

"Año del centenario de machu picchu para el mundo"

UNIVERSIDAD NACIONAL FEDERICO VILLARREAL

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS

CURSO: *INVESTIGACION OPERATIVA I*

TEMA: *SOLUCIÓN DE PROBLEMAS
DE PROGRAMACIÓN LINEAL*

ALUMNO: *DAVID VALERO CASAS*

V CICLO



LIMA - PERÚ

Alumno: David Valero Casas
dedavid_100@hotmail.com

PROBLEMA 1

La cadena de restaurantes “Don Pedrito”, trabaja las 24 hrs. del día, han abierto un nuevo restaurante en las ciudades del Norte, y por ello requiere contratar meseras. El administrador ha dividido las 24 horas en horarios de tres y determina el número mínimo requerido de meseras para dichos horarios.

Número	Horario	# mínimo meseras
1	0-3	4
2	3-6	3
3	6-9	8
4	9-12	6
5	12-15	7
6	15-18	14
7	18-21	10
8	21-24	5

Si cada mesera trabaja 3 horarios consecutivos, le regalan una hora de comida, determinar el P.L. que determine el menor número de meseras por contratar. Contratar con el empleo del programa LINDO, los resultados y solución optima.

SOLUCIÓN

Para que la cantidad de meseras sea realmente mínimo y que cubran todos los horarios tendríamos que forzar a que hayan meseras que trabajen tres horarios consecutivos.

Entonces definimos nuestras variables de decisión:

X_j = Numero de meseras que se necesita para cada horario, donde,
 $j = 1, 2, 3, \dots, 8$

FUNCIÓN OBJETIVO:

$$Z \min = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8$$

SUJETO A:

$$X_1 + X_2 + X_3 \geq 8$$

$$X_2 + X_3 + X_4 \geq 6$$

$$X_3 + X_4 + X_5 \geq 7$$

$$X_4 + X_5 + X_6 \geq 14$$

$$X_5 + X_6 + X_7 \geq 10$$

$$X_6 + X_7 + X_8 \geq 5$$







$$X_1 + X_7 + X_8 \geq 4$$



























$$X_6 + X_7 + X_8 \geq 3$$

$$X_j = 1, 2, 3, \dots, 8$$

LINDO - [Reports Window]

File Edit Solve Reports Window Help





LP OPTIMUM FOUND AT STEP 5

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 22.00000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	4.000000	0.000000
X2	4.000000	0.000000
X3	0.000000	0.000000
X4	4.000000	0.000000
X5	3.000000	0.000000
X6	7.000000	0.000000
X7	0.000000	1.000000
X8	0.000000	1.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-1.000000
3)	2.000000	0.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	0.000000	-1.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	2.000000	0.000000
8)	0.000000	0.000000
9)	4.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 5

THE TABLEAU

ROW	(BASIS)	X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	ART	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	X2	0.000	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
3	SLK 3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	X5	0.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000
5	X6	0.000	0.000	-1.000	0.000	0.000	1.000
6	X4	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
7	SLK 7	0.000	0.000	-1.000	0.000	0.000	0.000
8	X1	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	SLK 9	0.000	0.000	-1.000	0.000	0.000	0.000

ROW	X7	X8	SLK 2	SLK 3	SLK 4	SLK 5	SLK 6
1	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000
2	-1.000	-1.000	-1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	-2.000	-1.000	-1.000	1.000	0.000	-1.000	1.000
4	1.000	0.000	0.000	0.000	-1.000	1.000	-1.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-1.000	0.000
6	-1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-1.000	1.000
7	-1.000	-1.000	0.000	0.000	1.000	-1.000	0.000
8	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	-1.000	-1.000	0.000	0.000	1.000	-1.000	0.000

ROW	SLK 7	SLK 8	SLK 9	
1	0.000	0.000	0.000	-22.000
2	0.000	1.000	0.000	4.000
3	0.000	1.000	0.000	2.000
4	0.000	0.000	0.000	3.000
5	0.000	0.000	0.000	7.000
6	0.000	0.000	0.000	4.000
7	1.000	0.000	0.000	2.000
8	0.000	-1.000	0.000	4.000
9	0.000	0.000	1.000	4.000

INTERPRETACION:

La cantidad óptima de meseras a contratar serian 22, con las siguientes cantidades para cada horario

$$X1=4$$

$$X2=4$$

$$X3=0$$

$$X4=4$$

$$X5=3$$

$$X6=7$$

$$X7=0$$

$$X8=0$$

Para los horarios X1, X2, X4, X5, X6, contamos con dichas cantidades de meseras, las cuales sumando llegan a ser 22, según los requerimientos de la empresa podríamos decir basándonos en la condición que presenta textualmente el problema (se regala 1 hora de comida a las meseras que trabajen tres horarios consecutivos) si seguimos rigurosamente esta condición entonces las cantidades de meseras en cada horario serian la combinación optima para cubrir los requerimientos.

PROBLEMA 2

Resolver el siguiente problema por el método simplex. Evaluar la tabla final, eliminar la tercera desigualdad para después convertir el problema Primal a Dual y resolver por el *método dual simplex*

$$\text{OPTIMIZAR } Z = 18x_1 + 3.5x_2 + 16x_3$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 2x_3 &= 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2.5x_3 &= 10 \\ x_1 + 0.5x_2 &= 5 \\ 0.5x_1 + 0.5x_2 + 0.4x_3 &= 5 \\ x_j &\geq 0 \end{aligned}$$

SOLUCIÓN

Por el método del algoritmo simplex:

$$Z - 18X_1 - 3.5X_2 - 16X_3 = 0$$

$$\begin{aligned} 2X_1 + X_2 + 2X_3 + h_1 &= 7 \\ 3X_1 + 2X_2 + 2.5X_3 + h_2 &= 10 \\ X_1 + X_2 + h_3 &= 5 \\ 0.5X_1 + 0.5X_2 + 0.4X_3 + h_4 &= 5 \end{aligned}$$

base	Z	X_1	X_2	X_3	h_1	h_2	h_3	h_4	b
	1	-18	-7/2	-16	0	0	0	0	0
h_1	0	2	1	2	1	0	0	0	7
h_2	0	3	2	5/2	0	1	0	0	10
h_3	0	1	1/2	0	0	0	1	0	5
h_4	0	1/2	1/2	2/5	0	0	0	1	5
	1	0	17/2	-1	0	6	0	0	60
h_1	0	0	-1/3	1/3	1	-2/3	0	0	1/3
X_1	0	1	2/3	5/6	0	1/3	0	0	10/3
h_3	0	0	-1/6	-5/6	0	-1/3	1	0	5/3
h_4	0	0	1/6	-1/60	0	-1/6	0	1	10/3
	1	0	15/2	0	0	4	0	0	61
X_3	0	0	-1	1	3	-2	0	0	1
X_1	0	1	3/2	0	-15/6	2	0	0	5/2
h_3	0	0	-1			-2	1	0	5/2
h_4	0	0	3/20	0	1/20	-1/5	0	1	67/20

$$\therefore Z_{opt} = 61 ; X_1 = \frac{5}{2} ; X_2 = 0 ; X_3 = 1 ; h_1 = 0 ; h_2 = 0 ; h_3 = \frac{5}{2} ; h_4 = \frac{67}{20}$$

Nos encontramos con la solución óptima, para verificar lo siguiente contrastamos los resultados con el programa LINDO:

LINDO - [Reports Window [C:\Documents and Settings\pc\Escritorio\1.lbx]]

File Edit Solve Reports Window Help

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 61.00000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	2.500000	0.000000
X2	0.000000	7.500000
X3	1.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	3.000000
3)	0.000000	4.000000
4)	2.500000	0.000000
5)	3.350000	0.000000

NO. ITERATIONS= 2

THE TABLEAU

ROW	(BASIS)		X1	X2	X3	SLK 2	SLK 3	SLK 4
1	ART		-18.000	-3.500	-16.000	0.000	0.000	0.000
2	SLK	2	2.000	1.000	2.000	1.000	0.000	0.000
3	SLK	3	3.000	2.000	2.500	0.000	1.000	0.000
4	SLK	4	1.000	0.500	0.000	0.000	0.000	1.000
5	SLK	5	0.500	0.500	0.400	0.000	0.000	0.000
ART	ART		-18.000	-3.500	-16.000	0.000	0.000	0.000

ROW	SLK	5
1	0.000	0.000
2	0.000	7.000
3	0.000	10.000
4	0.000	5.000
5	1.000	5.000
ART	0.000	0.000

RESOLVEMOS LA SEGUNDA PARTE DEL PROBLEMA: Eliminamos la tercera restricción, por lo que nuestro nuevo sistema de P L nos queda:

MODELO PRIMAL:

$$\text{MAX } Z = 18x_1 + 3.5x_2 + 16x_3$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 + x_2 + 2x_3 & & 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2.5x_3 & & 10 \\ 0.5x_1 + 0.5x_2 + 0.4x_3 & & 5 \\ x_j & & 0 \end{array}$$

MODELO DUAL:

$$\text{F.O. } \text{MIN } Z = 7X_1 + 10X_2 + 5X_3$$

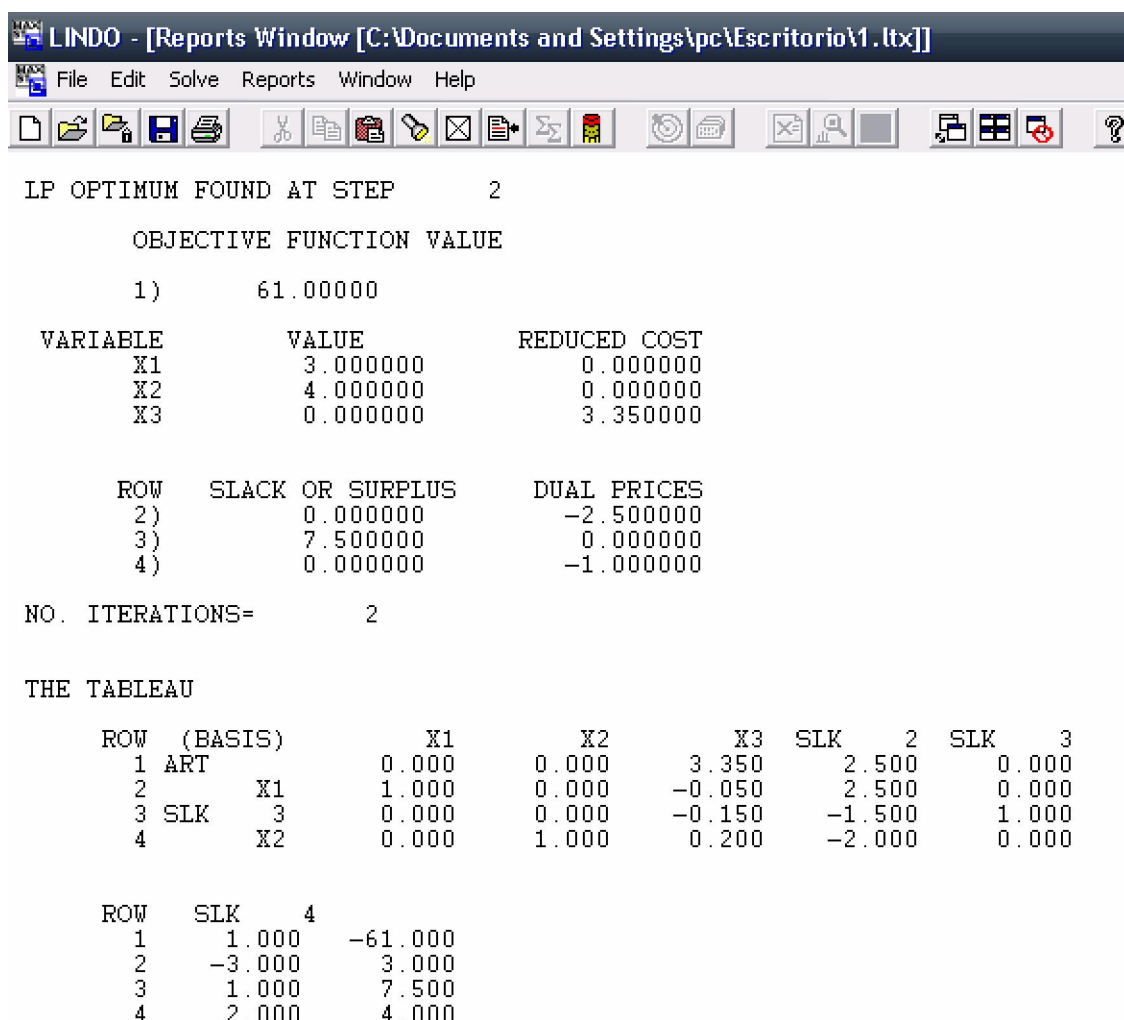
$$\begin{array}{lcl} \text{S.A. } 2X_1 + 3X_2 + 0.5X_3 & \geq & 18 \\ X_1 + 2X_2 + 0.5X_3 & \geq & 3.5 \\ 2X_1 + 2.5X_2 + 0.4X_3 & \geq & 16 \end{array}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL FEDERICO VILLARREAL

FCE

<i>base</i>	<i>Z</i>	<i>X₁</i>	<i>X₂</i>	<i>X₃</i>	<i>H1</i>	<i>A1</i>	<i>H2</i>	<i>A2</i>	<i>H3</i>	<i>A3</i>	<i>b</i>
	1	7	10	5	0	-1	0	-1	0	-1	0
A1	0	2	3	1/2	-1	1	0	0	0	0	18
A2	0	1	2	1/2	0	0	-1	1	0	0	7/2
A3	0	2	5/2	2/5	0	0	0	0	-1	1	16
	1	5M-7	15/2M-10	7/5M-5	-M	0	-M	0	-M	0	75/2 M
A1	0	1/2	0	-1/4	-1	1	3/2	-3/2	0	0	51/4
X2	0	1/2	1	1/4	0	0	-1/2	1/2	0	0	7/4
A3	0	3/4	0	-9/40	0	0	5/4	-5/4	-1	1	93/8
	1	5/4M-2	0	-5/2-19/40M	-M	0	15/4M-5	-11/4M+5	-M	0	195/8 + 35/2
H2	0	1/3	0	-1/6	-2/3	2/3	1	-1	0	0	17/2
X2	0	4/6	1	2/12	-1/3	1/3	0	0	0	0	6
A3	0	4/12	0	-1/60	10/12	-10/3	0	0	-1	1	1
	1	4/12M-1/3	0	-M/60 - 10/3	10/12M+10/3	10/3+2M/12	0	-M	-M	0	60+M
H2	0	3/5	0	-27/150	0	0	1	-1	-4/5	4/5	93/10
X2	0	4/5	1	4/25	0	0	0	0	-2/5	2/5	32/5
H1	0	4/10	0	-1/50	1	-1	0	0	-12/10	12/10	12/10
	1	8	10	8/5	0	-M	0	-M	-M	4-M	64
H2	0	0	0	-3/20	-6/4	6/4	1	-1	1	-1	15/2
X2	0	0	1	1/5	-2	2	0	0	10/5	-10/5	4
X1	0	1	0	-1/20	10/4	-10/4	0	0	-3	3	3
	1	0	0	-67/20	-10/4	10/4 - M	0	-M	-1	1-M	61

CONTRASTAMOS CON EL PROGRAMA "LINDO"



LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 61.00000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	3.000000	0.000000
X2	4.000000	0.000000
X3	0.000000	3.350000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-2.500000
3)	7.500000	0.000000
4)	0.000000	-1.000000

NO. ITERATIONS= 2

THE TABLEAU

ROW	(BASIS)	X1	X2	X3	SLK 2	SLK 3
1	ART	0.000	0.000	3.350	2.500	0.000
2	X1	1.000	0.000	-0.050	2.500	0.000
3	SLK 3	0.000	0.000	-0.150	-1.500	1.000
4	X2	0.000	1.000	0.200	-2.000	0.000

ROW	SLK 4	
1	1.000	-61.000
2	-3.000	3.000
3	1.000	7.500
4	2.000	4.000

INTERPRETAMOS:

En la primera parte del ejercicio cuando se desarrolla el sistema con las 4 restricciones nuestro Z óptimo sale igual a 61; y nos damos con la sorpresa de que al eliminar la tercera restricción, y luego llevando del sistema Primal al sistema Dual, resolvemos y llegamos al mismo nivel óptimo (61). Esto quiere decir que la tercera restricción es irrelevante y que con o sin esa restricción siempre obtendremos el nivel óptimo requerido.

PROBLEMA 3

Una compañía fabrica dos modelos de sombrero: Bae y Viz. La fabricación de los Sombreros se realiza en las secciones de moldeado, pintura y montaje. La fabricación de cada modelo Bae requiere 2 horas de moldeado, 3 de pintura y un montaje. La fabricación del modelo Viz requiere tres horas de moldeado, 2 pinturas y una de montaje. Las secciones de moldeado y pintura disponen, cada una, de un máximo de 1500 horas cada mes, y la de montaje de 600. Si el modelo Bae se vende a \$100 y el modelo Viz a \$ 120. ¿Qué cantidad de sombreros de cada tipo ha de fabricar para maximizar el beneficio mensual? Emplear el *método de dos fases*, comprobar con los resultados generados en la corrida con el programa LINDO. Interpretar su respuesta.

SOLUCIÓN

X_1 = cantidad de sombreros bae

X_2 = cantidad de sombreros biz

F.O $\max 100X_1 + 120X_2$

sujeto a :

$$2X_1 + 3X_2 \leq 1500$$

$$3X_1 + 2X_2 \leq 1500$$

$$X_1 + X_2 = 600$$

Fase-I Factibilidad:

$$2X_1 + 3X_2 + h_1 = 1500$$

$$3X_1 + 2X_2 + h_2 = 1500$$

$$X_1 + X_2 + A_1 = 600$$

$$\max Z^* = A_1$$

$$- A_1 = 0$$

base	Z	X_1	X_2	h_1	h_2	A_1	Solución
	1	0	0	0	0	-1	0
h_1	0	2	3	1	0	0	1500
h_2	0	3	2	0	1	0	1500
A_1	0	1	1	0	0	1	600
	1	1	1	0	0	1	600
h_1	0	2	3	1	0	0	1500
← h_2	0	3	2	0	1	0	1500
A_1	0	1	1	0	0	1	600
	1	0	1/3	0	-1/3	1	100
h_1	0	0	5/3	1	-2/3	0	500
→ X_1	0	1	2/3	0	1/3	0	500
← A_1	0	0	1/3	0	-1/3	1	100
	1	0	0	0	0	0	0
h_1	0	0	0	1	1	-15/3	0
X_1	0	1	0	0	4/3	-2	300
→ X_2	0	0	1	0	-1	3	300

FASE 2 - OPTIMALIDAD

<i>Fase II</i>	<i>Z</i>	<i>X₁</i>	<i>X₂</i>	<i>h₁</i>	<i>h₂</i>	
	1	-100	-120	0	0	
<i>h₁</i>	0	0	0	1	1	0
<i>X₁</i>	0	1	0	0	4/3	300
<i>X₂</i>	0	0	1	0	-1	300
		-100	0	0	-120	36000
<i>h₁</i>	0	0	0	1	1	0
<i>X₁</i>	0	1	0	0	4/3	300
<i>X₂</i>	0	0	1	0	-1	300
	1	0	0	0	40/3	66000
<i>h₁</i>	0	0	0	1	1	0
<i>X₁</i>	0	1	0	0	4/3	300
<i>X₂</i>	0	0	1	0	-1	300

$$\therefore Z_{opt} = 66000 ; X_1 = 300 ; X_2 = 300 ; h_1 = 0 ; h_2 = 0 ; A_1 = 0$$

$$66000 = 100(300) + 120(300)$$

CONTRASTAMOS CON EL PROGRAMA LINDO:



LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 66000.00

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	300.000000	0.000000
X2	300.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	20.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	0.000000	60.000000

NO. ITERATIONS= 2

THE TABLEAU

ROW	(BASIS)	X1	X2	SLK	2	SLK	3	
1	ART	0.000	0.000	20.000	0.000	66000.000		
2	SLK	0.000	0.000	1.000	1.000	0.000		
3	X2	0.000	1.000	1.000	0.000	300.000		
4	X1	1.000	0.000	-1.000	0.000	300.000		

INTERPRETACION

Nos quedamos con los dos productos posibles X1 y X2 cada uno con un valor de 300 unidades, lo cual nos indica que para alcanzar un nivel óptimo tenemos que fabricar 300 unidades de cada sombrero, maximizando así los beneficios que ascienden a un valor de 66 000 u.m.

$X_1=300$

$X_2=300$

PROBLEMA 4

Una empresa se dedica a la producción de pinturas para interiores y exteriores para su distribución; se emplean dos materias primas MP1 y MP2 para la producción de las pinturas. La disponibilidad máxima de MP1 es de 8 toneladas diarias y la de MP2 es de 5 toneladas por día. Los requerimientos diarios de materia prima por tonelada es la siguiente:

Toneladas de materia prima por tonelada de

	Pintura para Interiores	Pintura para Exteriores	Disponibilidad máxima (diaria toneladas)
MP1	3	7	20
MP2	4	1	9
Utilidad por Tonelada	100000	300000	

El estudio de mercado ha establecido que la demanda diaria de pintura para interiores no puede ser mayor que la pintura para exteriores en más de una tonelada. Además, el estudio señala que la demanda máxima de pintura para interiores está limitada a dos toneladas por día. ¿Cuánta pintura para interiores y exteriores debe producir la empresa todos los días para maximizar el ingreso bruto?. Emplear el *método geométrico*. Interprete sus resultados contrastando con el programa LINDO

SOLUCIÓN

El procedimiento gráfico incluye dos pasos básicos:

1. La determinación del espacio de solución que define las soluciones factibles que satisfacen todas las restricciones del modelo.
2. La determinación de la solución óptima de entre todos los puntos en el espacio de solución factible.

MAXIMIZAR: $100000 X_1 + 300000 X_2$

$$3 X_1 + 7 X_2 \leq 20$$

$$4 X_1 + 1 X_2 \leq 9$$

$$1 X_1 - 1 X_2 \leq 1$$

$$0 X_1 + 0 X_2 \leq 2$$

$$0 X_1 + 0 X_2 \leq 8$$

$$0 X_1 + 0 X_2 \leq 5$$

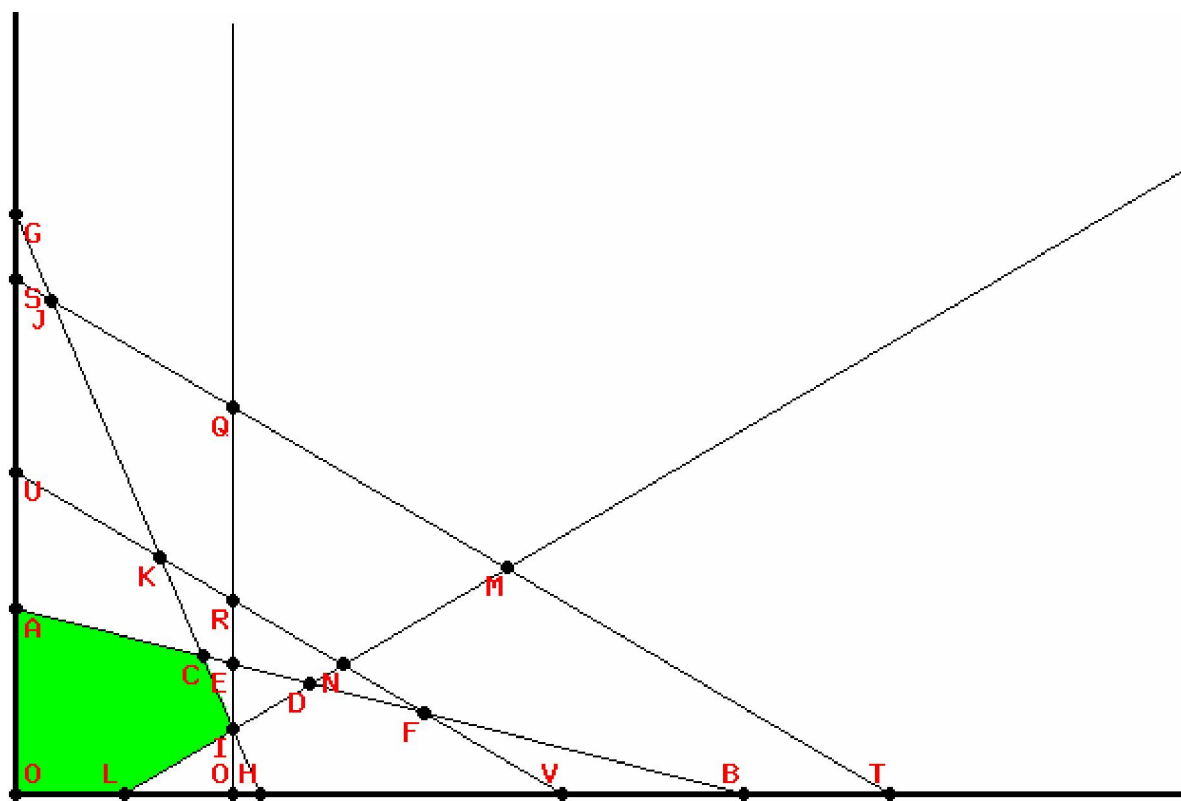
$$X_1, X_2 \geq 0$$

Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	0
A	0	2.85714285714	857142.857143
B	6.66666666667	0	666666.666667
C	2.7	1.7	780000
D	0	1.28571428571	385714.285714
E	2.25	0	225000
F	1.45454545455	0.454545454545	281818.181818
G	1	0	100000

En color celeste los puntos en los que se encuentra la solución.

En color turquesa los puntos que no pertenecen a la región factible.

La mezcla óptima diaria del producto de 0 toneladas de pintura para interiores y 3 (aprox.) toneladas de pintura para exteriores producirá una utilidad diaria de 385714.29.



PROBLEMA 5

Una fábrica se dedica a la producción y venta de electrodomésticos, ofertando en estos momentos tres productos: neveras, microondas y lavadoras, que puede vender a 80.000, 40.000 y 60.000 u.m. (unidades monetarias) respectivamente. En el proceso productivo se dispone en fábrica de dos tipos diferentes de técnicos (A y B). Los primeros, de tipo A, se encargarán del montaje de los electrodomésticos, mientras que los segundos, los de tipo B, lo harán de la puesta a punto, entendiéndose como tal las labores de ajuste de temperatura, revisión de circuitos y perfeccionamiento. La relación de horas-hombre necesarias por cada uno de los tipos de técnicos para realizar su misión en cada uno de los electrodomésticos con los que trabaja la fábrica vienen expresados en la siguiente tabla:

	Técnico Tipo A	Técnico Tipo B
Nevera	4	2
Microondas	1	1
Lavadora	3	2

La disponibilidad de horas diarias de estos técnicos alcanza un máximo de 180 horas para el de tipo A y de 200 horas de técnicos de tipo B. Por otra parte, y por razones de competencia, el número total de electrodomésticos fabricados diariamente habrá de ser como mínimo de 40.

- Estudiar cómo habría de ser la fabricación óptima para maximizar los ingresos.
- Estudiar cuáles son los márgenes de variabilidad que puede tener el vector de lado derecho sin que se modifique la base óptima según se determinó en el apartado. Emplear el *método de dualidad* y comprobar si es posible con el *método simplex*

SOLUCIÓN

A)

Para conseguir la fabricación óptima que maximice los ingresos, planteamos lo siguiente:

X1: CANTIDAD DE NEVERAS A FABRICAR DIARIAMENTE.
X2: CANTIDAD DE MICROONDAS A FABRICAR DIARIAMENTE.
X3: CANTIDAD DE LAVADORAS A FABRICAR DIARIAMENTE.

NUESTRO PL SERIA:

F.O. $Z_{max} = 80\,000X1 + 40\,000X2 + 60\,000X3$

S.A. $4X1 + X2 + 3X3 \leq 180$
 $2X1 + X2 + 2X3 \leq 200$
 $X1 + X2 + X3 \geq 40$

SITEMA
PRIMAL

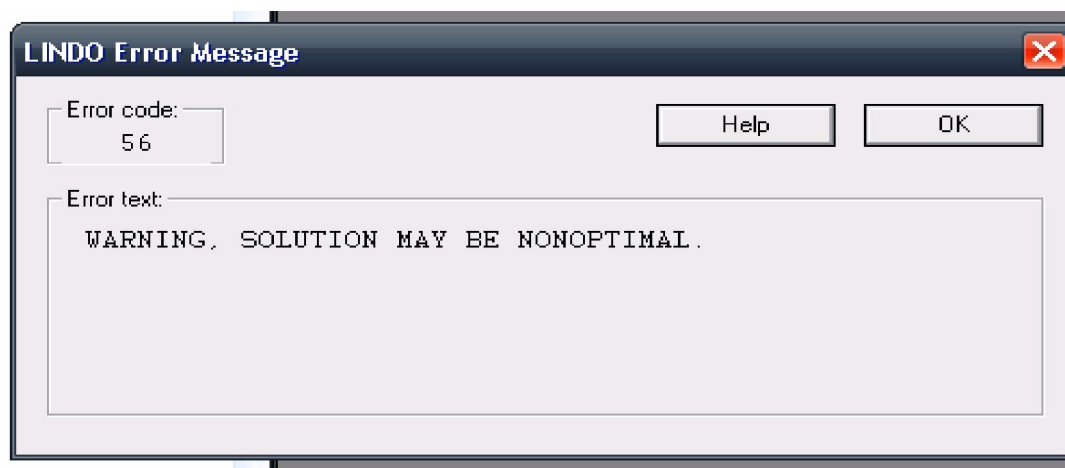
- **EL PROBLEMA PIDE EMPLEAR EL METODO DE DUALIDAD**

F.O. $Z_{min} 180X1 + 200X2 + 40X3$

S.A. $4X1 + 2X2 + X3 \geq 80000$
 $X1 + X2 + X3 \geq 40000$
 $3X1 + 2X2 + X3 \leq 60000$

SITEMA
DUAL

INTRODUCIENDO EL SISTEMA DUAL AL PROGRAMA LINDO NOS DAMOS CUENTA DE QUE NO ENCONTRAMOS SOLUCION ÓPTIMA, SI NO MAS BIEN UNA SOLUCION FACTIBLE QUE ES LA SIGUIENTE:



- VEAMOS SI ES POSIBLE POR EL METODO SIMPLEX, PARA LO CUAL ELEGIREMOS REALIZAR EL PROBLEMA POR EL METODO DE DOS FASES

FASE I – FACTIBILIDAD

F.O. $Z_{max} = A1$

S.A. $4X1 + X2 + 3X3 + H1 = 180$
 $2X1 + X2 + 2X3 + H2 = 200$
 $X1 + X2 + X3 - H3 + A1 = 40$

<i>base</i>	<i>Z</i>	<i>X1</i>	<i>X2</i>	<i>X3</i>	<i>H1</i>	<i>H2</i>	<i>A1</i>	<i>H3</i>	<i>Solución</i>
	1	0	0	0	0	0	-1	0	0
<i>h₁</i>	0	4	1	3	1	0	0	0	180
<i>h₂</i>	0	2	1	2	0	1	0	0	200
<i>A₁</i>	0	1	1	1	0	0	1	-1	40
	1	-1	-1	-1	0	0	0	1	-40
<i>h₁</i>	0	0	-3	-1	1	0	-4	4	20
<i>h₂</i>	0	0	-1	0	0	1	-2	2	120
<i>X1</i>	0	1	1	1	0	0	1	-1	40
	1	0	0	0	0	0	1	0	0

FASE II – ÓPTIMALIDAD

<i>base</i>	<i>Z</i>	<i>X1</i>	<i>X2</i>	<i>X3</i>	<i>H1</i>	<i>H2</i>	<i>H3</i>	<i>Solución</i>
	1	80000	40000	60000	0	0	0	
<i>h₁</i>	0	0	-3	-1	1	0	4	20
<i>h₂</i>	0	0	-1	0	0	1	2	120
<i>X1</i>	0	1	1	1	0	0	-1	40
	1	0	40000	20000	0	0	-80000	3200000
<i>H3</i>	0	0	-3/4	1/4	1/4	0	1	5
<i>h₂</i>	0	0	1/2	1/2	-1/2	1	0	110
<i>X1</i>	0	1	1/4	3/4	1/4	0	0	45
	1	0	-20000	0	20000	0	0	3600000
<i>H3</i>	0	3	0	2	1	0	1	140
<i>h₂</i>	0	-2	0	-1	-1	1	0	20
<i>X2</i>	0	4	1	3	1	0	0	180
		80000	0	60000	40000	0	0	7200000

- De los tres productos posibles nos quedamos con X_2 (microondas) quiere decir que será prioridad de la empresa fabricar dicho electrodoméstico.
Nos conviene producir 180 unidades diarias de este electrodoméstico.
De los otros dos no produciremos nada.

- Al final de nuestra tabla encontramos H_2 y H_3 , con sus valores 20 y 140 respectivamente, quiere decir lo siguiente:

$H_2 = 20$ ___ quiere decir que nos están sobrando 20 horas del técnico B.

$H_3 = 140$ ___ quiere decir que nuestra tercera restricción se cumplirá con una holgura de 140 unidades

- Nuestras utilidades obtenidas al fabricar 180 unidades de microondas es de 7 200 000 u.m
- Surge una pregunta: ¿por que fabricar necesariamente microondas si las lavadoras y neveras tiene un precio más alto?

Si no fijamos bien en las restricciones las microondas requieren de menos tiempo de fabricación, por lo cual tendríamos una producción en gran cantidad y en menor tiempo, generando así muy buenas utilidades.

B)

Nos pide, estudiar cuáles son los márgenes de variabilidad que puede tener el vector de lado derecho sin que se modifique la base óptima.

Esto quiere decir que analizaremos cuanto puede variar la disponibilidad de los técnicos A y B y sus límites de fabricación pero manteniendo constante el nivel óptimo de fabricación o sea 180.

Implica analizar el cambio en el vector de recursos disponibles:

$$b_j \longrightarrow \bar{b}_j \qquad \bar{b}_j = b_j + \Delta b_j$$

$$b_1 = 180$$

$$b_2 = 200$$

$$b_3 = 40$$

$$b' = B^{-1} \cdot b \quad ; \quad b' = B^{-1} \begin{pmatrix} b_1 + \Delta b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 180 + b_1 \\ 200 \\ 40 \end{pmatrix} \geq 0$$

$$180 + b_1 - 40 \geq 0: \quad b_1 \geq -140$$

$$-180 - b_1 + 200 \geq 0: \quad b_1 \leq 20$$

$$180 + b_1 \geq 0: \quad b_1 \geq -180$$

$$-140 \leq b_1 \leq 20$$

$$180 + b_1 \leq b_1 \leq 180 + b_1$$

$$40 \leq b_1 \leq 200$$

El intervalo de b_1 estará entre 40 y 200, pero su valor original es 180. nuestra base seguirá siendo optima dentro de este intervalo, claro esta que los beneficios si pueden sufrir cambios.

Ahora para b_2

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 180 \\ 200 + b_2 \\ 40 \end{pmatrix} \geq 0$$

$$180 - 40 \geq 0$$

$$-180 + 200 + b_2 \geq 0: \quad b_2 \geq -20$$

$$180 \geq 0$$

$$-20 \leq b_2 \leq$$

$$200 + b_2 \leq b_2 \leq 200 + b_1$$

$$180 \leq b_2 \leq$$

Sabemos que la restricción dos tiene una holgura de valor 20, quiere decir que le sobran esas horas al técnico A, si b tomase un valor menor a 180, ya no se obtendría el mismo beneficio

Ahora para b_3

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 180 \\ 200 \\ 40 + b_3 \end{pmatrix} \geq 0$$

$$180 - 40 - b_3 \geq 0: \quad b_3 \leq 140$$

$$-180 + 200 \geq 0$$

$$180 \geq 0$$

$$- \leq b_3 \leq 140$$

$$40 + b_3 \leq b_3 \leq 40 + b_3$$

$$- \leq b_3 \leq 180$$

Cualquier b_3 que no pase de 180 no afectara a la solución optima, peor si b es mayor que 180, entonces tendríamos un problema no factible, puesto que esta especificado en la primera restricción.