

Caracas, 21 de julio de 2011.  
Cuaderno de trabajo N° 1.

## Números primos.

Tenemos los conjuntos

$$A = \left\{ \forall X, m \in \mathbb{N} \mid X = 5 + 6 \cdot m \right\}$$

$$B = \left\{ \forall Y, m \in \mathbb{N} \mid Y = 7 + 6 \cdot m \right\}$$

$$C = A \cup B + \{1, 2, 3\}$$

Denominemos  $N_p$  el conjunto que contiene todos los números primos, entonces:

$$N_p = \left\{ \forall p \in \mathbb{N} \mid p \text{ es un número primo} \right\}$$

Afirmaremos que:

$$N_p \subseteq C$$

LA TABLA MUESTRA LA CORRESPONDENCIA ENTRE COLUMNAS, DEPENDIENDO DEL Np DE PARTIDA, POR TANTO, SOLO EXISTEN DOS Np GENERADORES QUE SON 5 Y 7.

NÚMERO PRIMO	5	7	11	13	17	19	23	29	31
m									
0	5	7	11	13	17	19	23	29	31
1	11	13	17	19	23	25	29	35	37
2	17	19	23	25	29	31	35	41	43
3	23	25	29	31	35	37	41	47	49
4	29	31	35	37	41	43	47	53	55
5	35	37	41	43	47	49	53	59	61
6	41	43	47	49	53	55	59	65	67
7	47	49	53	55	59	61	65	71	73
8	53	55	59	61	65	67	71	77	79
9	59	61	65	67	71	73	77	83	85
10	65	67	71	73	77	79	83	89	91
11	71	73	77	79	83	85	89	95	97
12	77	79	83	85	89	91	95	101	103
13	83	85	89	91	95	97	101	107	109
14	89	91	95	97	101	103	107	113	115
15	95	97	101	103	107	109	113	119	121
16	101	103	107	109	113	115	119	125	127
17	107	109	113	115	119	121	125	131	133
18	113	115	119	121	125	127	131	137	139
19	119	121	125	127	131	133	137	143	145
20	125	127	131	133	137	139	143	149	151

$$X=5+6M$$

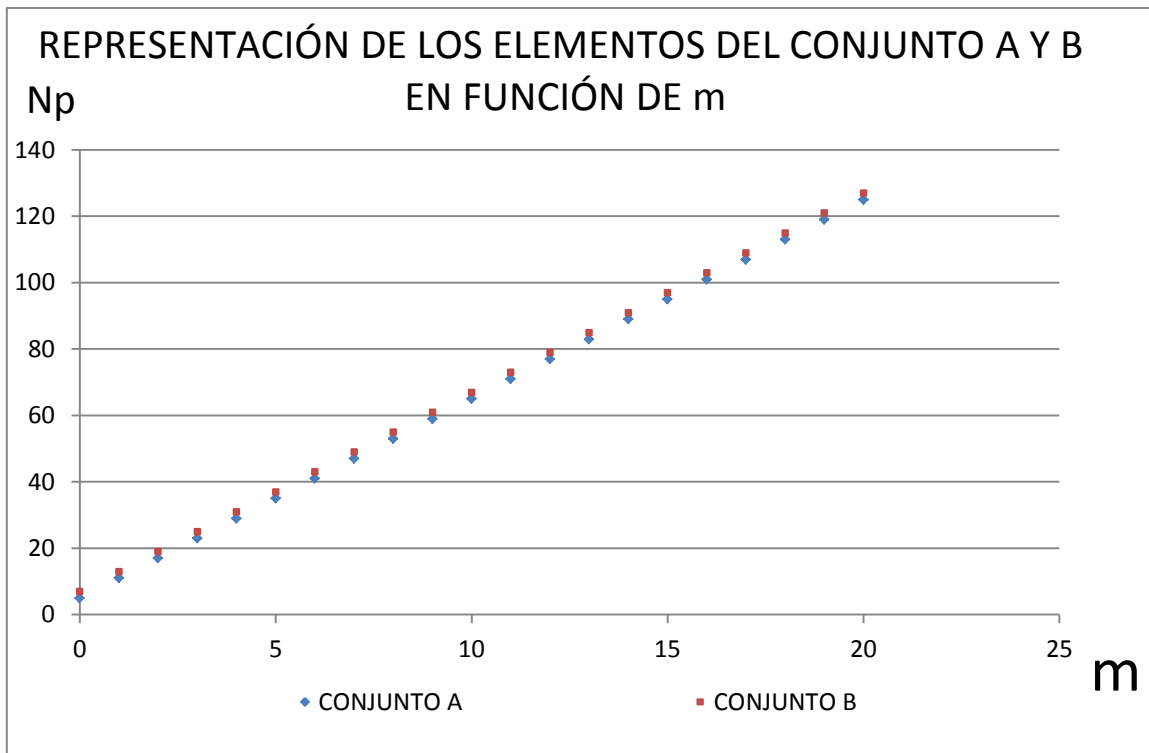
$$Y=7+6M$$

	127	1009
m		
0	127	1009
1	133	1015
2	139	1021
3	145	1027
4	151	1033

Tabla 1

La información anterior, muestra que existen dos columnas principales, las que se inician con los números primos 5 y 7; desde aquí, coincidirán los valores de cualquier otra columna en estas dos. Siempre que se maneje las ecuaciones de la forma siguiente:  $x = Np + 6 \cdot m$ , siendo Np cualquier número primo que se desee.

Una pequeña muestra del conjunto A y el conjunto B, están representados en la siguiente gráfica, dado que la diferencia punto a punto es dos, están muy próximos.



Gráfica 1

Estas dos series de puntos, seguirán alineados hasta el infinito.

Sin duda alguna, existen elementos del conjunto  $C = A \cup B$ , que no son números primos y al analizarlos se puede detectar las siguientes características:

1. Sea  $N_p$  un número primo y  $N_p \in A \cup B$ , entonces  $Z = N_p^2 \in B$ .

Como existen dos fuentes de números primos, pero los cuadrados de los números primos están sólo en el conjunto B, se establecen dos relaciones para determinar el valor de m. Si el número primo  $N_p \in A$ , entonces, el valor de m que determina el valor de  $N_p^2$  lo llamaremos  $m_{npa2}$ , donde:

$$m_{npa2} = 3 + 10m_p + 6m_p^2$$

Si el número primo  $N_p \in B$ , entonces, el valor de  $m$  que determina el valor de  $N_p^2$  lo llamaremos  $m_{npb2}$ , donde:

$$m_{npb2} = 7 + 14mp + 6mp^2$$

Para todos los casos  $mp$  representa el valor de  $m$  que determina el número primo  $N_p$ . Veamos en la siguiente tabla lo señalado.

N. PRIMOS	mp	Npa= 5+6m	Npb= 7+6m	$m_{Npb2} = 7+14mp + 6mp^2$	$m_{Npa2} = 3+10mp+6mp^2$
5	0	5	7	7	3
7	1	11	13	27	19
11	2	17	19	59	47
13	3	23	25	103	87
17	4	29	31	159	139
19	5	35	37	227	203
23	6	41	43	307	279
29	7	47	49	399	367
31	8	53	55	503	467
37	9	59	61	619	579
41	10	65	67	747	703
43	11	71	73	887	839
47	12	77	79	1.039	987
53	13	83	85	1.203	1.147
59	14	89	91	1.379	1.319
60	15	95	97	1.567	1.503
61	16	101	103	1.767	1.699
62	17	107	109	1.979	1.907
63	18	113	115	2.203	2.127
64	19	119	121	2.439	2.359
65	20	125	127	2.687	2.603

Tabla 2

N. PRIMOS	mp	Npa= 5+6m	Npb= 7+6m	$m_{Npb2}= 7+14mp + 6mp^2$	$m_{Npa2}=3+10mp+6mp^2$
5	0	5	7	7	3
7	1	11	13	27	19
11	2	17	19	59	47
13	3	23	25	103	87
17	4	29	31	159	139
19	5	35	37	227	203
23	6	41	43	307	279
29	7	47	49	399	367
31	8	53	55	503	467
37	9	59	61	619	579
41	10	65	67	747	703
43	11	71	73	887	839
47	12	77	79	1.039	987
53	13	83	85	1.203	1.147
59	14	89	91	1.379	1.319
60	15	95	97	1.567	1.503
61	16	101	103	1.767	1.699
62	17	107	109	1.979	1.907
63	18	113	115	2.203	2.127
64	19	119	121	2.439	2.359
65	20	125	127	2.687	2.603
66	21	131	133	2.947	2.859
67	22	137	139	3.219	3.127
68	23	143	145	3.503	3.407
69	24	149	151	3.799	3.699
70	25	155	157	4.107	4.003
71	26	161	163	4.427	4.319
72	27	167	169	4.759	4.647
73	28	173	175	5.103	4.987
74	29	179	181	5.459	5.339

Tabla 3

2. Sea  $Np$  un número primo y  $Np \in A \cup B$ , entonces  $Z = Np^{2n} \in B$ .

3. Sea  $Np$  un número primo y  $Np \in A$ , entonces  $Z = Np^{2n+1} \in A$ .

Si  $Np \in B$ , entonces  $W = Np^{2n+1} \in B$ .

4. Todos los elementos del conjunto A y del conjunto B que no son números primos, pueden identificarse a partir de un número primo conocido y el número  $m$  correspondiente.

En la siguiente tabla, se explica esta relación:

NÚMERO PRIMO 5				NÚMERO PRIMO 7			
	m				m		
	0	5	↑		0	7	↑
	1	11			1	13	↑
	2	17			2	19	
	3	23			3	25	
	4	29			4	31	
	5	35	↓		5	37	
	6	41			6	43	
	7	47			7	49	↓
	8	53			8	55	
	9	59			9	61	
	10	65	↓		10	67	
	11	71			11	73	
	12	77	↓		12	79	
	13	83			13	85	
	14	89			14	91	↓
	15	95	↓		15	97	
	16	101			16	103	
	17	107			17	109	
	18	113			18	115	
	19	119			19	121	
	20	125	↓		20	127	

Tabla 4

Resulta claro que estos elementos tienen una relación de posición en función de  $m$ ; así, se pueden identificar todos los elementos múltiplos de un número primo. Por ejemplo, tomemos  $m=0$  le corresponde el  $Np_1=5$  y  $Np_2=7$  para el conjunto A y el conjunto B respectivamente, podemos indicar que tenemos

un subconjunto de A que llamaremos A5 y un subconjunto de B que llamaremos B7.

$$A5 = \left\{ \forall X, n \in \mathbb{N} \mid Y = 5 + 6(5n) \right\} \text{ para } n \neq 0$$

$$B7 = \left\{ \forall Y, n \in \mathbb{N} \mid Y = 7 + 6(7n) \right\} \text{ para } n \neq 0$$

Para m=1, corresponden los números 11 y 13, elementos del conjunto A y el conjunto B respectivamente. Desde aquí, definimos dos nuevos subconjuntos que llamaremos A11 y B13.

$$A11 = \left\{ \forall X, n \in \mathbb{N} \mid Y = 5 + 6n(Npa + 1) \right\} \text{ para } n \neq 0$$

$$B13 = \left\{ \forall Y, n \in \mathbb{N} \mid Y = 7 + 6n(Npb + 1) \right\} \text{ para } n \neq 0$$

Donde Npa= 11 y Npb= 13

Podemos generalizar señalando que cada número, mejor dicho, elemento del conjunto A y del conjunto B, se convierte en un semillero de elementos que no son números primos. Si tomamos todos estos elementos y los extraemos del conjunto C, el conjunto resultante será el conjunto de los números primos Np. La forma general de estos subconjuntos será:

$$A_{Npa} = \left\{ \forall X, n \in N \mid Y = 5 + 6n(Npa + m) \right\} \quad \text{para } n \neq 0$$

$$B_{Npb} = \left\{ \forall Y, n \in N \mid Y = 7 + 6n(Npb + m) \right\} \quad \text{para } n \neq 0$$

Sin embargo, hay un elemento que no esta incluido en los subconjuntos arriba indicados que pertenece al conjunto B, que es el elemento  $Y = 25$ . Se infiere que se debe incluir los elementos múltiplos de cinco en el conjunto B y los múltiplos de siete en el conjunto A.

$$A_{Na7} = \left\{ \forall X, n \in N \mid Y = 5 + 6n(5) \right\} \quad \text{para } n \neq 0$$

$$B_{Nb5} = \left\{ \forall Y, n \in N \mid Y = 7 + 6n(3) \right\} \quad \text{para } n \neq 0$$

Ahora podremos señalar que:

$$Np = C - \{ A_{Npa} \cup B_{Npb} \cup A_{Na7} \cup B_{Nb5} \cup \dots \}$$

5. Imaginemos que construimos una tabla de seis columnas y un número infinito de filas, para nuestro ejemplo pondremos un número finito; cada celda lleva el valor de  $n$ , en forma horizontal, la siguiente  $n+1$ ,  $n+2$ ,  $n+3$ ,.....

Detallemos la tabla siguiente:

						Conjunto A		Conjunto B
						m	$5+6m$	$7+6m$
1	2	3	4	5	6	0	5	7
7	8	9	10	11	12	1	11	13
13	14	15	16	17	18	2	17	19
19	20	21	22	23	24	3	23	25
25	26	27	28	29	30	4	29	31
31	32	33	34	35	36	5	35	37
37	38	39	40	41	42	6	41	43
43	44	45	46	47	48	7	47	49
49	50	51	52	53	54	8	53	55
55	56	57	58	59	60	9	59	61
61	62	63	64	65	66	10	65	67
67	68	69	70	71	72	11	71	73
73	74	75	76	77	78	12	77	79
79	80	81	82	83	84	13	83	85
85	86	87	88	89	90	14	89	91

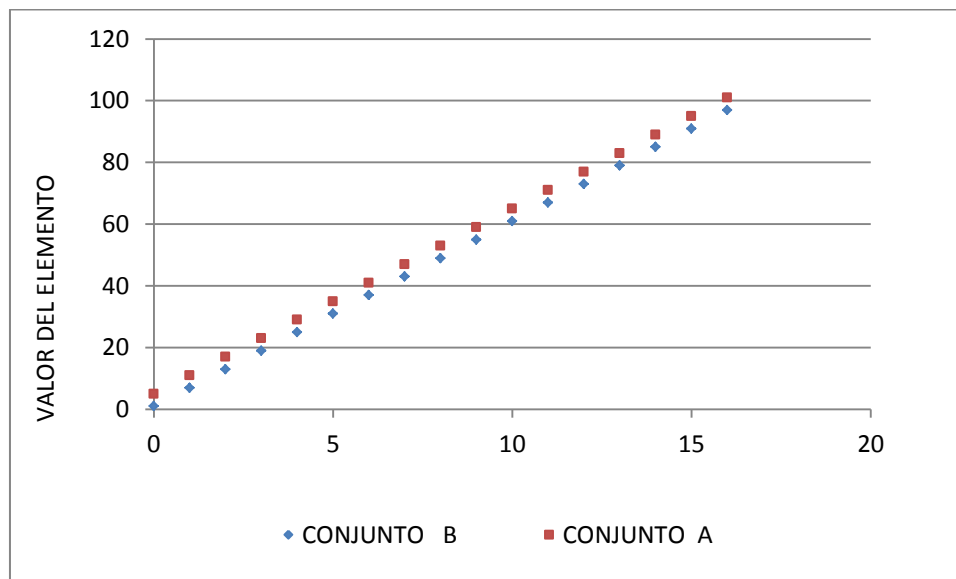
Si incluimos el número 1 dentro del conjunto

$$B = \left\{ \neg \forall Y, m \in \mathbb{N} \mid Y = 1 + 6 \cdot m \right\}$$

De esta forma, la columna número uno, representa el conjunto B y la columna número cinco, representa el conjunto A. En esta oportunidad, la diferencia de dos elementos para el mismo valor de m es cuatro (4). La gráfica muestra el mismo comportamiento para cuando m es infinito. Para el

caso particular de los números primos gemelos, se expresa para valores de  $m$  y  $(m+1)$ , claro está que no son todos los casos. Por ejemplo: Si  $m = 1$

Conjunto A ( $m$ ) = 11; Conjunto B( $m+1$ ) = 13



Gráfica N° 2

La matriz de seis columnas tiene las siguientes propiedades:

- La primera columna es el conjunto B, encabezados por el número uno (1). Nueva definición.
- La segunda columna son números pares, encabezados por el número primo par, el número dos (2).
- La tercera columna son números impares, encabezados por el número tres (3). Todos estos números son múltiplos de tres.
- La cuarta columna son números pares.
- La quinta columna es el conjunto A, encabezados por el número cinco (5).
- La sexta columna son números pares.

Como conclusión, las columnas dos, cuatro y seis; sólo existe el número primo dos (2). Los números primos de la forma  $2^n - 1$  o número primo de

Mersenne pueden estar ubicados en la columna uno, el conjunto B, dado que:

Si n es par, entonces  $N = 2^{2^n} - 1$ , estaría ubicado en la columna tres, y en esta columna los números son el tres, cabeza de columna o múltiplos de tres.

Luego, desde la nueva definición del conjunto B:

Los números primos de Mersenne

$$N_{mp} = 2^{2^n + 1} - 1 = 1 + 6m$$

$$2^{2^n + 1} = 1 + 6m ; \text{ si dividimos ambos miembros por 2}$$

$$2^{2^n} = 1 + 3m; \text{ donde } m = (2^{2^n} - 1)/3$$

n	$2^n - 1$	$m = (2^n - 1)/3$	Np
0	0	0	1
1	1	0,333333333	
2	3	1	7
3	7	2,333333333	
4	15	5	31
5	31	10,33333333	
6	63	21	127
7	127	42,33333333	
8	255	85	511
9	511	170,3333333	
10	1023	341	2.047
11	2047	682,3333333	
12	4095	1365	8.191
13	8191	2730,333333	
14	16383	5461	32.767
15	32767	10922,33333	
16	65535	21845	131.071
17	131071	43690,33333	

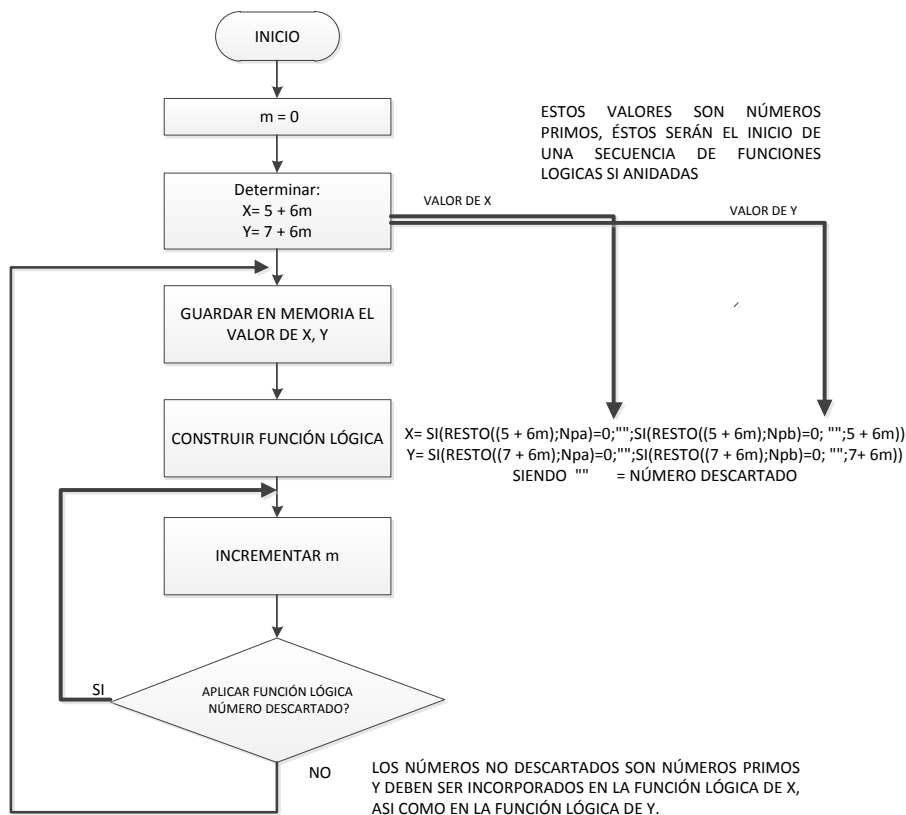
Continuación:

n	$2^n - 1$	$m=(2^n - 1)/3$	Np
18	262143	87381	524.287
19	524287	174762,3333	
20	1048575	349525	2.097.151
21	2097151	699050,3333	
22	4194303	1398101	8.388.607
23	8388607	2796202,333	
24	16777215	5592405	33.554.431
25	33554431	11184810,33	
26	67108863	22369621	134.217.727
27	134217727	44739242,33	
28	268435455	89478485	536.870.911
29	536870911	178956970,3	
30	1073741823	357913941	2.147.483.647
31	2147483647	715827882,3	
32	4294967295	1431655765	8.589.934.591
33	8589934591	2863311530	
34	17179869183	5726623061	34.359.738.367
35	34359738367	11453246122	
36	68719476735	22906492245	137.438.953.471
37	1,37439E+11	45812984490	
38	2,74878E+11	91625968981	549.755.813.887
39	5,49756E+11	1,83252E+11	
40	1,09951E+12	3,66504E+11	2.199.023.255.551
41	2,19902E+12	7,33008E+11	
42	4,39805E+12	1,46602E+12	#¡NUM!

Los números sombreados en azul, son números de Mersenne conocidos y que un PC casero puede manejar, ya para  $n=42$  no es posible determinar el valor de número. Espero que ordenadores poderosos puedan manejar cifras mayores a las mostradas en la tabla.

## GENERACIÓN DE UN LISTADO DE NÚMEROS PRIMOS.

Para generar un listado de números primos haciendo una rutina simple, sin embargo, no es fácil el manejo para ordenadores caseros de operaciones para números con cifras muy altas. Pero mostraré un diagrama que permite ilustrar el proceso.



PARA  $m=0$  LOS NÚMEROS PRIMOS A COLOCAR SON 5 Y 7

$Y = \text{SI}(\text{RESTO}((7+6m); 5)=0; ""; \text{SI}(\text{RESTO}((7+6m); 7)=0; ""; 7+6m))$

PARA AGREGAR OTRA FUNCIÓN SI, SE AGREGA AQUI

$Y = \text{SI}(\text{RESTO}((7+6m); 5)=0; ""; \text{SI}(\text{RESTO}((7+6m); 7)=0; ""; \text{SI}(\text{RESTO}((7+6m); 11)=0; ""; \text{SI}(\text{RESTO}((7+6m); 13)=0; ""; 7+6m))))$

ESTE PROCESO REALIZADO DE FORMA INFINITA, GENERARÁ UN LISTADO DE NÚMEROS PRIMOS TAMBIÉN INFINITO.

Diagrama 1

## **Conjetura de los números primos gemelos Conjetura de los números primos gemelos.**

*Existe un número infinito de primos  $p$  tales que  $p + 2$  también es primo.*

Desde nuestra perspectiva, la diferencia entre un elemento del conjunto B y un elemento del conjunto A para todo valor de  $m$  es dos (2). Por lo tanto, existirá un elemento  $p_a$  ( número primo) del conjunto A y un elemento  $p_b$  (número primo) del conjunto B, donde  $p_a + 2 = p_b$

$$p_a = 5 + 6m \quad p_b = 7 + 6m$$

Si  $m$  tiende a infinito, va a existir un  $p_a + 2 = p_b$

Se propone hacer público este trabajo, luego, continuar el desarrollo y la publicación de un cuaderno de trabajo Nº 2, después de la realimentación producto de la publicación.

Gracias.

José Mujica