

# ***APUNTES DE DINÁMICA***

<i>Introducción.</i>	<i>1</i>
<i>Rotación Pura y Traslación Pura.</i>	<i>2</i>
<i>Caso General de Movimiento.</i>	<i>6</i>
<i>Movimiento Plano de un Sólido.</i>	<i>8</i>
<i>Movimiento Plano Restringido.</i>	<i>9</i>
<i>Principio de los Trabajos Virtuales.</i>	<i>11</i>
<i>Principio del Trabajo y la Energía.</i>	<i>13</i>
<i>Principio de Impulso y Cantidad de Movimiento.</i>	<i>16</i>
<i>Conclusiones.</i>	<i>19</i>
<i>Bibliografía.</i>	<i>22</i>

# **INTRODUCCIÓN**

Al diseñar un vehículo sea este una bicicleta o una nave espacial, los ingenieros deben ser capaces de analizar y predecir su movimiento.

Para diseñar un motor, deben analizar los movimientos de cada una de sus partes móviles. Aún al diseñar estructuras estáticas como edificios, puentes y presas, a menudo deben analizar los movimientos que provocan las eventuales cargas de viento y los sismos.

Hay que tener presente que una partícula puede representar algún punto (como el centro de masa) de un cuerpo en movimiento. Luego se puede definir la posición, velocidad y aceleración de dicho punto, consideremos el ejemplo más sencillo; el movimiento a lo largo de una línea recta. Posteriormente se puede analizar el movimiento de un punto a lo largo de una trayectoria cualquiera en uno o varios sistemas coordenados.

Un **cuerpo rígido** no es más que un sistema de partículas donde las distancias entre ellas permanecen invariables, por lo tanto aplica todo lo de un sistema de partículas que ya conocemos. La cinemática del cuerpo rígido es una cuestión previa que debe ser explicada. La rigidez del cuerpo introduce simplificaciones a la descripción del movimiento de ese sistema de partícula pues no es necesario conocer las posiciones ni el movimiento de cada una de ellas, sino que el movimiento de unas pocas determina el de todas.

**Cuerpo rígido continuo :** Este es un concepto idealizado donde nos olvidamos de las partículas reales que componen el cuerpo, los átomos o moléculas, y el cuerpo es reemplazado por un continuo de masa donde las "partículas" son elementos infinitésimos de volumen " $dv$ " que tiene alguna cantidad de masa también infinitesimal " $dm$ ". La rigidez se establece aquí manteniendo constantes las distancias entre los puntos de este cuerpo. Esta es otra idealización porque en la vida real no existen cuerpos rígidos. Todos los cuerpos son deformables en alguna medida.

Un cambio arbitrario de posición de un cuerpo rígido en el espacio puede siempre ser reducido a una traslación paralela seguida de una rotación en torno a un eje fijo. Sin embargo este hecho no es tan simple entender. La cinemática y dinámica de un cuerpo rígido en el espacio es normalmente un tema difícil de comprender por los alumnos. Cuando un cuerpo tal como una lámina se mueve sobre un plano fijo, el ángulo que el cuerpo gira se define entre alguna línea fija en el cuerpo con alguna línea fija en el plano.

## ROTACIÓN PURA Y TRASLACIÓN PURA

Un cuerpo se traslada cuando todos sus puntos se mueven paralelamente y con la misma velocidad, tal como se ilustra en la figura 1a. Un cuerpo rota cuando todos sus puntos giran alrededor de un mismo eje (llamado eje de rotación) con la misma velocidad angular, tal como se ilustra en la figura 1b (en este caso el eje de rotación es perpendicular al plano representado por la hoja de papel que estamos observando y pasa por el punto O). En general el movimiento del cuerpo será una combinación de ambos.

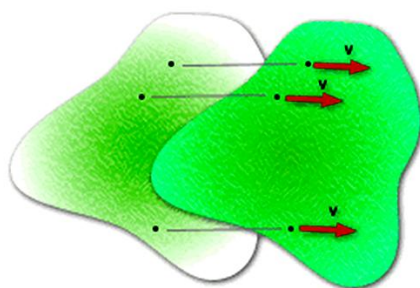


Figura 1 a

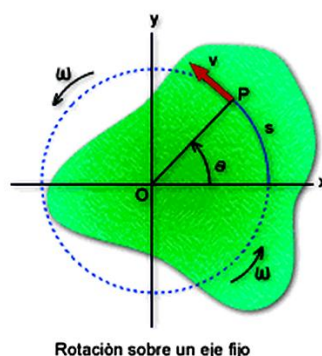


Figura 1 b

Cuando el cuerpo está en traslación pura (o cuando el interés es en analizar su movimiento de traslación), se puede asumir como si fuera una partícula. Son ejemplos:

- Un esquiador deslizándose por una montaña (figura 2a).
- Un ciclista trasladándose (en cuyo caso no hay interés en lo que pasa con la bicicleta, sino con el sistema como un todo - figura 2b -).
- El análisis de la traslación de la Tierra alrededor del sol (en este caso la Tierra se consideraría una partícula).



Figura 2 a



Figura 2 b

En el caso de querer estudiar la rotación del cuerpo no se puede asumir como una partícula. En la figura 3a se ilustra la rotación del planeta Tierra alrededor de su eje (eje que pasa por los polos). En la figura 3b se ilustra la transmisión de movimiento de rotación entre dos piñones.

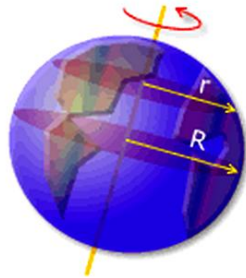


Figura 3 a

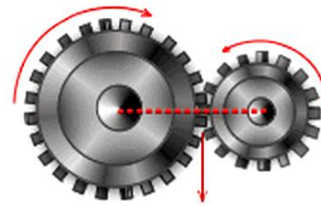


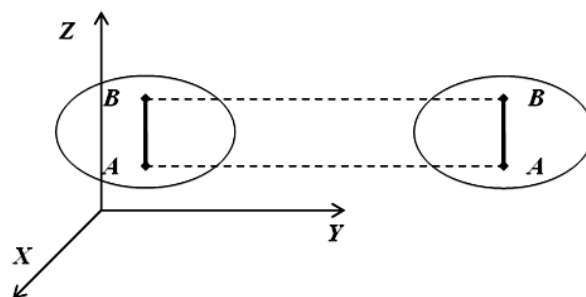
Figura 3 b

Un cuerpo sólido rígido realiza un movimiento de **traslación** cuando, considerando un segmento entre dos puntos A y B del cuerpo, éste se mantiene siempre paralelo a sí mismo, durante todo el movimiento. Considerando el cuerpo rígido como un conjunto continuo de puntos materiales, cada punto material describirá, en el movimiento, una trayectoria determinada y a todos los demás puntos materiales describirán trayectorias equidistantes entre sí.

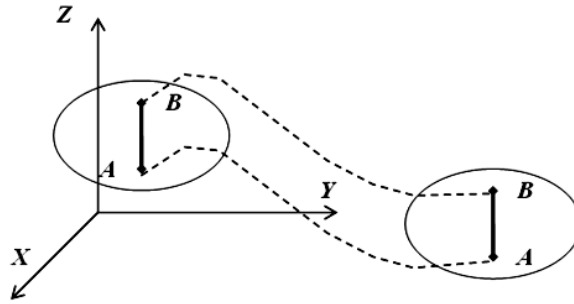
Si la traslación es rectilínea, las trayectorias son rectas y paralelas entre sí (equidistantes), y si la traslación es curvilínea, las trayectorias de los puntos materiales son curvas planas o alabeadas equidistantes entre sí.

Ejemplos:

**Traslación rectilínea.**



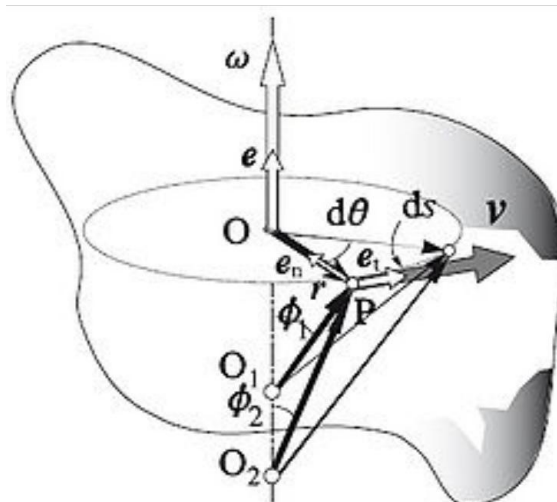
### Traslación curvilínea.



En un sólido en movimiento de traslación todos sus puntos tienen la misma velocidad instantánea y la misma aceleración instantánea.

Se dice que un sólido rígido está animado de un movimiento de **rotación alrededor de un eje fijo** cuando todos sus puntos describen trayectorias circulares centradas sobre dicho eje y contenidas en planos normales a éste.

El eje de rotación puede atravesar el cuerpo o ser exterior al mismo; en el primer caso, los puntos del sólido que están sobre el eje permanecen en reposo en tanto que los demás puntos describen circunferencias en torno al eje; en el segundo caso, todos los puntos del sólido están en movimiento circular alrededor del eje exterior al sólido. En cualquier caso, la velocidad “**v**” de un punto “P” del sólido será tangente a la circunferencia descrita y, en un instante dado, tendrá un módulo tanto mayor cuanto mayor sea la distancia del punto al eje de rotación.



Dicha velocidad viene dada por

$$\mathbf{v} = v\mathbf{e}_t$$

El módulo de la velocidad, es decir, la celeridad, es

$$v = \frac{ds}{dt}$$

pero se verifica que  $ds = r d\theta$ , midiéndose el ángulo en radianes (rad), de modo que

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

El cociente  $d\theta/dt$  recibe el nombre de *velocidad angular* y se designa por  $\omega$ :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

y podemos expresar la velocidad “ $v$ ” de cualquier punto del sólido como el producto de la velocidad angular por la distancia “ $r$ ” del punto al eje de rotación. Designando por “ $\omega$ ” la velocidad angular, podemos escribir

$$v = \omega r$$

La introducción del concepto de velocidad angular es de gran importancia por la simplificación que supone en la descripción del movimiento de rotación del sólido, ya que, en un instante dado, todos los puntos del sólido poseen la misma velocidad angular, en tanto que a cada uno de ellos le corresponde una velocidad que es función de su distancia al eje de rotación. Así pues, ***la velocidad angular caracteriza al movimiento de rotación del sólido rígido en torno a un eje fijo***. La celeridad o velocidad angular se mide en radianes por segundo (rad/s).

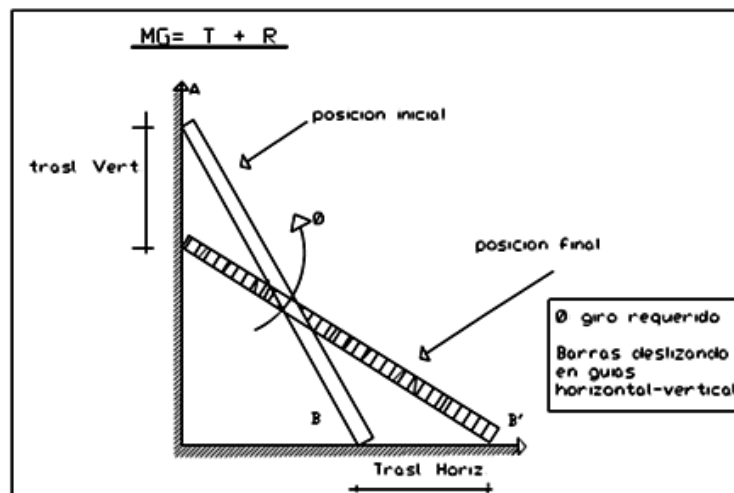
## CASO GENERAL DE MOVIMIENTO

Es el movimiento de un cuerpo rígido que no puede clasificarse como Traslación Pura, ni como Rotación Pura. El movimiento general se asume como una combinación simultánea de Traslación y Rotación.

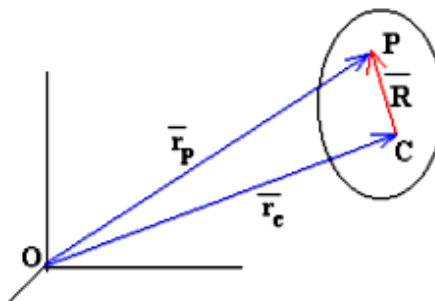
$$\text{MOVIMIENTO GENERAL} = \text{TRASLACION} + \text{ROTACION} \quad (M.G = T + R)$$

**Teorema de Chasle :** Cualquier movimiento general en el plano de un cuerpo rígido se explica como la combinación de dos movimientos más simples :

Una traslación tomando como referencia un punto cualquiera y Una rotación alrededor de dicho punto.



Un sólido fijo se caracteriza por ser indeformable, las posiciones relativas de los puntos del sólido se mantienen fijas aunque se apliquen fuerzas al mismo.



En la figura anterior vemos que la posición del punto “P” del sólido es :

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_C + \mathbf{R}$$

Donde “C” se refiere al centro de masa del sólido. El vector “R” que va del centro de masas al punto “P” es un vector cuyo módulo es constante.

Derivando la expresión anterior respecto al tiempo se obtiene :

$$\frac{d\mathbf{r}_P}{dt} = \frac{d\mathbf{r}_C}{dt} + \frac{d\mathbf{R}}{dt}$$
$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_C + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}$$

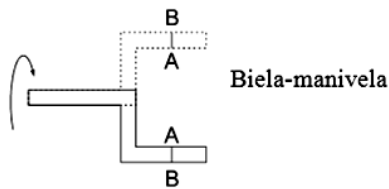
El primer término es la velocidad del punto “P”, el segundo la velocidad de masas y el tercero es la velocidad del punto “P” respecto al centro de masas.



## MOVIMIENTO PLANO DE UN SÓLIDO

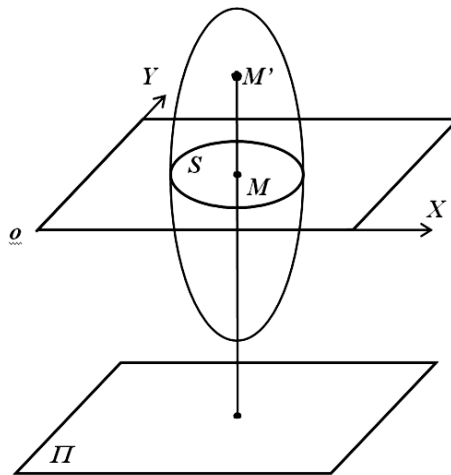
Por movimiento plano paralelo (o simplemente plano) se entiende el movimiento del cuerpo sólido durante el cual todos sus puntos se desplazan paralelamente a un plano fijo.

Muchas piezas de mecanismos y máquinas efectúan un movimiento plano, por ejemplo, una rueda móvil sobre un segmento de vía rectilínea, una biela de un mecanismo de Biela – manivela; etc.



El movimiento de rotación de un cuerpo sólido, es un caso particular del movimiento plano.

Examinaremos la sección “S” del cuerpo situada en un plano “OXY” paralelo al plano “ $\pi$ ” de la siguiente figura :

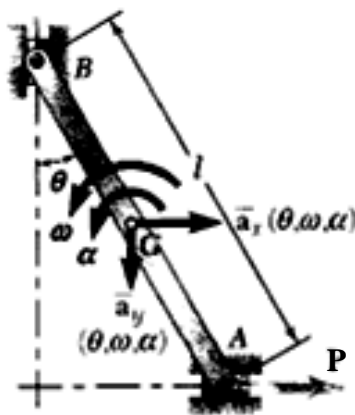


Si tenemos un movimiento plano, todos los puntos del cuerpo situados sobre la recta  $MM'$  perpendiculares a la sección S, es decir, al plano  $\pi$ , se desplazan de un modo idéntico. Por eso, para el estudio del movimiento de todo el cuerpo es suficiente estudiar el movimiento de una sección S en el plano OXY.

## MOVIMIENTO PLANO RESTRINGIDO

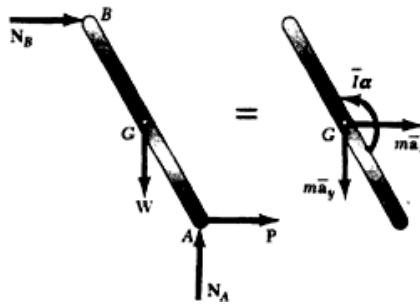
La mayoría de las aplicaciones de ingeniería tienen que ver con cuerpos rígidos que se mueven bajo ciertas restricciones. Por ejemplo, las manivelas deben girar alrededor de un eje fijo, las ruedas deben rodar sin patinar y las bielas deben describir ciertos movimientos prescritos. En todos estos casos, existen relaciones precisas entre los componentes de la aceleración “ $a$ ” del centro de masa “ $G$ ” del cuerpo considerado y su aceleración angular “ $\alpha$ ”, se dice que el movimiento correspondiente es un movimiento restringido.

La solución de un problema que implica un movimiento plano restringido requiere un análisis cinemático preliminar. Considérese, por ejemplo una barra esbelta  $AB$ , de longitud “ $l$ ” y masa “ $m$ ”, cuyos extremos están conectados a bloques de masa insignificante que se deslizan a lo largo de correderas horizontales y verticales sin fricción, como se muestra en la siguiente figura :

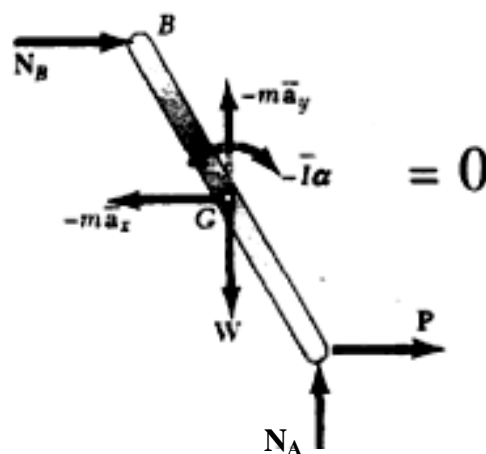


Se sabe que la aceleración “ $a$ ” del centro de masa “ $G$ ” de la barra se puede determinar en cualquier instante dado a partir de la posición de la barra, de su velocidad angular y de su aceleración angular en dicho instante. Si en un instante dado se conocen los valores de “ $\theta$ ”, “ $\omega$ ” y “ $\alpha$ ” y se desea determinar el valor correspondiente de la fuerza “ $P$ ”, así como las reacciones en “ $A$ ” y “ $B$ ”; primero se determinan los componentes “ $a_x$ ” y “ $a_y$ ” de la aceleración del centro de masas “ $G$ ”. A continuación se aplica el principio de D’Alembert (ver figura siguiente), utilizando las expresiones obtenidas para “ $a_x$ ” y “ $a_y$ ”. Entonces se

pueden determinar las fuerzas des conocidas “P”, “ $N_A$ ” y “ $N_B$ ” escribiendo y resolviendo las ecuaciones apropiadas.



Supóngase ahora que se conocen la fuerza aplicada “P”, el ángulo “ $\theta$ ” y la velocidad angular “ $\omega$ ” de la barra en un instante dado, y que se desea determinar la aceleración angular “ $\alpha$ ” de la barra y las componentes “ $a_x$ ” y “ $a_y$ ” de la aceleración de su centro de masa en dicho instante, así como las reacciones en A y B’. El estudio cinemático tendrá que expresar los componentes “ $a_x$ ” y “ $a_y$ ” de la aceleración de “G” en función de la aceleración angular “ $\alpha$ ” de la barra. Esto se llevará a cabo expresando primero la aceleración de un punto de referencia adecuado, tal como “A”, en función de la aceleración angular “ $\alpha$ ”. Las componentes “ $a_x$ ” y “ $a_y$ ” de la aceleración de “G” se pueden determinar entonces en función de “ $\alpha$ ”, las expresiones obtenidas pueden llevarse a la figura anterior. Así pueden deducirse tres ecuaciones en función de “ $\alpha$ ”, “ $N_A$ ” y “ $N_B$ ” y resolverse para las tres ecuaciones. Obsérvese que el método de equilibrio dinámico también se puede usar para obtener la solución de los dos tipos de problemas considerados (ver figura siguiente).



## PRINCIPIO DE LOS TRABAJOS VIRTUALES

El Principio de los Trabajos Virtuales se expresa diciendo:

*“Para una deformación virtual infinitamente pequeña de un cuerpo que se encuentra en equilibrio, el trabajo virtual de las fuerzas exteriores es igual al trabajo virtual interno de deformación”*

Válido cualquiera sea la ley del estado de tensiones y su relación con las deformaciones. Es conveniente, antes de pasar al análisis general del principio, considerar algunos términos de la definición:

- En primer lugar estamos considerando un cuerpo en equilibrio, al que con posterioridad se le provoca una deformación. Dicha deformación es arbitraria y posible, compatible con las condiciones de vínculo, pero que no proviene de las cargas originales en el cuerpo.
- Las cargas externas multiplicadas por esos desplazamientos arbitrarios representan el trabajo virtual de las fuerzas exteriores,  $A_e$ .
- Los esfuerzos internos generados por las cargas en equilibrio originales, generan trabajo debido a la deformación virtual impuesta, dando origen al trabajo virtual interno de deformación,  $A_i$ .
- El Principio de Trabajos Virtuales puede entonces expresarse sintéticamente como:  $A_e = A_i$

Consideremos ahora el caso de una estructura plana con barras resistentes a flexión, sometido a un sistema de cargas “ $P_m$ ” en su plano, siendo “ $C$ ” las correspondientes reacciones de vínculo exteriores.

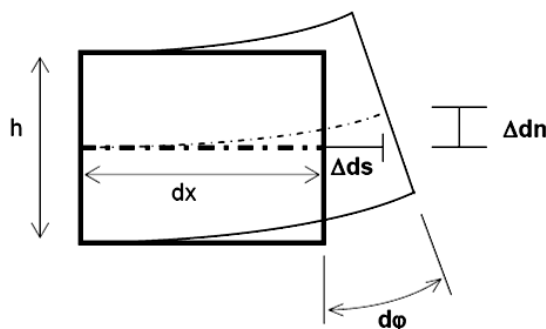
Para este sistema en equilibrio se desarrollan esfuerzos internos  $M, N, Q$ , de tal manera que existe equilibrio entre la acción interna y la externa.

Sometemos al sistema a una deformación virtual, por lo que los puntos de aplicación de las cargas “ $P_m$ ” y  $C$ , sufrirán desplazamientos “ $\delta m$ ” y “ $\Delta c$ ” (si existen corrimientos de apoyos) en la dirección de las mismas. Por lo tanto el trabajo virtual de las fuerzas externas estará dado por:

$$A_e = \sum \bar{P}_m \delta m + \sum \bar{C} \Delta c$$

Para expresar el trabajo virtual interno de deformación, es decir el trabajo de los esfuerzos internos (M,N,Q) debido a la deformación virtual a que sometimos al sistema, consideramos un elemento de una barra “ $dx$ ” de altura “ $h$ ”.

La deformación virtual provocará, un desplazamiento relativo de las dos secciones del elemento que podrá expresarse por una traslación y una rotación “ $d\phi$ ”. La traslación la podemos considerar compuesta por dos componentes; una a lo largo del eje de la barra “ $\Delta ds$ ” y otra normal “ $\Delta dn$ ”.

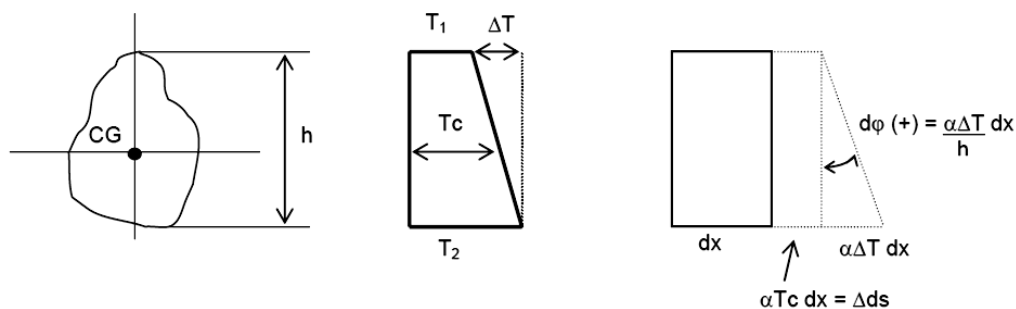


El trabajo diferencial de las fuerzas internas que actúan sobre el elemento “ $dx$ ” será:

$$dA_i = \bar{M}d\phi + \bar{N}\Delta ds + \bar{Q}\Delta dn$$

La integración de esta expresión a toda la estructura representa el trabajo virtual de deformación **Ai**.

Supongamos que la deformación virtual fue provocada por un sistema de cargas exteriores que incluye variación de temperatura, y que genera esfuerzos internos que designaremos como M, N y Q. Admitimos que la temperatura varía linealmente con la altura  $h$  de la sección transversal como se indica en la figura siguiente :



Donde definimos con  $T_1$  y  $T_2$  a las temperaturas de la fibra superior e inferior respectivamente,  $T_c$  la temperatura correspondiente al centro de gravedad de la sección y  $\Delta T = T_2 - T_1$ .

Observamos que la temperatura genera deformaciones “ $\Delta \mathbf{ds}$ ” y “ $\mathbf{d}\phi$ ” en la sección.

Finalmente igualando el trabajo externo y el interno resulta:

$$\sum \bar{P}_m \delta_m + \sum \bar{C} \Delta_c = \int \frac{M \bar{M}}{EJ} dx + \int M \alpha \frac{\Delta T}{h} dx + \int \frac{N \bar{N}}{EA} dx + \int N \alpha T_c dx + \chi \int \frac{Q \bar{Q}}{GA} dx$$

que es la expresión del Principio de Trabajos Virtuales, para el caso general de estructuras planas.

Donde:

- $\alpha$ : coeficiente de dilatación térmica
- A: Sección transversal de la barra
- J: Momento de Inercia
- E: Módulo de elasticidad
- G: Módulo de elasticidad transversal
- $\chi$ : Coeficiente de forma que tiene en cuenta la distribución no uniforme del corte en la sección transversal de la viga

En el caso de tener elementos sometidos a torsión se deberá agregar a la ecuación anterior el término:

$$\int \frac{M_t \bar{M}_t}{C_T} dx$$

## **PRINCIPIO DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA**

Este principio se utilizará para analizar el movimiento plano de cuerpos rígidos. Aquí utilizaremos los parámetros de velocidad y desplazamiento, no es necesario el cálculo de la aceleración. También debemos observar que estas cantidades, trabajo y energía cinética, son cantidades escalares.

Recordar, que también debemos suponer que el cuerpo rígido está formado por “n” partículas de masa “ $\Delta m_i$ ”.

$$T_1 + U_{1-2} = T_2$$

Donde “ $T_1$ ” y “ $T_2$ ”, son el valor inicial y final de la energía cinética total de las partículas que forman el cuerpo rígido respectivamente.

“ $U_{1-2}$ ” es el valor de todas las fuerzas que actúan sobre las diversas partículas del cuerpo rígido.

La energía cinética total :

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \Delta m_i v_i^2$$

“ $U_{1-2}$ ”, representa el trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan en un cuerpo rígido, tanto interno como externo.

Por definición de cuerpo rígido, “ $U_{1-2}$ ”, Interno es cero; pues la distancia es la misma y las fuerzas internas son iguales, la misma dirección, sentido opuesto.

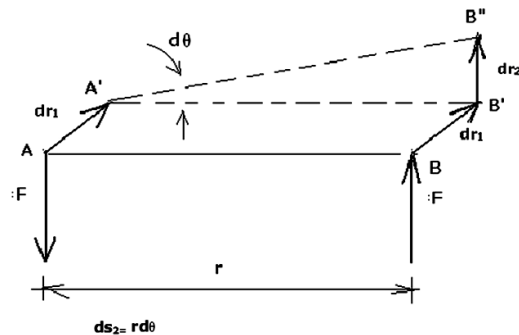
“ $U_{1-2}$ ”, se reduce al trabajo de las fuerzas externas y estas actúan sobre el cuerpo durante el desplazamiento considerado.

El Trabajo de una fuerza “ $F$ ”, durante un desplazamiento de su punto de aplicación desde “ $A_1$ ” hasta “ $A_2$ ”, es :

$$U_{1-2} = \int_{A_2}^{A_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{v} \qquad U_{1-2} = \int_{x_1}^{x_2} (F \cos \alpha) \cdot ds$$

- $F$  = magnitud de la fuerza.
- $A$  = ángulo que forma con la dirección del movimiento de su punto de aplicación  $A$

- $s =$  es la variable de interacción que mide la distancia recorrida por “A” a lo largo de su trayectoria.



La **ley de la conservación de la energía** constituye el primer principio de la termodinámica y afirma que la cantidad total de energía en cualquier sistema aislado (sin interacción con ningún otro sistema) permanece invariable con el tiempo, aunque dicha energía puede transformarse en otra forma de energía. En resumen, la ley de la conservación de la energía afirma que la energía no puede crearse ni destruirse, sólo se puede cambiar de una forma a otra, por ejemplo, cuando la energía eléctrica se transforma en energía calorífica en un calefactor.

En **mecánica lagrangiana** la conservación de la energía es una consecuencia del teorema de Noether cuando el lagrangiano no depende explícitamente del tiempo. El teorema de Noether asegura que cuando se tiene un lagrangiano independiente del tiempo, y por tanto, existe un grupo uniparamétrico de traslaciones temporales o simetría, puede construirse una magnitud formada a partir del lagrangiano que permanece constante a lo largo de la evolución temporal del sistema, esa magnitud es conocida como hamiltoniano del sistema. Si además, la energía cinética es una función sólo del cuadrado de las velocidades generalizadas (o lo que es equivalente a que los vínculos en el sistema sean esclerónomos, o sea, independientes del tiempo), puede demostrarse que el hamiltoniano en ese caso coincide con la energía mecánica del sistema, que en tal caso se conserva.

En **mecánica newtoniana** el principio de conservación de la energía, no puede derivarse de un principio tan elegante como el teorema de Noether, pero puede comprobarse directamente para ciertos sistemas simples de partículas en el caso de que todas las fuerzas deriven de un potencial, el caso más simple es el de un sistema de partículas puntuales que interactúan a distancia de modo instantáneo.

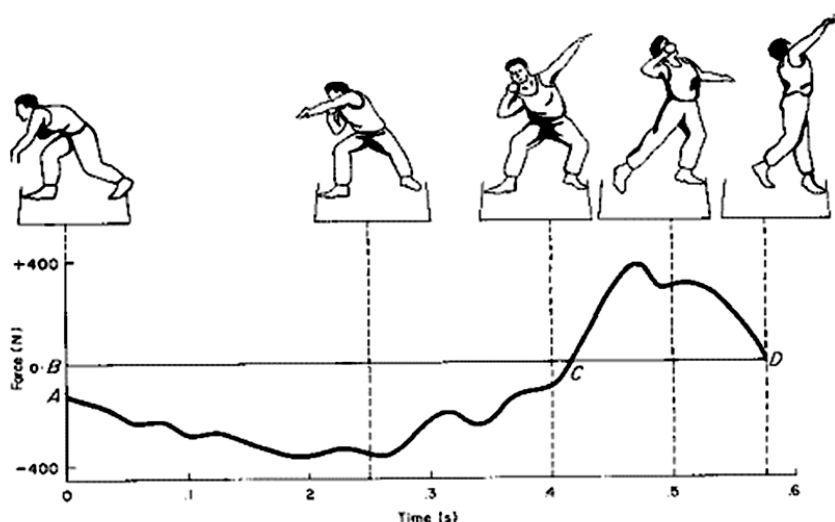


## PRINCIPIOS DE IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO APLICADOS A CUERPOS RÍGIDOS Y A SISTEMAS.

Partiendo de la Segunda Ley de Newton (“La resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo de masa  $m$ , es directamente proporcional y tiene la misma dirección y sentido que la aceleración que produce”) podemos definir dos conceptos importantes para el análisis del movimiento, como son el *impulso* y la *cantidad de movimiento* que posee un cuerpo.

Supongamos que analizamos a un lanzador de bala durante la ejecución de un lanzamiento, y que este se realiza sobre una plataforma especial que permite medir la intensidad y registrar el tiempo durante el cual actúan las fuerzas que se ejercen contra ella.

En la figura podemos observar el registro de las componentes horizontales de las fuerzas que se ejercen contra el suelo, considerando como positivas a aquellas que tienen la dirección del lanzamiento, y negativas en caso contrario.



Si observamos el registro notamos la variación de la fuerza en los diferentes intervalos de tiempo. A la integral de una fuerza en el intervalo de tiempo que ella actúa se lo denomina *impulso*.

$$J = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt$$

De la expresión anterior podemos deducir que el impulso está representado por el área bajo la curva limitada por los instantes de tiempo definidos.

Aplicando la Segunda Ley de Newton podemos llegar a encontrar una interesante relación:

Recordando que :

$$\underline{F} = m \cdot \underline{a}$$

donde “ $\underline{F}$ ” representa la fuerza media ejercida en un intervalo de tiempo “ $\Delta t = t_f - t_i$ ”, en el cual podemos considerar a “ $t_i = 0$ ”, y “ $\underline{a}$ ” representa la aceleración media, la cual puede ser reemplazada por :

$$\underline{a} = (v_f - v_i) / t$$

Reemplazando en la anterior tenemos que:

$$\underline{F} = m(v_f - v_i) / t$$

Pasando “ $t$ ” al otro lado de la igualdad y eliminando el paréntesis obtenemos :

$$\underline{F} \cdot t = m \cdot v_f - m \cdot v_i$$

La expresión anterior implica que *el impulso de una fuerza es igual a la variedad de cantidad de movimiento que esta produce.*

Cabe aclarar que en cierta bibliografía a la *variación de la cantidad de movimiento* se la conoce como *momentum*.

**Conservación de la cantidad de movimiento durante los choques :** Los choques son una situación muy común en la actividad deportiva. Por ejemplo cuando un futbolista impacta una pelota, la fuerza ejercida por el pie contra la pelota es igual y contraria a la que ejerce la pelota contra el pie (Tercera Ley de Newton). El tiempo que durante el cual actúan dichas fuerzas es también idéntico. Dado que el impulso de una fuerza es igual al producto de dicha fuerza por el tiempo durante el cual actúa, podemos deducir que el impulso que la fuerza del pie ejerce sobre la pelota es igual y contrario al que la pelota recibe, por lo tanto también ocurrirá lo mismo con la cantidad de movimiento.

Expresando esto último algebraicamente:

$$mv_{f1} - mv_{i1} = -(mv_{f2} - mv_{i2})$$

Pasando el segundo término de la igualdad al primero:

$$(mv_{f1} - mv_{i1}) + (mv_{f2} - mv_{i2}) = 0$$

La anterior expresa el principio de la conservación de la cantidad de movimiento que dice: *en un sistema en el cual los cuerpos chocan, la variación de la cantidad de movimiento permanece constante, a menos que sobre dicho sistema actúen fuerzas externas.*

En realidad, en cualquier situación de choque siempre actúa alguna fuerza externa, como la fuerza de gravedad. El principio de la cantidad de movimiento es aplicable a los choques, *siempre que el tiempo que dure el choque sea lo suficientemente pequeño*, de manera que se pueda despreciar la influencia de dicha fuerza. En la práctica deportiva los choques más usuales como el de una raqueta, el de un bate, o el de un pié contra una pelota, siempre duran un instante de tiempo muy pequeño.

## CONCLUSIONES

La *dinámica* es la parte de la física que describe la evolución en el tiempo de un sistema físico en relación con las causas que provocan los cambios de estado físico y/o estado de movimiento. El objetivo de la dinámica es describir los factores capaces de producir alteraciones de un sistema físico, cuantificarlos y plantear ecuaciones de movimiento o ecuaciones de evolución para dicho sistema de operación.

El estudio de la dinámica es prominente en los sistemas mecánicos (clásicos, relativistas o cuánticos), pero también en la termodinámica y electrodinámica.

En otros ámbitos científicos, como la economía o la biología, también es común hablar de dinámica en un sentido similar al de la física, para referirse a las características de la evolución a lo largo del tiempo del estado de un determinado sistema.

La comprensión de las leyes de la dinámica clásica le ha permitido al hombre determinar el valor, la dirección y el sentido de la fuerza que hay que aplicar para que se produzca un determinado movimiento o cambio en el cuerpo. Por ejemplo, para hacer que un cohete se aleje de la Tierra, hay que aplicar una determinada fuerza para vencer la fuerza de gravedad que lo atrae; de la misma manera, para que un mecanismo transporte una determinada carga hay que aplicarle la fuerza adecuada en el lugar adecuado.

A través de los conceptos de desplazamiento, velocidad y aceleración es posible describir los movimientos de un cuerpo u objeto sin considerar cómo han sido producidos, disciplina que se conoce con el nombre de cinemática. Por el contrario, la **dinámica** es la parte de la mecánica que se ocupa del estudio del movimiento de los cuerpos sometidos a la acción de las fuerzas.

El *cálculo dinámico* se basa en el planteamiento de ecuaciones del movimiento y su integración. Para problemas extremadamente sencillos se usan las ecuaciones de la mecánica newtoniana directamente auxiliados de las leyes de conservación. La ecuación esencial de la dinámica es la segunda ley de Newton (o ley de Newton-Euler)  $\mathbf{F}=\mathbf{m}.\mathbf{a}$  donde “F” es la resultante de las fuerzas aplicadas, “m” la masa y la “a” la aceleración.

Las leyes de conservación pueden formularse en términos de teoremas que establecen bajo qué condiciones concretas una determinada magnitud "se conserva" (es decir, permanece constante en valor a lo largo del tiempo a medida que el sistema se mueve o

cambia con el tiempo). Además de la ley de conservación de la energía las otras leyes de conservación importante toman la forma de teoremas vectoriales. Estos teoremas son:

- El **teorema de la cantidad de movimiento**, que para un sistema de partículas puntuales requiere que las fuerzas de las partículas sólo dependan de la distancia entre ellas y estén dirigidas según la línea que las une. En mecánica de medios continuos y mecánica del sólido rígido pueden formularse teoremas vectoriales de conservación de cantidad de movimiento.
- El **teorema del momento cinético**, establece que bajo condiciones similares al anterior teorema vectorial la suma de momentos de fuerza respecto a un eje es igual a la variación temporal del momento angular.

Existen varias formas de plantear ecuaciones de movimiento que permitan predecir la evolución en el tiempo de un sistema mecánico en función de las condiciones iniciales y las fuerzas actuantes. En mecánica clásica existen varias formulaciones posibles para plantear ecuaciones:

- La **mecánica newtoniana** que recurre a escribir directamente ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden en términos de fuerzas y en coordenadas cartesianas. Este sistema conduce a ecuaciones difícilmente integrables por medios elementales y sólo se usa en problemas extremadamente sencillos, normalmente usando sistemas de referencia inerciales.
- La **mecánica lagrangiana**, este método usa también ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden, aunque permite el uso de coordenadas totalmente generales, llamadas coordenadas generalizadas, que se adapten mejor a la geometría del problema planteado. Además las ecuaciones son válidas en cualquier sistema de referencia sea éste inercial o no. Además de obtener sistemas más fácilmente integrables el teorema de Noether y las transformaciones de coordenadas permiten encontrar integrales de movimiento, también llamadas **leyes de conservación**, más sencillamente que el enfoque newtoniano.
- La **mecánica hamiltoniana** es similar a la anterior pero en él las ecuaciones de movimiento son ecuaciones diferenciales ordinarias son de primer orden.

Además la gama de transformaciones de coordenadas admisibles es mucho más amplia que en mecánica lagrangiana, lo cual hace aún más fácil encontrar integrales de movimiento y cantidades conservadas.

- El ***método de Hamilton-Jacobi*** es un método basado en la resolución de una ecuación diferencial en derivadas parciales mediante el método de separación de variables, que resulta el medio más sencillo cuando se conocen un conjunto adecuado de integrales de movimiento.

En física existen dos tipos importantes de sistemas físicos los sistemas finitos de partículas y los campos. La evolución en el tiempo de los primeros pueden ser descritos por un conjunto finito de ecuaciones diferenciales ordinarias, razón por la cual se dice que tienen un número finito de grados de libertad. En cambio la evolución en el tiempo de los campos requiere un conjunto de ecuaciones complejas. En derivadas parciales, y en cierto sentido informal se comportan como un sistema de partículas con un número infinito de grados de libertad.

La mayoría de sistemas mecánicos son del primer tipo, aunque también existen sistemas de tipo mecánico que son descritos de modo más sencillo como campos, como sucede con los fluidos o los sólidos deformables. También sucede que algunos sistemas mecánicos formados idealmente por un número infinito de puntos materiales, como los sólidos rígidos pueden ser descritos mediante un número finito de grados de libertad.

La dinámica del punto material es una parte de la mecánica newtoniana en la que los sistemas se analizan como sistemas de partículas puntuales y que se ejercen fuerzas a distancia instantáneas.

La ***mecánica de un sólido rígido*** es aquella que estudia el movimiento y equilibrio de sólidos materiales ignorando sus deformaciones. Se trata, por tanto, de un modelo matemático útil para estudiar una parte de la mecánica de sólidos, ya que todos los sólidos reales son deformables. Se entiende por sólido rígido un conjunto de puntos del espacio que se mueven de tal manera que no se alteran las distancias entre ellos, sea cual sea la fuerza actuante (matemáticamente, el movimiento de un sólido rígido viene dado por un grupo uniparamétrico de isometrías).

## **BIBLIOGRAFIA**

- Aplicaciones de la Estadística – Murrieta Noechea, Antonio
- Cuestiones de Física – Aguilar Jsement
- Dinámica II: Mecánica Para Ingeniería y sus Aplicaciones – David J. MacGill & Wilton King
- Dinámica. Boresi y Schmidt
- Diseño de Máquinas. Norton
- Diseño en Ingeniería Mecánica. Shigley-Mischke
- Física – Maiztegui & Sabato – Edición 1
- Física – Wilson Jerry
- Física Tomo I – Serway Raymond
- Física, Curso Elemental: Mecánica – Alonso Marcelo
- Introducción a la Biomecánica – Kart Hainant
- Mecánica de Máquinas. Ham-Crane-Rogers
- Mecánica Para Ingeniería Estadística – Singer Ferdinand
- Mecánica Racional – Maurer & Roark
- Mecánica Racional. Merian.
- Mecánica Rotacional – Mourer & Reark – Edición 5
- Mecánica Vectorial para Ingenieros. Beer Johnston.
- Mecanismos. Doughtie-James
- Revista Investigación y Ciencia – Jean Michael & É. Kierlik – Julio 2002