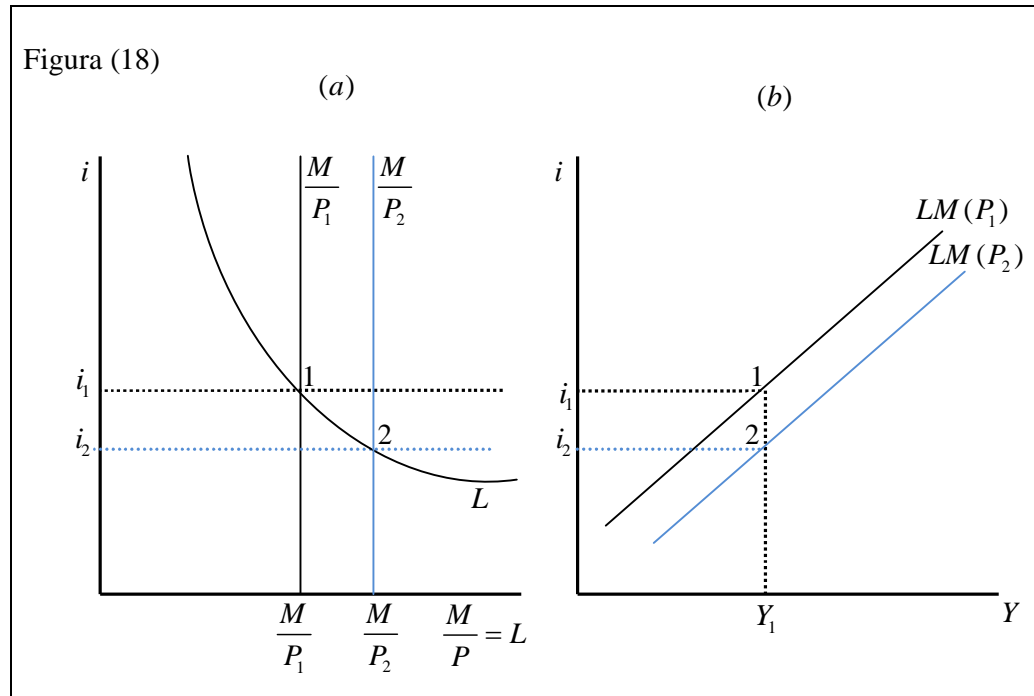
a. Una disminución del nivel de precios:

Una disminución del nivel de precios genera un aumento de la oferta monetaria real; luego, una disminución de la tasa de interés y, finalmente, desplaza de manera descendente a la curva *LM*. De manera más detallada seguirá la siguiente lógica:

$$\downarrow P \rightarrow \uparrow \left(\frac{M}{P} \right) \rightarrow \left(\frac{M}{P} > L \right), (B^s < B^d) \rightarrow \uparrow P_B \rightarrow \downarrow i \rightarrow \downarrow LM.$$

En la Figura (18), en el plano (*a*), una disminución del nivel de precios de (P_1) a (P_2), generó el desplazamiento de la oferta monetaria real hacia la derecha, desde el punto $\left(\frac{M}{P_1} \right)$ hasta el punto $\left(\frac{M}{P_2} \right)$, trasladándose el equilibrio del mercado financiero desde el punto (1) hasta el punto (2) y, finalmente, provocando una reducción de la tasa de interés desde (i_1) hasta (i_2). En el plano (*b*), la disminución de la tasa de interés, a un nivel de producción dado, desplazó la *LM* desde el punto (1) hasta el punto (2). Finalmente, en este punto, quedó establecido el equilibrio del mercado financiero.

²⁵ Para este y los siguientes temas a tratar se usará la *LM* hallado mediante la *primera alternativa*.



Demostración matemática.

De la Ecuación (15) :

$$-\frac{MdP}{P^2} = L_Y dY + L_i di$$

Despejando el (di) con respecto al (dP) , manteniendo constante el resto de variables:

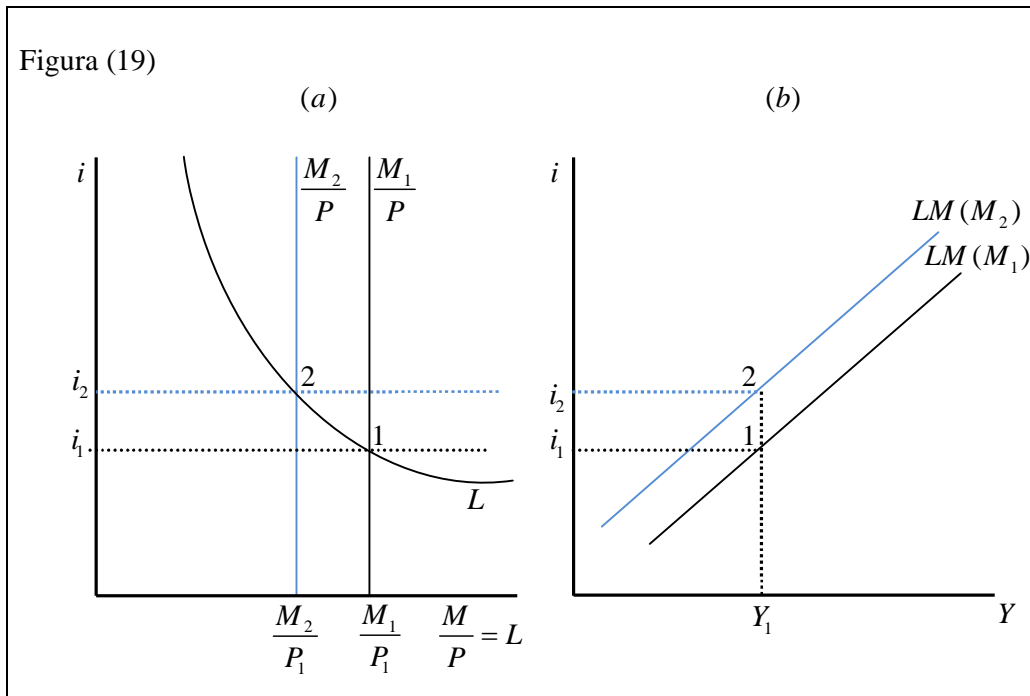
$$di = \underbrace{\left[-\frac{M}{P^2 L_i} \right]}_{+} \underbrace{dP}_{-} < 0.$$

La ecuación indica que el efecto de una disminución en los niveles de precios $\left(\underbrace{dP}_{-} \right)$ en la tasa de interés (di) es negativo (< 0), es decir, la tasa de interés tendrá que disminuir. Por lo tanto, manteniendo constante el nivel de producción, esta ecuación confirma que la curva LM debe de desplazarse de manera descendente.

b. Una disminución de la oferta monetaria nominal:

Una disminución de la oferta monetaria nominal (el banco central disminuye la oferta nominal vendiendo bonos, por consiguiente, incrementa la oferta de bonos) genera una caída de la oferta monetaria real; luego, un aumento de la tasa de interés y, finalmente, desplaza de manera ascendente a la curva LM . De manera más detallada seguirá la siguiente lógica:

$$\downarrow M \rightarrow \downarrow \left(\frac{M}{P} \right) \rightarrow (M^s < M^d), (B^s > B^d) \rightarrow \downarrow P_B \rightarrow \uparrow i \rightarrow \uparrow LM.$$



En la Figura (19), en el plano (a), una disminución de la oferta monetaria nominal, generó el desplazamiento de la oferta monetaria real hacia la izquierda desde, $\left(\frac{M_1}{P} \right)$ hasta $\left(\frac{M_2}{P} \right)$, trasladándose el equilibrio del mercado financiero desde el punto (1) hasta el punto (2) y, finalmente, provocando un aumento de la tasa de interés desde (i_1) hasta (i_2) . En el plano (b), el aumento de la tasa de interés, con un nivel de producción dado, desplazó la LM desde el punto (1) hasta el punto (2). Este último punto representa el nuevo equilibrio del mercado financiero ⁽²⁶⁾.

²⁶ Una secuencia mucho más detallada que incluya la obtención del nuevo punto de equilibrio es el siguiente:

$$\downarrow M \rightarrow \downarrow \frac{M}{P} \rightarrow \left(\frac{M}{P} < L \right), (B^s > B^d) \rightarrow \downarrow P_B \rightarrow (P_B < P_B^e) \rightarrow \uparrow i \rightarrow (i > i^e) \rightarrow \uparrow b^d, \downarrow l^d \rightarrow (B^s = B^d), \left(\frac{M}{P} = L \right).$$

Donde (b^d) es la cantidad demandada de bonos que se incrementa buscando el nuevo equilibrio dado la disminución de sus precios y (l^d) es la cantidad demandada de dinero que se reduce buscando el nuevo equilibrio dado el alza de la tasa de interés. No confundir cantidad demandada con demanda. Nótese que (L) y (B^s) no sufrieron desplazamiento alguno.

Demostración matemática.
De la Ecuación (15) :

$$\frac{dM}{P} = L_Y dY + L_i di.$$

Página | 43

Despejando el (di) con respecto al (dM) y manteniendo constante el resto de variables:

$$di = \left[\frac{1}{PL_i} \right] dM > 0.$$

La ecuación indica que el efecto de una disminución en la oferta monetaria nominal en la tasa de interés es positivo (> 0), es decir, la tasa de interés tendrá que aumentar. Por lo tanto, manteniendo constante el nivel de producción, esta ecuación confirma que la curva *LM* debe desplazarse de manera ascendente.

3.4.2. Movimiento de la pendiente *LM*

La pendiente de la curva *LM* cambia de dirección, ante variaciones de las variables que la componen. Estas pueden ser (L_Y) o (L_i) .

Pendiente de la Curva <i>LM</i>⁽²⁷⁾	<ul style="list-style-type: none"> - Disminución de la pendiente La pendiente se hace menos positiva, es decir, más plana. - Aumento de la pendiente La pendiente se hace más positiva, es decir, más empinada.
---	---

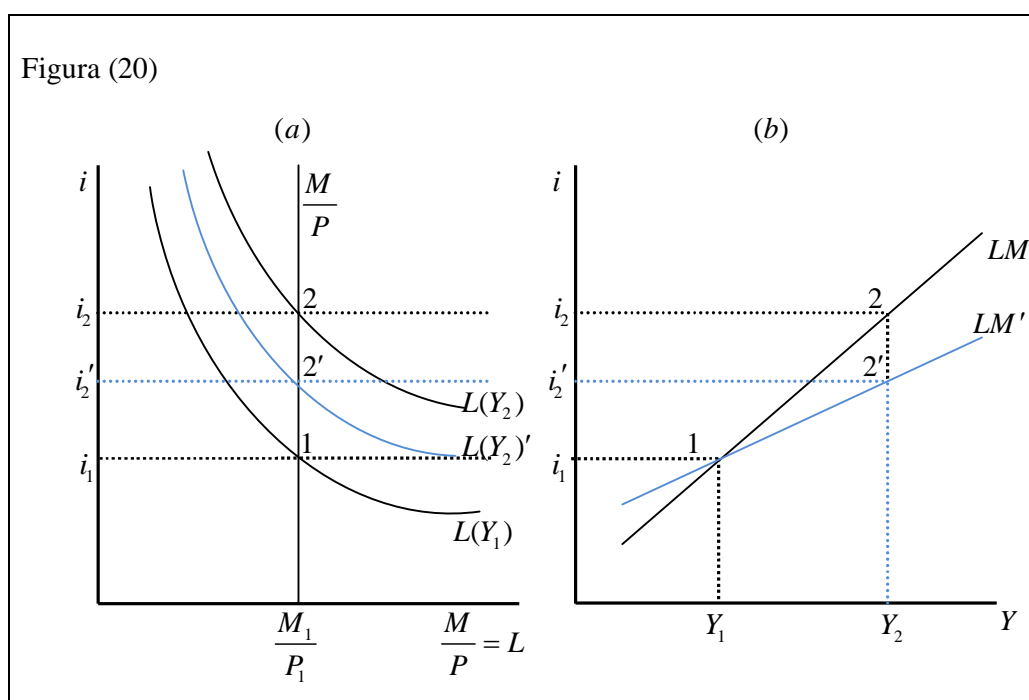
a. Disminución de la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto al nivel de producción:

$$\downarrow L_Y \rightarrow \downarrow \left(-\frac{L_Y}{L_i} \right) \rightarrow \downarrow \frac{di}{dY} \Big|_{LM} . \text{ La pendiente se hace menos positiva.}$$

²⁷ Para una comprobación puede utilizarse una ecuación lineal simple, por ejemplo $y = a + bx$, donde (b) es la pendiente que puede aumentar o disminuir.

En la Figura (20), en los planos (a) y (b), un aumento del nivel de producción de (Y_1) hasta (Y_2) ha generado la formación de la LM (ver el proceso de formación más detallada en la Figura (15)). En el plano (a), una disminución de la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto al nivel de producción nos indica que con el mismo aumento del nivel de producción de (Y_1) hasta (Y_2) ha generado un aumento de la demanda de dinero, pero en menor cuantía que la anterior, desde $L(Y_1)$ hasta $L(Y_2)'$, es decir, desde el punto (1) hasta el punto (2'). En consecuencia, ha provocando un aumento de la tasa de interés desde (i_1) hasta (i_2') que es un aumento menor que la registrada en (i_2).

Página | 44



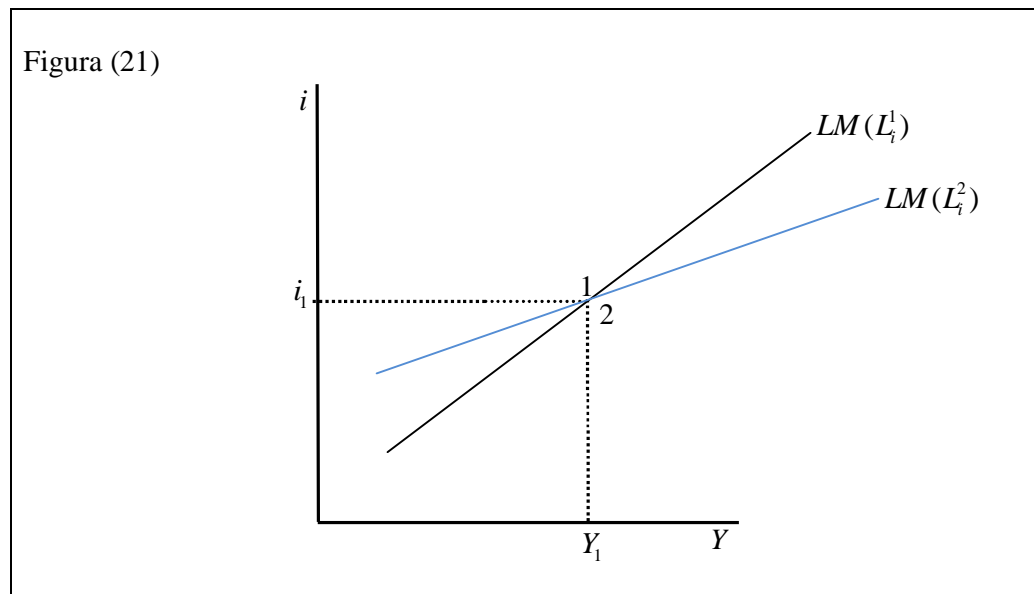
Finalmente, en el plano (b), con el mismo aumento del nivel de producción (Y_2), se registró una nueva tasa de interés (i_2') que es más baja que la anterior (i_2). La nueva curva LM pasa por los puntos (1) y (2') siendo más plana.

b. Un aumento de la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés:

$$\uparrow L_i \rightarrow \downarrow \left(-\frac{L_Y}{L_i} \right) \rightarrow \downarrow \frac{di}{dY} \Big|_{LM}. \text{ La pendiente se hace menos positiva }^{(28)}.$$

Página | 45

En la Figura (21) ⁽²⁹⁾, la pendiente de la *LM* ha disminuido, se ha vuelto más plana.



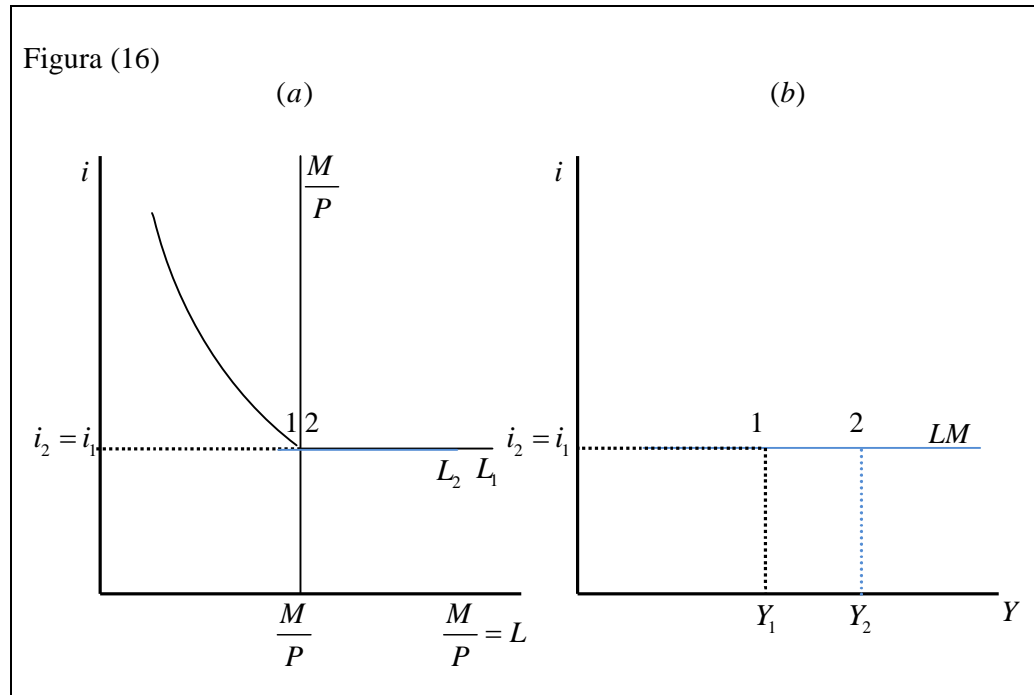
Trampa de la Liquidez

Este es un caso keynesiano donde la *LM* tendrá una forma horizontal. Esto es debido a que la tasa de interés de los bonos se encuentra en un nivel muy bajo (implica precio del bono muy alto) como para desalentar por completo al público a comprar dichos bonos a su vez que preferirán mantener toda su riqueza en dinero (Preferencia absoluta por la liquidez), es decir, habrá una alta demanda de dinero. Las operaciones de mercado abierto del banco central no tienen ningún efecto sobre la tasa de interés ni sobre la producción. Es decir, si $\left(\frac{M}{P}\right)$ se incrementara no produciría cambios ni en (i) ni en (Y) . Este es un caso de política monetaria inefectiva ya que no tiene efectos sobre el nivel de producción ni sobre el nivel de empleo, por el cual Keynes argumentaba preferencias por la política fiscal y no la monetaria.

²⁸ Cuando introduzca el mercado financiero, notará que la pendiente de la demanda de dinero ha disminuido también. Dicha disminución se puede ver mejor hallando dicha pendiente: $\frac{di}{dL} \Big|_L = \frac{1}{L_i} < 0$.

²⁹ Para una comprobación matemática sólo tiene que derivar la pendiente de la curva *LM* y analizar el efecto.

En este caso, la **sensibilidad del dinero con respecto a la tasa de interés es extremo** ($L_i = \infty$) y, por lo tanto, la *LM* se hace horizontal. Veamos.



En la Figura (16), en el plano (a), un aumento del nivel de producción (L_1 es horizontal ya que $L_i = \infty$) no afecta a la demanda de dinero ($L_1 = L_2$), por lo tanto, la tasa de interés no varía. En el plano (b), la pendiente queda en forma horizontal dado el incremento inicial del nivel de producción y una tasa de interés invariable.

3.4.3. Desplazamiento y movimiento de la *LM*

Tanto la rotación como el desplazamiento de la *LM* se pueden dar simultáneamente de manera teórica.

a. Un aumento de la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto al nivel de producción acompañado de un aumento de la oferta monetaria nominal:

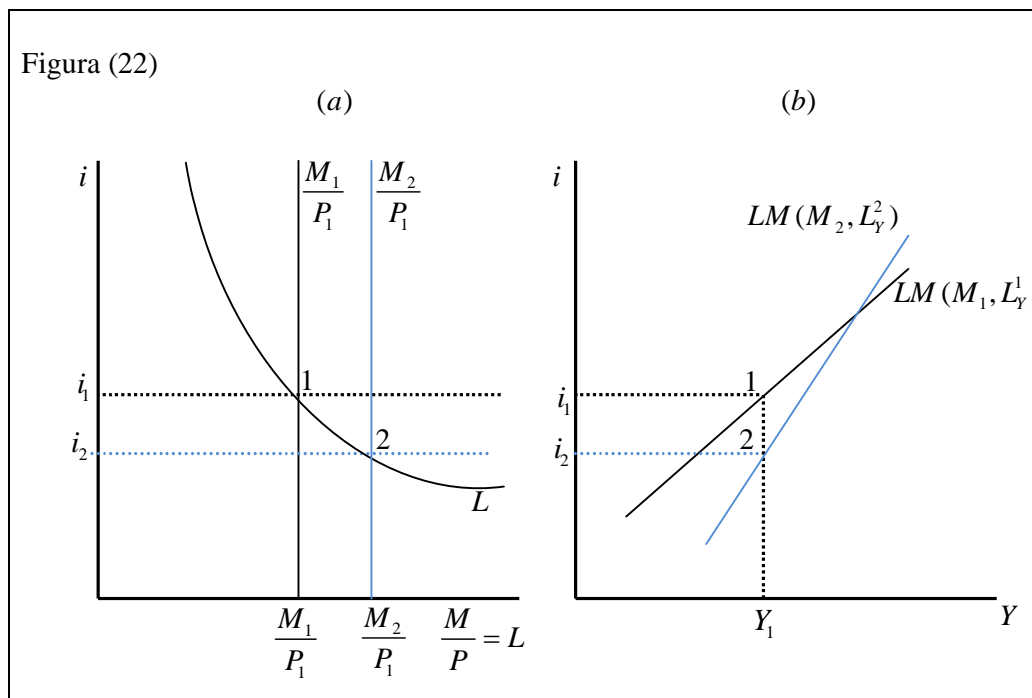
Un aumento de la oferta monetaria nominal genera un incremento de la oferta monetaria real; luego, una disminución de la tasa de interés y, finalmente, desplaza de manera descendente la curva *LM*. De manera más detallada seguirá la siguiente lógica:

$$\uparrow M \rightarrow \uparrow \left(\frac{M}{P} \right) \rightarrow (M^s > M^d), (B^s < B^d) \rightarrow \uparrow P_B \rightarrow \downarrow i \rightarrow \downarrow LM.$$

Analizando la pendiente:

$$\uparrow L_Y \rightarrow \uparrow \left(-\frac{L_Y}{L_i} \right) \rightarrow \uparrow \frac{di}{dY} \Big|_{LM}. \text{ La pendiente se hace más positiva.}$$

Página | 47



En la Figura (22), en el plano (a), un aumento de la oferta monetaria nominal ha generado el desplazamiento de la oferta monetaria real hacia la derecha, desde $\left(\frac{M_1}{P_1}\right)$ hasta $\left(\frac{M_2}{P_1}\right)$, trasladándose el equilibrio del mercado financiero desde el punto (1) hasta el punto (2) y, finalmente, provocando una disminución de la tasa de interés desde (i_1) hasta (i_2) . En el plano (b), la disminución de la tasa de interés, con un nivel de producción dado, desplazó a la LM desde el punto (1) hasta el punto (2) que representa el nuevo punto de equilibrio del mercado financiero. En este punto la pendiente es más empinada debido al aumento de la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto al nivel de producción de (L_Y^1) a (L_Y^2) .

A la caída de la tasa de interés, sin que haya modificaciones en el nivel de precios, también se le llama el **efecto liquidez** de la política monetaria.

Demostración matemática.

De la Ecuación (15):

$$\frac{dM}{P} = L_Y dY + L_i di.$$

Despejando el (di) con respecto al (dM) y manteniendo constante el resto de variables:

$$di = \left[\frac{1}{PL_i} \right] dM < 0.$$

Página | 48

La ecuación indica que el efecto de un aumento de la oferta monetaria nominal sobre la tasa de interés es negativo (< 0), es decir, la tasa de interés tendrá que disminuir. Por lo tanto, manteniendo constante el nivel de producción, esta ecuación confirma que la curva *LM* debe de desplazarse de manera descendente.

b. Una disminución de la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés acompañado de un aumento del nivel general de precios:

Un aumento del nivel de precios genera una caída de la oferta monetaria real; luego, un aumento de la tasa de interés y, finalmente, desplaza de manera ascendente la curva *LM* :

$$\uparrow P \rightarrow \downarrow \left(\frac{M}{P} \right) \rightarrow \uparrow i \rightarrow \uparrow LM.$$

Analizando la pendiente *LM* :

$$\downarrow L_i \rightarrow \uparrow \left(-\frac{L_Y}{L_i} \right) \rightarrow \uparrow \frac{di}{dY} \Big|_{LM}. \text{ La pendiente se hace más positiva.}$$

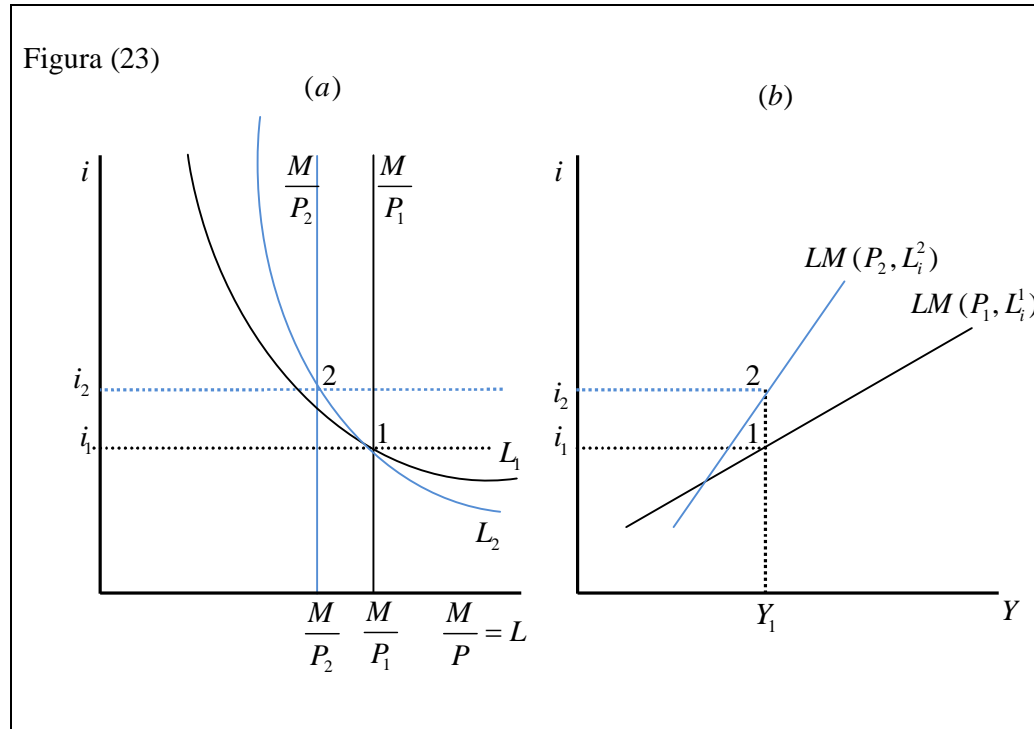
Por otro lado, analizando la pendiente de la demanda de dinero:

$$\downarrow L_i \rightarrow \uparrow \frac{1}{L_i} \rightarrow \uparrow \frac{di}{dL} \Big|_L. \text{ La pendiente se hace más empinada.}$$

En la Figura (23), en el plano (a) , un aumento del nivel de precios ha generado el desplazamiento de la oferta monetaria real hacia la izquierda, desde $\left(\frac{M}{P_1} \right)$ hasta $\left(\frac{M}{P_2} \right)$, trasladándose el equilibrio del mercado financiero desde el punto (1) hasta el punto (2). Simultáneamente la disminución de la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés ($\downarrow L_i$) ha modificado la curva de demanda de dinero (*L*) haciéndola más empinada. Finalmente estos cambios han provocado un aumento de la tasa de interés desde (i_1) hasta (i_2) . En el plano (b) , el aumento de la tasa de interés, dado un nivel de producción, desplazó a la *LM* de manera ascendente desde el punto (1) hasta el punto (2). Este último punto representa el nuevo equilibrio del mercado

financiero pero con una pendiente más empinada debido a una disminución de la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés de (L_t^1) a (L_t^2) .

A la subida de la tasa de interés provocado por un aumento del nivel de precios, manteniendo la masa monetaria constante, también se le llama el **efecto saldo real** de la política monetaria.



Demostración matemática.

De la Ecuación (15):

$$-\frac{MdP}{P^2} = L_Y dY + L_i di.$$

Despejando el (di) con respecto al (dP) y manteniendo constante el resto de variables:

$$di = \left[-\frac{M}{P^2 L_i} \right] dP > 0.$$

La ecuación indica que el efecto de un aumento del nivel general de precios en la tasa de interés es positivo (> 0) por lo que se verá incrementado. Por lo tanto, manteniendo constante el nivel de producción, esta ecuación confirma que la curva LM debe desplazarse de manera ascendente.

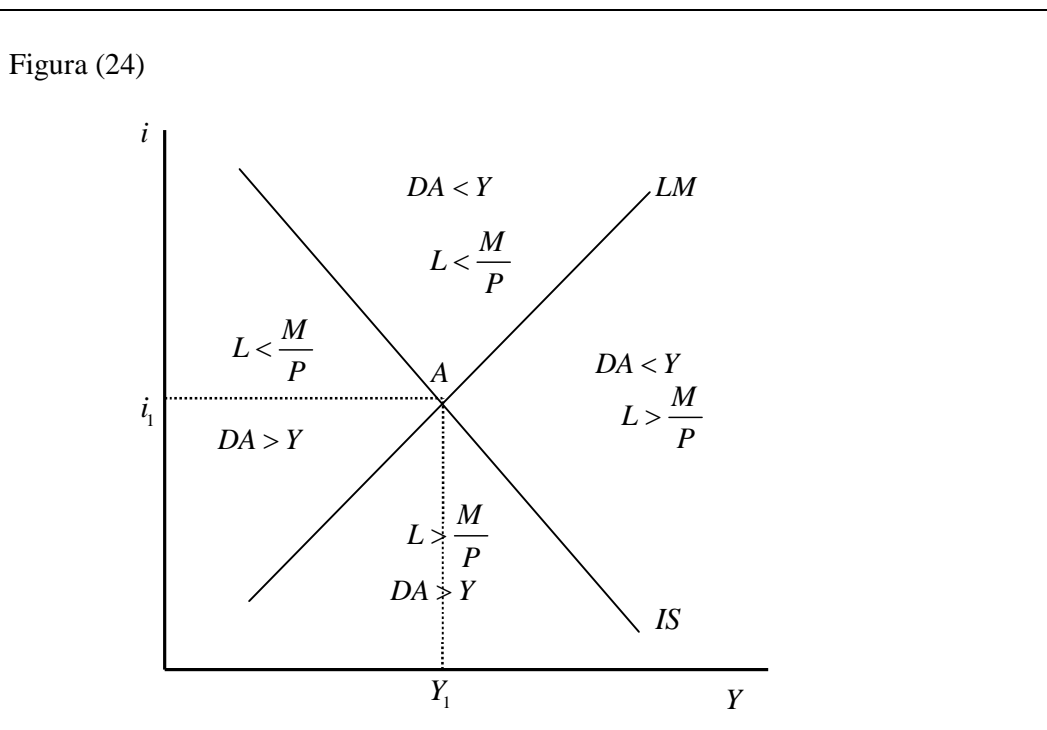
LA INTERACCIÓN *IS-LM*

4.1. EL EQUILIBRIO GENERAL

La relación *IS* no dice cómo la tasa de interés afecta a la producción y la relación *LM* nos dice cómo la producción afecta a la tasa de interés. Uniendo ambas relaciones se determina tanto la tasa de interés como el nivel de producción, donde ambos mercados estarán en equilibrio.

$$\text{Relación } IS : Y = C(Y - tY) + I(Y, \bar{I}, i) + \bar{G}$$

$$\text{Relación } LM : \frac{\bar{M}}{P} = L(Y, i)$$



En la Figura (24), el punto (A) indica el equilibrio general donde, a una tasa de interés (i_1) y un nivel de producción (Y_1), tanto el mercado de bienes como el mercado financiero estarán en equilibrio $\left(Y = DA; \frac{M}{P} = L \right)$. Los puntos ubicados fuera de las curvas representan situaciones de desequilibrio de la economía. Los excesos generan cambios tanto en la tasa de interés como en el nivel de producción.

Conocemos el **nivel de producción de equilibrio** del mercado de bienes, Ecuación (8),

$$dY = \left[\frac{1}{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y} \right] \left(-YC_{YD}dt + I_i di + d\bar{I} + d\bar{G} \right),$$

Página | 51

además conocemos la **tasa de interés de equilibrio** del mercado financiero, Ecuación (16),

$$di = \left(\frac{1}{PL_i} \right) dM - \left(\frac{M}{P^2 L_i} \right) dP - \left(\frac{L_Y}{L_i} \right) dY,$$

entonces podemos determinar el nivel de producción y la tasa de interés de equilibrio para el modelo *IS - LM*.

Reemplazando la Ecuación (16) en la Ecuación (8):

$$dY = \left[\frac{1}{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y} \right] \left(-YC_{YD}dt + \frac{I_i}{PL_i} dM - \frac{I_i M}{P^2 L_i} dP - \frac{I_i L_Y}{L_i} dY + d\bar{I} + I_Y dY + d\bar{G} \right).$$

Despejando el (dY):

$$dY = \left[\frac{1}{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y + \frac{I_i L_Y}{L_i}} \right] \left(-YC_{YD}dt + \frac{I_i}{PL_i} dM - \frac{I_i M}{P^2 L_i} dP + d\bar{I} + d\bar{G} \right).$$

Esta ecuación representa el **nivel de producción de equilibrio del modelo *IS-LM***. Reemplazando en la Ecuación (16) (tasa de interés de equilibrio del mercado financiero):

$$di = \left(\frac{1}{PL_i} \right) dM - \left(\frac{M}{P^2 L_i} \right) dP - \left(\frac{L_Y}{L_i} \right) \left[\frac{\left(-YC_{YD}dt + \frac{I_i}{PL_i} dM - \frac{I_i M}{P^2 L_i} dP + d\bar{I} + d\bar{G} \right)}{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y + \frac{I_i L_Y}{L_i}} \right].$$

Despejando el (di):

$$di = \left[\left(\frac{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y}{L_i [1 - C_{YD}(1-t) - I_Y] + I_i L_Y} \right) \frac{1}{P} \right] dM - \left[\left(\frac{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y}{L_i [1 - C_{YD}(1-t) - I_Y] + I_i L_Y} \right) \frac{M}{P^2} \right] dP + \left(\frac{L_Y}{L_i [1 - C_{YD}(1-t) - I_Y] + I_i L_Y} \right) (YC_{YD}dt - d\bar{I} - d\bar{G}).$$

Esta ecuación representa la **tasa de interés de equilibrio del modelo *IS-LM***.

4.2. LA POLÍTICA FISCAL

Página | 52

1. La política fiscal expansiva.- Es el aumento del déficit fiscal provocado por un incremento del gasto de gobierno o una disminución de la tasa de impuestos.

2. La política fiscal contractiva o de consolidación.- Es la reducción del déficit fiscal provocado por un aumento de la tasa de impuestos o una reducción del gasto de gobierno.

a. Una política fiscal expansiva con una disminución de los impuestos ¿Cómo afecta a la economía?

Una disminución de la tasa de impuestos conlleva a un incremento del ingreso disponible generando un aumento del consumo; luego, un aumento de la demanda agregada, le sigue un aumento del nivel de producción y, finalmente, desplaza a la *IS* hacia la derecha:

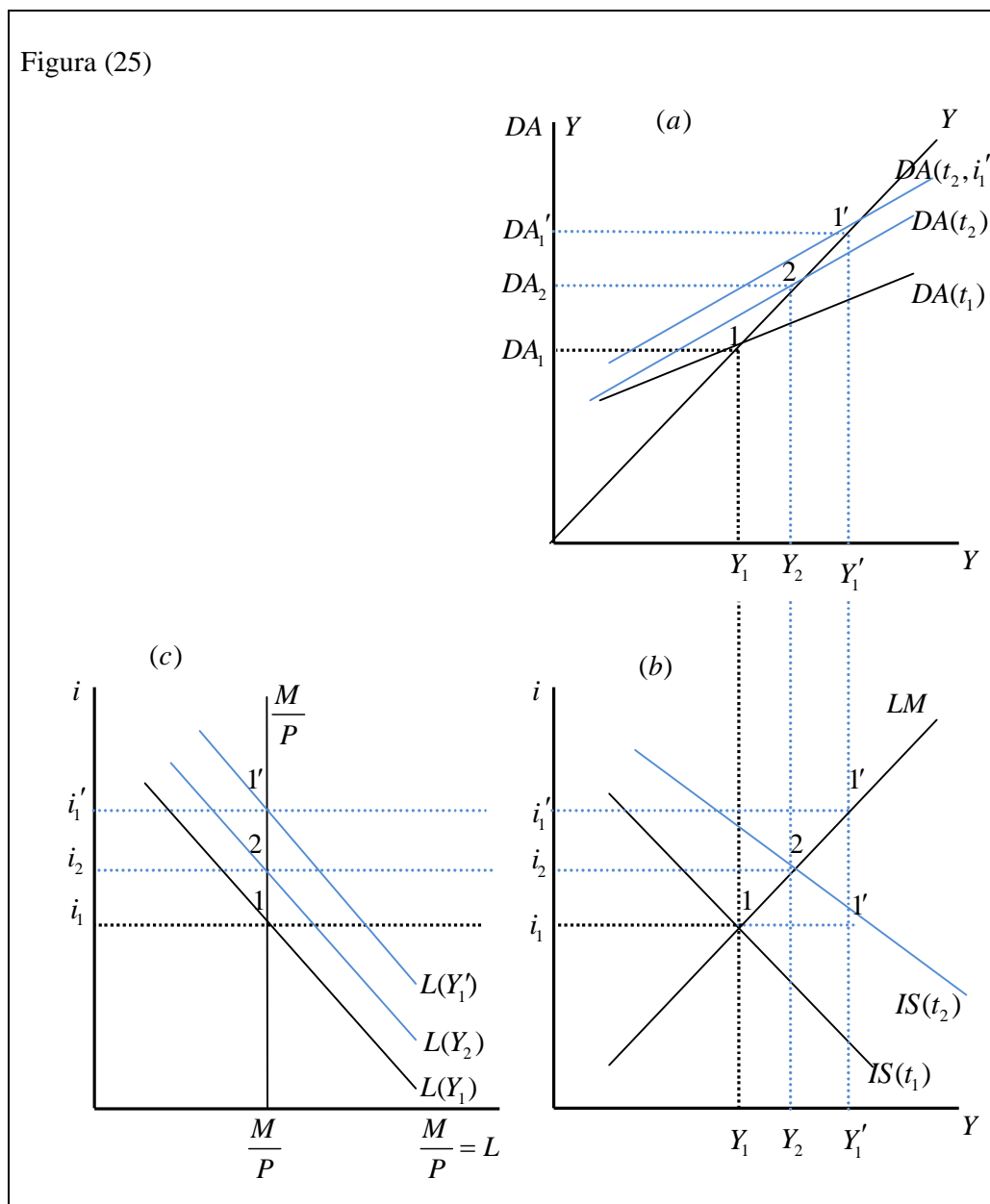
$$\downarrow t \rightarrow \uparrow YD \rightarrow \uparrow C \rightarrow \uparrow DA \rightarrow \uparrow Y \rightarrow \overline{IS};$$

$\downarrow t$ no afecta al mercado financiero, por lo que la *LM* no se desplaza.

$$\downarrow t \rightarrow \uparrow (1-t)C_{YD} \rightarrow \uparrow \left. \frac{dDA}{dY} \right|_{DA} \text{ La pendiente de la } (DA) \text{ es más empinada (ver pie de página (19))}$$

En la Figura (25), una reducción de la tasa de impuesto ha afectado al mercado de bienes, plano (a), provocando un traslado de la curva de demanda agregada hacia arriba, de $(DA(t_1))$ hacia $(DA(t_2, i'_1))$, generando un aumento del nivel de producción de (Y_1) hasta (Y'_1) y el desplazamiento de la curva *IS* en el plano (b). El aumento del nivel de producción ha generado desequilibrios en el mercado financiero, plano (c), elevando la tasa de interés desde (i_1) hasta (i'_1) generando un movimiento a lo largo de la curva *LM*, en el plano, (b) desde (1) hasta (1'). Este aumento de la tasa de interés volvió a desplazar a la demanda agregada hacia el punto (2), en el plano (a), para luego generar una disminución en la producción en el plano (a) y (b). Esta disminución de la producción, de (Y'_1) a (Y_2) , redujo la tasa de interés en el plano (c) y (b) de (i'_1) a (i_2) . Este proceso acaba encontrando el punto de equilibrio (2) en el plano (b). Donde finalmente tanto la tasa de interés como el nivel de producción se encuentran en equilibrio a tasa de (i_2) y cantidad de (Y_2) respectivamente.

Figura (25)



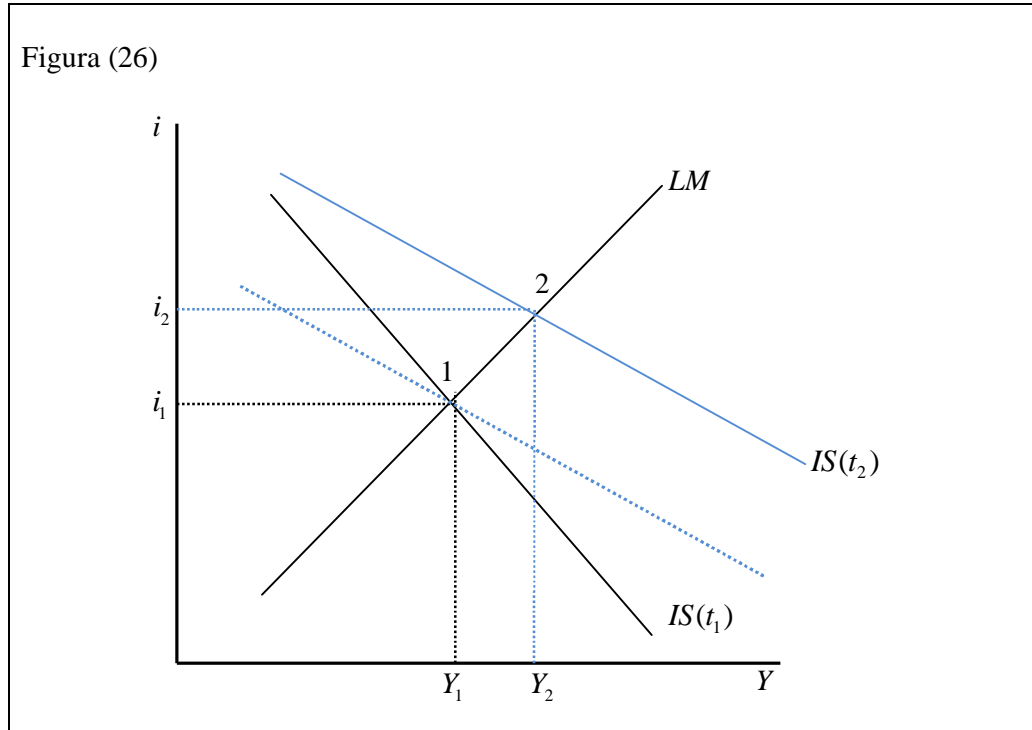
Ampliamos el análisis del plano (b) en la Figura (26).

Una disminución de la tasa de impuesto a desplazado a la IS hacia la derecha provocando un aumento de la producción. El incremento del nivel de producción aumentó la demanda de dinero lo que generó un incremento de la tasa de interés. La economía se movió a lo largo de la LM (desde el punto (1) hasta el punto (2)).

Además la disminución de la tasa de impuestos ha afectado a la pendiente de la IS provocando que esta sea menos empinada.

Demostración matemática.

De la ecuación (7) y la ecuación (15) respectivamente:



Página | 54

$$dY = C_{YD}dY - tC_{YD}dY - YC_{YD}dt + I_idi + d\bar{I} + I_YdY + d\bar{G}$$

$$d\left(\frac{M}{P}\right) = L_YdY + L_idi$$

Reemplazando la Ecuación (15) en la Ecuación (7) y despejando el (dY) con respecto al (dt) y manteniendo constantes el resto de variables:

$$dY = \left[\frac{-YC_{YD}}{(1 - C_{YD}(1 - t) - I_Y) + \frac{I_iL_Y}{L_i}} \right] dt > 0.$$

La ecuación indica que la tasa de impuestos afectó de manera positiva al nivel de producción ya que ésta aumentó. Finalmente, reemplazando esta nueva ecuación en la ecuación (15) y despejando el (di) con respecto al (dt) , manteniendo constante el resto de variables:

$$di = \left[\frac{L_YYC_{YD}}{L_i(1 - C_{YD}(1 - t) - I_Y) + I_iL_Y} \right] dt > 0.$$

La ecuación indica que la tasa de interés aumentó ante una disminución de la tasa de impuestos.

3. Política fiscal inefectiva.- Se da cuando la política fiscal no tiene efectos sobre la actividad económica: el nivel de producción permanece constante. A continuación se presenta sólo algunos casos:

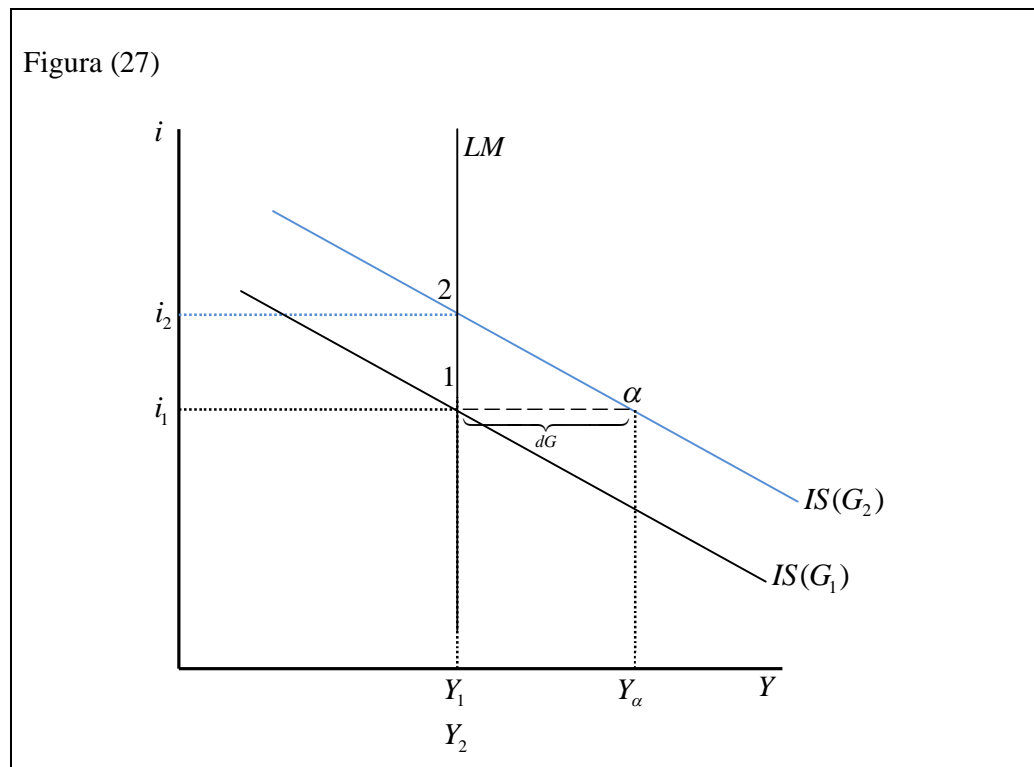
Página | 55

a. Un aumento del gasto de gobierno con insensibilidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés ($L_i = 0$)

Un aumento del gasto de gobierno genera un aumento de la demanda agregada, le sigue un incremento inicial del nivel de producción y, finalmente, desplaza a la *IS* hacia la derecha:

$$\uparrow G \rightarrow \uparrow DA \rightarrow \uparrow Y \rightarrow \overline{IS};$$

$\uparrow G$ no afecta al mercado financiero (*LM* vertical dado $L_i = 0$), por lo que la *LM* no se desplaza⁽³⁰⁾.



³⁰ Cuando introduzca el mercado financiero, notará que la pendiente de la demanda de dinero es vertical. Analice la pendiente, $\left. \frac{di}{dL} \right|_L = \frac{1}{L_i} < 0$.

En la Figura (27), un aumento del gasto de gobierno debió aumentar inicialmente el nivel de producción desde (Y_1) hasta (Y_α) para luego encontrar un punto de equilibrio. Como vemos en la gráfica, el nivel de producción se mantiene $(Y_1 = Y_2)$ dado que la pendiente de la *LM* es vertical. El nuevo equilibrio sólo puede ocurrir en el punto (2) dado el ajuste de la tasa de interés de (i_1) a (i_2) .

Página | 56

Demostración matemática.

De las ecuaciones (7) y (15) respectivamente:

$$dY = C_{YD}dY - tC_{YD}dY - YC_{YD}dt + I_idi + d\bar{I} + I_YdY + d\bar{G}$$

$$d\left(\frac{M}{P}\right) = L_YdY + L_idi$$

Reemplazando la Ecuación (15) en la Ecuación (7) y despejando el (dY) con respecto al (dG) :

$$dY = \left[\frac{L_i}{L_i(1 - C_{YD}(1 - t) - I_Y) + I_iL_Y} \right] dG.$$

Analizando la $L_i = 0$:

$$dY = (0)dG.$$

La ecuación indica que el nivel de producción no varió ante un incremento del gasto de gobierno.

Reemplazando esta última ecuación en la Ecuación (15):

$$di = \left[-\frac{1}{I_i} \right] dG > 0.$$

Esta ecuación nos indica que la tasa de interés reaccionó de manera positiva ante un incremento en el gasto de gobierno, es decir, subió hasta (i_2) .

Otro de los casos de ineficacia de la política fiscal se da cuando la sensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés es extrema ($I_i = \infty$) o cuando la sensibilidad de la inversión con respecto al nivel de producción es extrema ($I_Y = \infty$) donde la pendiente de la *IS* es plana.

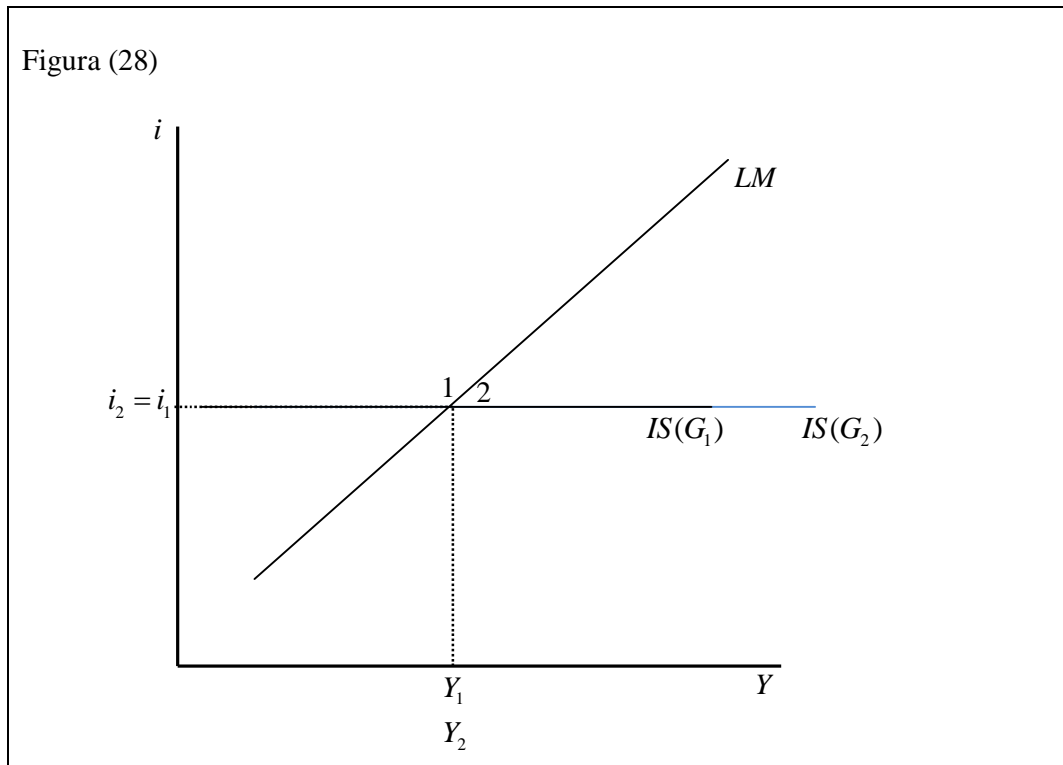
b. Un aumento del gasto de gobierno con una sensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés extrema ($I_i = \infty$):

Un aumento del gasto de gobierno genera un incremento de la demanda agregada, le sigue un aumento del nivel de producción y, finalmente, desplaza a la IS hacia la derecha:

Página | 57

$\uparrow G \rightarrow \uparrow DA \rightarrow \uparrow Y \rightarrow \overline{IS}$, donde la IS es plana dado $I_i = \infty$.

$\uparrow G$ no afecta al mercado financiero, por lo que la LM no se desplaza.



En la Figura (28), un aumento del gasto público, de (G_1) hasta (G_2) , no ha generado ningún movimiento tanto en la tasa de interés como en el nivel de producción.

Demostración matemática.

De las ecuaciones (7) y (15) respectivamente:

$$dY = C_{YD}dY - tC_{YD}dY - YC_{YD}dt + I_idi + d\bar{I} + I_YdY + d\bar{G}$$

$$d\left(\frac{M}{P}\right) = L_YdY + L_idi$$

Reemplazando la Ecuación (15) en la Ecuación (7) y despejando el (dY) respecto del (dG) , manteniendo constante el resto de variables:

$$dY = \left[\frac{1}{(1 - C_{YD}(1 - t) - I_Y) + \frac{I_i L_Y}{L_i}} \right] dG.$$

Analizando la $I_i = \infty$:

$$dY = (0)dG.$$

La ecuación indica que el nivel de producción no varía ante un incremento del gasto de gobierno en condiciones de sensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés extrema.

Reemplazando la última ecuación en la Ecuación (15) :

$$di = \left[-\frac{1}{I_i} \right] dG$$

Analizando la $I_i = \infty$

$$di = (0)dG$$

La ecuación indica que la tasa de interés no varía ante el incremento del gasto de gobierno en condiciones de sensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés extrema.

4.3. LA POLÍTICA MONETARIA

1.- expansión monetaria.- Es el aumento de la oferta monetaria por parte de la autoridad monetaria (banco central).

2.- Contracción o restricción monetaria.- Es la reducción de la oferta monetaria por dicha autoridad o también llamado endurecimiento monetario.

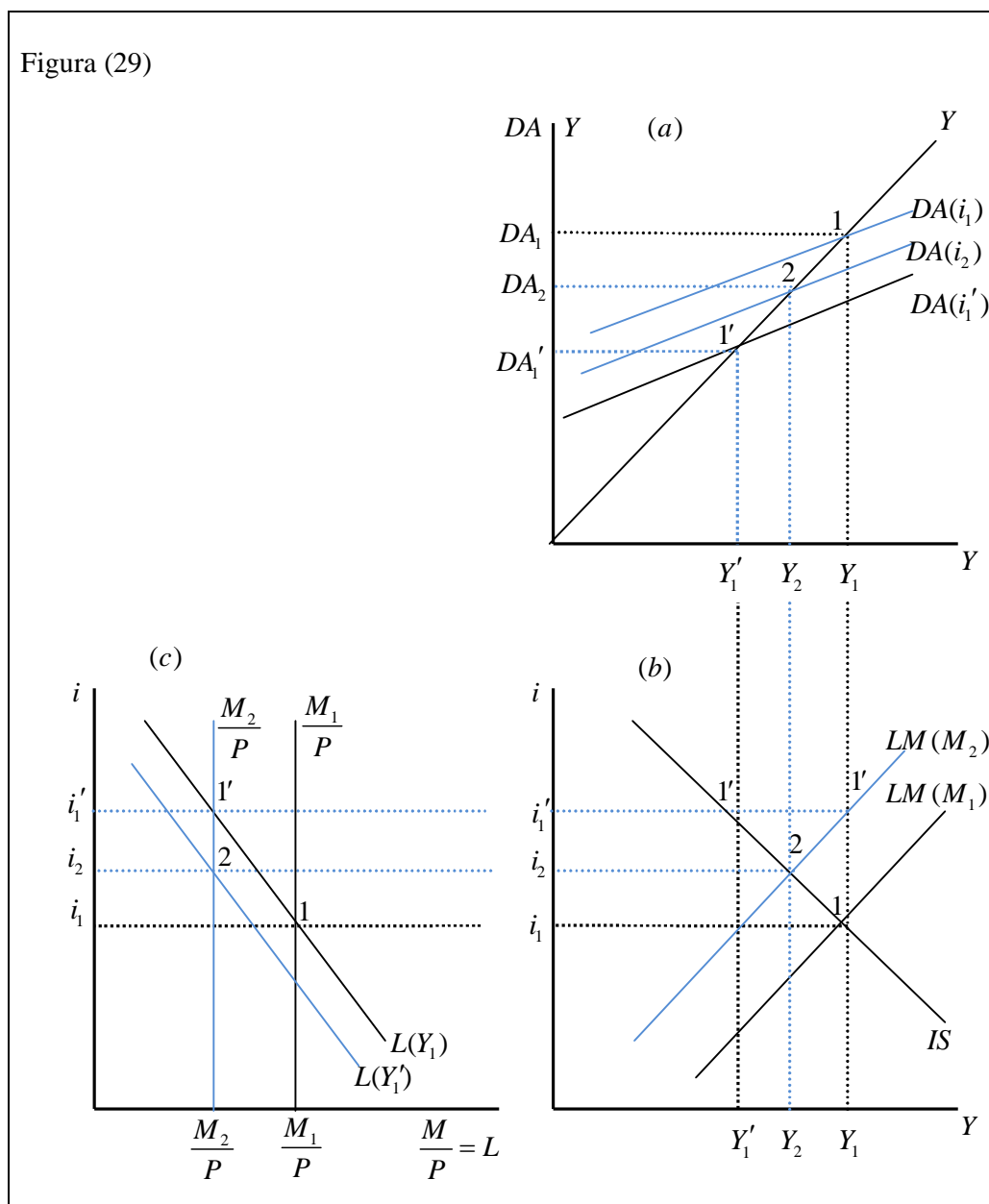
a. Una restricción monetaria

Esto significa que el banco central disminuye la oferta monetaria nominal. Esta disminución genera una reducción de la oferta monetaria real; luego, un aumento de la tasa de interés y, finalmente, desplaza de manera ascendente a la curva LM . De manera más detallada seguirá la siguiente lógica:

$$\downarrow M \rightarrow \downarrow \left(\frac{M}{P} \right) \rightarrow (M^s < M^d), (B^s > B^d) \rightarrow \downarrow P_B \rightarrow \uparrow i \rightarrow \uparrow LM;$$

↓ M no afecta al mercado de bienes por lo que la IS no se desplaza.

Figura (29)

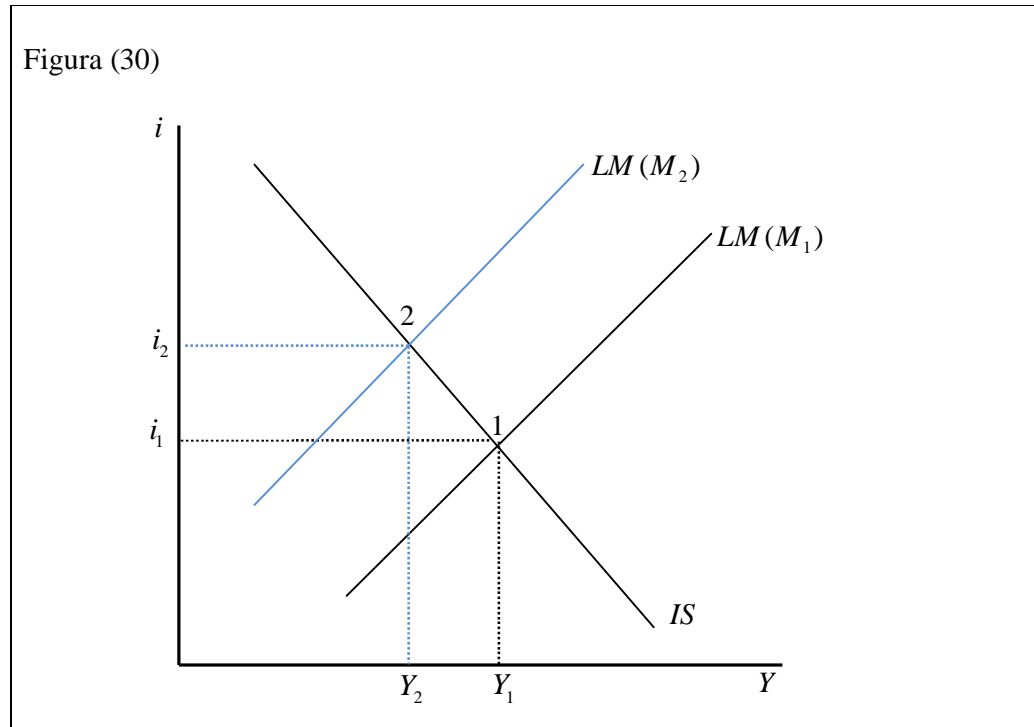


En la Figura (29), una reducción de la oferta monetaria nominal en el mercado financiero, plano (c), ha provocado un traslado de la curva de oferta monetaria hacia la izquierda, de $\left(\frac{M_1}{P}\right)$ hacia $\left(\frac{M_2}{P}\right)$, provocando una subida de la tasa de interés desde (i_1) hasta (i'_1) . El aumento de la tasa de interés ha generado, en el modelo $IS - LM$ (plano (b)), el desplazamiento de la curva LM hacia arriba, desde el punto (1) hasta el punto (1'). Por otro lado, también ha provocado, en el mercado de bienes (plano (a)) una caída de la demanda agregada del punto (1) hasta el punto (1') y, por consiguiente, una caída de la producción desde (Y_1) hasta (Y'_1) buscando equilibrarse. La caída de la

producción volvió a afectar al mercado financiero desplazando la curva de demanda de dinero desde el punto (1') hasta el punto (2), disminuyendo la tasa de interés de (i_1') hasta (i_2). Esta vez, la nueva tasa de interés equilibra ambos mercados en el punto (2). Finalmente, la caída de la tasa de interés ha generado un aumento de la demanda agregada en el mercado de bienes, plano (a), desde el punto (1') hasta el punto (2), donde el nuevo nivel de producción (Y_2) también alcanza equilibrio.

Página | 60

Ampliando el plano de la *IS - LM*, de la Figura (29), en la nueva Figura (30):



En la Figura (30), la disminución de la oferta monetaria ha generado una caída de la tasa de interés y a su vez éste ha provocado una caída de la inversión y, por consiguiente, de la demanda agregada. Finalmente la producción disminuyó. La *LM* se desplazó hacia arriba y la economía se movió a lo largo de la *IS* (desde el punto (1) hasta el punto (2)). La curva *LM* parece haberse desplazado a la izquierda, pero el plano (b) de la Figura (29) indica un desplazamiento hacia arriba.

Demostración matemática.

De las ecuaciones (7) y (15) respectivamente:

$$dY = C_{YD}dY - tC_{YD}dY - YC_{YD}dt + I_idi + d\bar{I} + I_YdY + d\bar{G}$$

$$\frac{dM}{P} - \frac{MdP}{P^2} = L_YdY + L_idi$$

Reemplazando la Ecuación (15) en la Ecuación (7) y manteniendo constante el resto de variables:

$$di = \left[\frac{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y}{P I_i L_Y + P L_i (1 - C_{YD}(1-t) - I_Y)} \right] dM > 0.$$

 Página | 61

Esta ecuación nos indica que la tasa de interés aumenta ante una disminución de la oferta monetaria nominal.

Reemplazando esta ecuación en la Ecuación (15):

$$dY = \left[\frac{I_i}{P L_Y I_i + P (1 - C_{YD}(1-t) - I_Y)} \right] dM < 0.$$

La ecuación indica que el nivel de producción disminuye ante la disminución de la oferta monetaria nominal.

3.- Política monetaria inefectiva

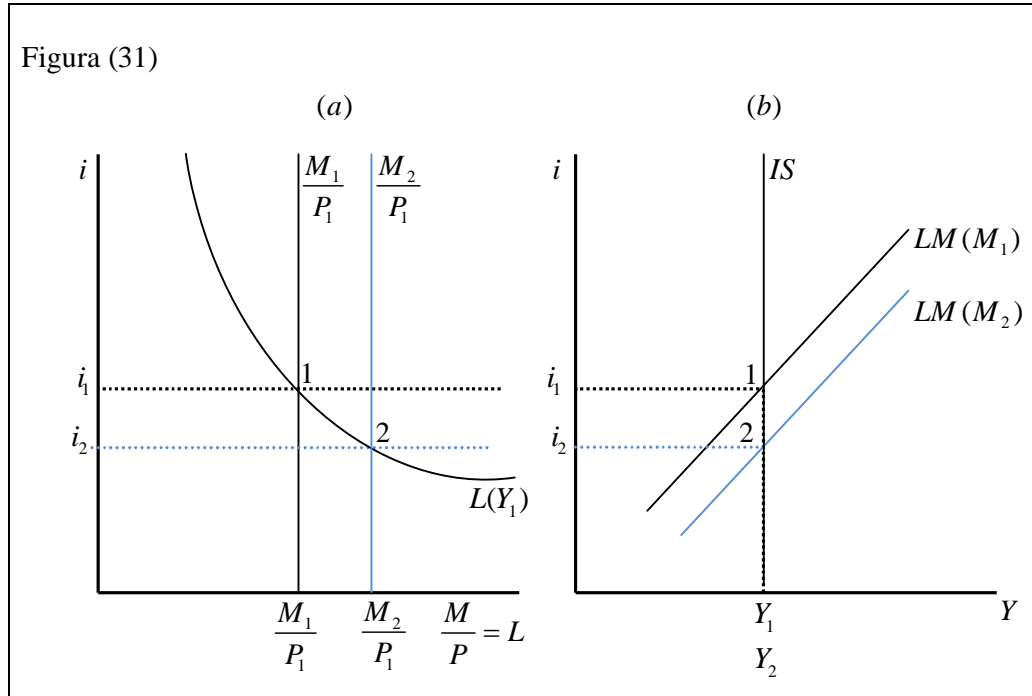
Se da cuando la política monetaria no tiene efectos sobre el nivel de actividad de la economía: el nivel de producción no se ve afectado. La sensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés es nulo donde la pendiente de la *IS* es vertical. La política monetaria también será inefectiva cuando exista una insensibilidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés o una sensibilidad extrema de la demanda de dinero con respecto al nivel de producción donde la curva *LM* será vertical.

a. Un aumento de la masa monetaria con insensibilidad de la inversión con respecto a la tasa de interés ($I_i = 0$):

Un aumento de la oferta monetaria nominal genera un incremento de la oferta monetaria real; luego, una disminución de la tasa de interés y, finalmente, desplaza de manera descendente a la curva *LM*. De manera más detallada seguirá la siguiente lógica:

$$\uparrow M \rightarrow \uparrow \left(\frac{M}{P} \right) \rightarrow (M^s > M^d), (B^s < B^d) \rightarrow \uparrow P_B \rightarrow \downarrow i \rightarrow \downarrow LM;$$

$\uparrow M$ no afecta al mercado de bienes por lo que la *IS* no se desplaza. Consideramos a la *IS* vertical ($I_i = 0$).



En la Figura (31), en el plano (a), un aumento de la oferta monetaria nominal ha generado un traslado de la curva de oferta monetaria hacia la derecha, de $\left(\frac{M_1}{P}\right)$ hacia $\left(\frac{M_2}{P}\right)$, provocando una disminución de la tasa de interés desde (i_1) hasta (i_2) . En el plano (b), una disminución de la tasa de interés desplazó a la LM de manera descendente desde el punto (1) hasta el punto (2) sin variaciones en el nivel de producción $(Y_1 = Y_2)$.

Demostración matemática.

De las ecuaciones (7) y (15) respectivamente:

$$dY = C_{yD}dY - tC_{yD}dY - YC_{yD}dt + I_idi + d\bar{I} + I_YdY + d\bar{G}$$

$$\frac{dM}{P} - \frac{MdP}{P^2} = L_YdY + L_idi$$

Reemplazando la Ecuación (15) en la Ecuación (7):

$$di = \left[\frac{1 - C_{yD}(1-t) - I_Y}{PI_iL_Y + PL_i(1 - C_{yD}(1-t) - I_Y)} \right] dM < 0.$$

La ecuación nos indica que la tasa de interés disminuye ante un incremento de la masa monetaria nominal bajo las condiciones propuestas.

Reemplazando esta ecuación en la Ecuación (15):

$$dY = \left[\frac{I_i}{PL_Y I_i + P(1 - C_{YD}(1 - t) - I_Y)} \right] dM.$$

Página | 63

Analizando la $I_i = 0$:

$$dY = (0)dM.$$

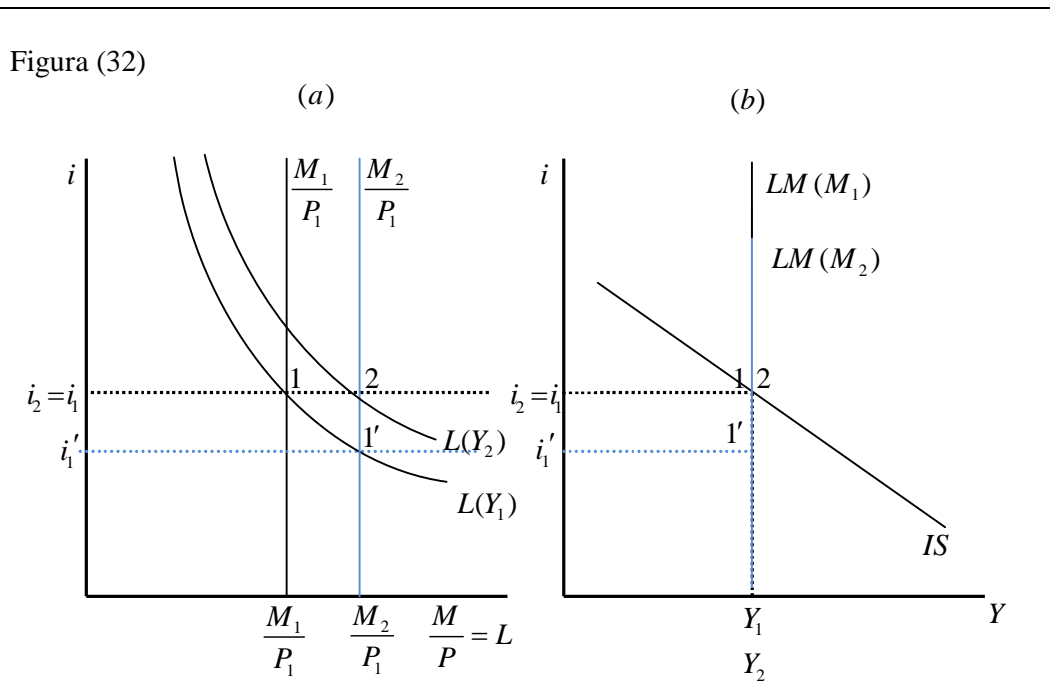
La ecuación nos indica que el nivel de producción no varía ante un incremento de la oferta monetaria nominal bajo las condiciones propuestas.

b. Un aumento de la masa monetaria con una sensibilidad de la demanda de dinero con respecto al nivel de producción extrema ($L_Y = \infty$):

Un aumento de la oferta monetaria nominal genera un incremento de la oferta monetaria real; luego, una disminución de la tasa de interés y, finalmente, desplaza de manera descendente a la curva LM . De manera más detallada seguirá la siguiente lógica:

$$\uparrow M \rightarrow \uparrow \left(\frac{M}{P} \right) \rightarrow (M^s > M^d), (B^s < B^d) \rightarrow \uparrow P_b \rightarrow \downarrow i \rightarrow \downarrow LM, \text{ donde la } LM \text{ es vertical } (L_Y = \infty);$$

$\uparrow M$ no afecta al mercado de bienes por lo que la IS no se desplaza.



En la Figura (32), en el plano (*a*), al igual que la propuesta anterior, la oferta monetaria se desplazó hacia la derecha y la tasa de interés inicialmente disminuyó desde (i_1) hasta (i'_1). En el plano (*b*), la disminución de la tasa de interés desplazó a la *LM* de manera ascendente, dado su verticalidad, no afectó al nivel de producción por lo que ($Y_1 = Y_2$). Finalmente, en el plano (*a*), dado una sensibilidad extrema de la demanda de dinero con respecto al nivel de producción, la curva de la demanda de dinero se desplazó hacia arriba desde el punto (1') hasta el punto (2). La tasa de interés volvió a su nivel inicial ($i_1 = i_2$), donde tanto el mercado de bienes como el financiero volvieron al equilibrio en el punto (2).

Demostración matemática.

De las ecuaciones (7) y (15) respectivamente:

$$dY = C_{YD}dY - tC_{YD}dY - YC_{YD}dt + I_idi + d\bar{I} + I_YdY + d\bar{G}$$

$$\frac{dM}{P} - \frac{MdP}{P^2} = L_YdY + L_idi$$

Reemplazando la Ecuación (15) en la Ecuación (7) y manteniendo constantes el resto de variables:

$$di = \left[\frac{1 - C_{YD}(1-t) - I_Y}{PI_iL_Y + PL_i(1 - C_{YD}(1-t) - I_Y)} \right] dM < 0.$$

Analizando $L_Y = \infty$:

$$di = (0)dM.$$

La ecuación indica que la tasa de interés de equilibrio no varía ante un incremento de la oferta monetaria nominal dado las condiciones propuestas.

Reemplazando ésta ecuación en la Ecuación (15):

$$dY = \left[\frac{I_i}{PL_YI_i + P(1 - C_{YD}(1-t) - I_Y)} \right] dM.$$

Analizando la $L_Y = \infty$:

$$dY = (0)dM:$$

La ecuación nos indica que el nivel de producción de equilibrio no varía ante un incremento en la oferta monetaria nominal bajo las condiciones señaladas.

4.4. FORMA MATRICIAL DE ANÁLISIS DE LA INTERACCIÓN *IS-LM*

El método que hemos utilizado anteriormente es el de sustitución. Pero también las matrices son una herramienta algebraica que se puede usar en el análisis de la interacción *IS-LM*. Por supuesto que los resultados, a los que se deben llegar, deben ser iguales.

Página | 65

Reordenando las Ecuaciones (7) y (15) obtenemos un sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned}(1 - C_{YD}(1-t) - I_Y)dY - I_i di &= -YC_{YD}dt + d\bar{I} + d\bar{G} \\ L_Y dY + L_i di &= d\left(\frac{M}{P}\right)\end{aligned}$$

En las partes izquierda de ambas ecuaciones se ubican las variables endógenas, aquellas que queremos explicar dado los cambios en las variables exógenas. Las variables exógenas se ubican en la parte derecha en ambas ecuaciones.

De forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 - C_{YD}(1-t) - I_Y & -I_i \\ L_Y & L_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ di \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -YC_{YD} & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dt \\ d\bar{I} \\ d\bar{G} \\ d\left(\frac{M}{P}\right) \end{bmatrix}$$

Para despejar el vector $\begin{bmatrix} dY \\ di \end{bmatrix}$, tenemos que hallar la matriz inversa de los coeficientes de las variables endógenas⁽³¹⁾, de esta manera podemos ubicarlos en la parte derecha de la identidad de matrices. Las partes de la matriz inversa son:

$$Det(A) = L_i(1 - C_{YD}(1-t) - I_Y) + I_i L_Y$$

$$Adj(A) = \begin{bmatrix} L_i & I_i \\ -L_Y & 1 - C_{YD}(1-t) - I_Y \end{bmatrix}$$

Donde $Det(A)$ es la determinante de la matriz (A) y $Adj(A)$ es la adjunta de la matriz. Reemplazando ambas partes y luego procediendo a resolver:

³¹ Si no desea hallar la adjunta o proceder de esta forma, también puede resolverse mediante el uso de la Regla de Cramer.

$$\begin{bmatrix} dY \\ di \end{bmatrix} = \frac{1}{\text{Det}(A)} \text{Adj}(A) \begin{bmatrix} -YC_{YD} & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dt \\ d\bar{I} \\ d\bar{G} \\ d\left(\frac{M}{P}\right) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dY \\ di \end{bmatrix} = \frac{1}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} \begin{bmatrix} L_i & I_i \\ -L_Y & 1-C_{YD}(1-t)-I_Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -YC_{YD} & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dt \\ d\bar{I} \\ d\bar{G} \\ d\left(\frac{M}{P}\right) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dY \\ di \end{bmatrix} = \frac{1}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} \begin{bmatrix} -L_iYC_{YD} & L_i & L_i & I_i \\ L_YYC_{YD} & -L_Y & -L_Y & 1-C_{YD}(1-t)-I_Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dt \\ d\bar{I} \\ d\bar{G} \\ d\left(\frac{M}{P}\right) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dY \\ di \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-L_iYC_{YD}}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} + \frac{L_i}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} + \\ \frac{L_YYC_{YD}}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} + \frac{-L_Y}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} + \\ \frac{L_i}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} + \frac{I_i}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} + \\ \frac{-L_Y}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} + \frac{1-C_{YD}(1-t)-I_Y}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dt \\ d\bar{I} \\ d\bar{G} \\ d\left(\frac{M}{P}\right) \end{bmatrix}.$$

Finalmente:

$$\begin{bmatrix} dY \\ di \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-L_iYC_{YD}}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} dt + \frac{L_i}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} d\bar{I} + \\ \frac{L_YYC_{YD}}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} dt + \frac{-L_Y}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} d\bar{I} + \\ \frac{L_i}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} d\bar{G} + \frac{I_i}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} d\left(\frac{M}{P}\right) + \\ \frac{-L_Y}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} d\bar{G} + \frac{1-C_{YD}(1-t)-I_Y}{L_i(1-C_{YD}(1-t)-I_Y)+I_iL_Y} d\left(\frac{M}{P}\right) \end{bmatrix}.$$

Si queremos saber cuáles son los efectos en la tasa de interés y el nivel de producción de un cambio en la tasa de impuestos, por ejemplo, un aumento, sólo tenemos que mantener constante el efecto de las otras variables. Esto implica que

$$d\bar{I} = 0; d\bar{G} = 0; d\left(\frac{M}{P}\right) = 0$$

por lo que nuestra expresión matricial se reduciría a la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} dY \\ di \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-YC_{YD}}{(1 - C_{YD}(1 - t) - I_Y) + \frac{I_i L_Y}{L_i}} dt \\ \frac{L_Y YC_{YD}}{L_i(1 - C_{YD}(1 - t) - I_Y) + I_i L_Y} dt \end{bmatrix}.$$

Igualando los componentes de ambos vectores:

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dt} &= \frac{-YC_{YD}}{(1 - C_{YD}(1 - t) - I_Y) + \frac{I_i L_Y}{L_i}} < 0 \\ \frac{di}{dt} &= \frac{L_Y YC_{YD}}{L_i(1 - C_{YD}(1 - t) - I_Y) + I_i L_Y} < 0 \end{aligned}$$

El análisis de los signos nos informa que los efectos de un aumento en la tasa de impuestos son negativos en ambos casos, es decir, tanto el nivel de producción como la tasa de interés de equilibrio tendrán que disminuir. Como ve, los resultados son las mismas que se obtuvieron en el ejemplo (a) de la política fiscal.

Para analizar los efectos de las otras variables exógenas sobre las endógenas, sólo tiene que seguir el mismo procedimiento anterior.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Página | 68

ARGANDOÑA RÁMIZ, ANTONIO

1971. **La teoría monetaria moderna**. Ediciones Ariel.

B. ABEL, ANDREW; BERNANKE, BEN S.

2004. **Macroeconomía**. Pearson Educación. Cuarta edición. Madrid-España.

BLANCHARD, OLIVIER

2006. **Macroeconomía**. Prentice Hall. Cuarta edición.

DE GREGORIO REBECO, JOSÉ F.

2007. **Macroeconomía. Teoría y políticas**. Pearson Educación. Primera edición.

DE LONG, J BRADFORD

2003. **Macroeconomía**. McGraw-Hill. Primera edición.

FROYEN, RICHARD T.

1997. **Macroeconomía. Teorías y políticas**. A. Simon & Schuster Company- PHH. Quinta edición.

HILL, DAVID R.; KOLMAN, BERNARD

2006. **Álgebra Lineal**. Pearson Educación. Octava edición.

LE ROY MILLER, ROGER; VAN HOOSE, DAVID D.

2005. **Macroeconomía. Teorías, políticas y aplicaciones internacionales**. Thomson Editores. Tercera edición.

MANKIW, GREGORY

2000. **Macroeconomía**. Antoni Bosch, Editor. Cuarta edición.

SACHS, JEFFREY D.; LARRAÍN B., FELIPE

2002. **Macroeconomía en la economía global**. Prentice Hall. Segunda edición.

SYDSAETER, KNUT; HAMMOND, PETER

1996. **Matemáticas para el análisis económico**. Prentice Hall. Primera edición.