

OPERACIONES CON NÚMEROS Q

1) SUMA Y RESTA

Para sumar y restar racionales se sigue el siguiente proceso:

a) Se encuentra el mínimo común múltiplo (m.c.m) de los denominadores, es decir, se encuentra al mínimo número que les contenga a los denominadores.

b) Se divide el m.c.m. para cada denominador y se multiplica por el numerador de cada número Q.

c) Se aplica la ley de la suma y resta de los números Z para reducir términos semejantes. Este resultado se pone como numerador, conservando por denominador al m.c.m. Luego se simplifica si es posible. Para simplificar se debe considerar los siguientes criterios de divisibilidad:

-Divisibilidad por 2: Un número es divisible por 2 cuando la cifra de sus unidades es cero o cifra par. Ejemplo: 24 y 20

- Divisibilidad por 5: Un número es divisible por 5 cuando la cifra de sus unidades sea cero o cinco. Ejemplo: 140 y 145.

-Divisibilidad por 3: Un número es divisible por 3 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3. Ejemplo: 123

- Divisibilidad por 4: Un número es divisible por 4 cuando sus 2 últimas cifras son ceros o cuando el doble de la penúltima cifra más la última resulte un múltiplo de 4. Ejemplo: 376 , ya que $2 \cdot 7 + 6 = 20 = \text{múltiplo de } 4$.

Ejemplo: Realizar la siguiente operación:

$$\begin{array}{ccccccc}
 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} & - & \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} & + & \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} & - & \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \\
 \frac{1}{2} & & \frac{3}{4} & & \frac{7}{8} & & \frac{1}{3}
 \end{array}$$

a) Encontrando el m.c.m. de los denominadores

$$\begin{array}{cccc|c}
 2 & 4 & 8 & 3 & 2 \\
 1 & 2 & 4 & 3 & 2 \\
 & 1 & 2 & 3 & 2 \\
 & & 1 & 3 & 3 \\
 & & & 1 & 3
 \end{array}
 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{Se multiplica } 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24 \rightarrow \text{m.c.m.} = 24$$

b) Realizando la división del m.c.m. para cada denominador y multiplicando por el numerador de cada número Q.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{7}{8} - \frac{1}{3} &= \frac{(24 \div 2)1 - (24 \div 4)3 + (24 \div 8)7 - (24 \div 3)1}{24} \\
 &= \frac{12 - 18 + 21 - 8}{24}
 \end{aligned}$$

c) Sumando entre números positivos y negativos y realizando las demás operaciones

$$= \frac{33-26}{24}$$

$$= \frac{7}{24}$$

Ejemplos ilustrativos

Resolver los siguientes ejercicios:

a) $\frac{1}{3} - \frac{5}{4} + \frac{3}{2} - \frac{5}{6}$ b) $0,1 - 1\frac{5}{2} + 1,2 - 2\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{2} - \left\{ \frac{5}{2} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \right) \right\}$

d) $2^{-2} - \left\{ 0,5 + \left(1\frac{1}{4} - 4^{-\frac{1}{2}} \right) \right\}$

Solución:

Afirmaciones

a) $\frac{1}{3} - \frac{5}{4} + \frac{3}{2} - \frac{5}{6}$

$$= \frac{4-15+18-10}{12}$$

$$= \frac{22-25}{12}$$

$$= \frac{-3}{12} = -\frac{3_1}{12_4}$$

$$= -\frac{1}{4}$$

b) $0,1 - 1\frac{5}{2} + 1,2 - 2\frac{3}{4}$

$$= \frac{1}{10} - \frac{7}{2} + \frac{12_6}{10_5} - \frac{11}{4}$$

$$= \frac{1}{10} - \frac{7}{2} + \frac{6}{5} - \frac{11}{4}$$

$$= \frac{2-70+24-55}{20}$$

$$= \frac{26-125}{20}$$

$$= \frac{-99}{20} = -\frac{99}{20}$$

$$= -4\frac{19}{20}$$

Razones

m.c.m.= 12 ; Operando

$4+18=22$; $-15-10 = -25$

$22-25=-3$; $(-)\div(+)= -$

Simplificando

Transformando a números Q

Simplificando $\frac{12}{10}$

m.c.m.= 20 ; Operando

$2+24=26$ $-70-55= -125$

$26-125= -99$ $(-)\div(+)= -$

Transformando de número Q a número mixto

$$\text{c) } \frac{1}{2} - \left\{ \frac{5}{2} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} - \left\{ \frac{5}{2} + \left(\frac{1-6}{4} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} - \left\{ \frac{5}{2} + \left(-\frac{5}{4} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} - \left\{ \frac{5}{2} - \frac{5}{4} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} - \left\{ \frac{10-5}{4} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} - \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{5}{4}$$

$$= \frac{2-5}{4}$$

$$= \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$\text{d) } 2^{-2} - \left\{ 0,5 + \left(1\frac{1}{4} - 4^{-\frac{1}{2}} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2^2} - \left\{ \frac{5_1}{10_2} + \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{4} - \left\{ \frac{1}{2} + \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{\sqrt[2]{4^1}} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{4} - \left\{ \frac{1}{2} + \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{4} - \left\{ \frac{1}{2} + \left(\frac{5-2}{4} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{4} - \left\{ \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{4} - \left\{ \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right\}$$

$$= \frac{1}{4} - \left\{ \frac{2+3}{4} \right\}$$

$$= \frac{1}{4} - \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

m.c.m.= 4 ; Operando

$$1-6 = -5$$

$$(+) \cdot (-) = -$$

m.c.m.= 4 ; Operando

$$10-5=5$$

$$(-) \cdot (+) = -$$

m.c.m.= 4 ; Operando

$$2-5 = -3$$

$$(-) \div (+) = -$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Transformando a números Q

$$2^2 = 4$$

Simplificando 5/10

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt{4} = 2$$

m.c.m.= 4 ; Operando

$$5-2=3$$

$$(+) \cdot (+) = +$$

m.c.m.= 4 ; Operando

$$2+3=5$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{5}{4}$$

$(-)\cdot(+)= -$

$$= \frac{1-5}{4}$$

m.c.m.= 4 ; Operando

$$= \frac{-4}{4} = -1$$

$1-5= -4$; $(-)\div(+)= -$

2) MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

En la multiplicación de números Q se simplifica si es posible un numerador con cualquier denominador y luego se multiplica entre numeradores y entre denominadores.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Para dividir números Q, la división se transforma en multiplicación invirtiendo el divisor. Luego se realiza la multiplicación.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Para resolver los ejercicios recuerde que:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

En donde **a, d** son extremos y **b, c** son medios. La división en esta forma toma el nombre de **fracción compleja**, que de compleja solo tiene el nombre, ya que lo que hay que hacer es simplificar un extremo con cualquier medio o un medio con cualquier extremo para luego multiplicar extremos con extremos y medios con medios. El producto de los extremos van en el numerador y el producto de los medios van en el denominador.

Ejemplos ilustrativos

Resolver los siguientes ejercicios:

a) $\frac{8}{15} \times \frac{9}{4}$ b) $\frac{42}{5} \div \frac{7}{30}$ c) $\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{3}\right) \div \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{8}\right)$

d) $\frac{\frac{3}{2} - \frac{9}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{3}{5}}$ e) $\frac{2^{-2} - 1\frac{3}{4}}{0,5 + 25^{-\frac{1}{2}}}$ f) $\frac{\left(4^{-\frac{1}{2}} \times \frac{1}{2}\right) \left(2\frac{1}{4} \div 4^{-1}\right)}{\left(0,1 \div \frac{1}{10}\right) \left(36^{-\frac{1}{2}} \times 6^{-1}\right)}$

Solución:

Afirmaciones

a) $\frac{8}{15} \times \frac{9}{4}$

$$= \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}$$

$$= \frac{2 \times 3}{5 \times 1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

b) $\frac{42}{5} \div \frac{7}{30}$

$$= \frac{42}{5} \times \frac{30}{7}$$

$$= \frac{\overset{6}{\cancel{42}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \times \frac{\overset{6}{\cancel{30}}}{\underset{1}{\cancel{7}}}$$

$$= \frac{36}{1} = 36$$

c) $\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{3}\right) \div \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{8}\right)$

$$= \left(\frac{3-10}{6}\right) \div \left(\frac{10-1}{8}\right)$$

$$= \left(-\frac{7}{6}\right) \div \left(\frac{9}{8}\right)$$

$$= \left(-\frac{7}{6}\right) \times \left(\frac{8}{9}\right)$$

$$= \left(-\frac{\overset{4}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{6}}}\right) \times \left(\frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{9}{\cancel{9}}}\right)$$

$$= -\frac{28}{27}$$

$$= -1\frac{1}{27}$$

Razones

Simplificando

Multiplicando
y transformando a número Q

Transformando la división en multiplicación

Simplificando

Multiplicando y dividiendo

Operando

$$3-10=-7 \quad ; \quad 10-1=9$$

Transformando la división en multiplicación

Simplificando

$$(-)(+)= -$$

Transformando a número mixto

$$d) \frac{\frac{3}{2} - \frac{9}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{3}{5}}$$

$$= \frac{\frac{6-9}{4}}{\frac{5+6}{10}}$$

$$= \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{11}{10}}$$

$$= -\frac{\frac{3}{4_2}}{\frac{11}{10_5}}$$

$$= -\frac{15}{22}$$

$$e) \frac{2^{-2} - 1\frac{3}{4}}{0,5 + 25^{-\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2^2} - \frac{7}{4}}{10_2 + \frac{1}{25^{\frac{1}{2}}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} - \frac{7}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{25^1}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} - \frac{7}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}$$

Operando

$$6-9 = -5$$

$$5+6=11$$

Simplificando un medio con un extremo

Multiplicando medios con medios y extremos con extremos: (+)(-)= -

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Transformando a números Q

$$2^2 = 4$$

Simplificando $\frac{5}{10}$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$= \frac{1-7}{\frac{4}{5+2}}$$

$$= \frac{1-7}{10}$$

Operando

$$= \frac{-6}{\frac{4}{10}}$$

$$1-7 = -6$$

$$= \frac{-6_3}{\frac{4_{21}}{7}}$$

$$5+2=7$$

Simplificando medios con extremos

$$= -\frac{15}{7}$$

Multiplicando medios con medios y extremos con extremos: (+)(-)=

$$= -2\frac{1}{7}$$

Transformando a número Q

$$\text{f) } \frac{\left(4^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{2}\right) \left(2\frac{1}{4} \div 4^{-1}\right)}{\left(0,1 \div \frac{1}{10}\right) \left(36^{\frac{1}{2}} \times 6^{-1}\right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} \times \frac{1}{2}\right) \left(\frac{9}{4} \div \frac{1}{4^1}\right)}{\left(\frac{1}{10} \div \frac{1}{10}\right) \left(\frac{1}{36^{\frac{1}{2}}} \times \frac{1}{6^1}\right)}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Transformando a números Q

$$= \frac{\left(\frac{1}{\sqrt[2]{4^1}} \times \frac{1}{2}\right) \left(\frac{9}{4} \div \frac{1}{4}\right)}{\left(\frac{1}{10} \div \frac{1}{10}\right) \left(\frac{1}{\sqrt[2]{36^1}} \times \frac{1}{6}\right)}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^1 = a$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \left(\frac{9}{4} \div \frac{1}{4}\right)}{\left(\frac{1}{10} \div \frac{1}{10}\right) \left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right)}$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \left(\frac{9}{4} \times \frac{4}{1}\right)}{\left(\frac{1}{10} \times \frac{10}{1}\right) \left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right)}$$

Transformando la división en multiplicación

Simplificando

$$= \frac{\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{9}{1}\right)}{\left(\frac{1}{1}\right)\left(\frac{1}{36}\right)}$$

Multiplicando

$$= \frac{\frac{9}{4}}{\frac{1}{36}}$$

Multiplicando

$$= \frac{9}{4^1} \frac{36_9}{1}$$

Simplificando medios con extremos

$$= \frac{81}{1} = 81$$

Multiplicando
Dividiendo 81 para 1

3) POTENCIACIÓN

La potenciación es una operación que se fundamenta en los principios de la multiplicación reiterada, mediante un operador numérico llamado exponente.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Exponente
Potencia

Base
Potencia desarrollada

La potenciación de números Q tiene las mismas propiedades de la potenciación de los números Z como las siguientes:

Distributiva con respecto a la multiplicación: Es igual al producto de las potencias respectivas de cada factor:

$$\left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{16} \rightarrow \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

Distributiva con respecto a la división: Es igual al producto de la potencia del dividendo por la potencia del divisor invertido.

$$\left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{1}\right)^2 = \frac{1}{9} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{9} \rightarrow \left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{d}{c}\right)^n$$

Potencia negativa: Es igual al inverso multiplicativo de dicha potencia: $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

$$\rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Potencia de una potencia: Es igual a una potencia de la misma base elevada al producto de los exponentes:

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2 \times 3} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64} \rightarrow \left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \times n}$$

Ejemplos ilustrativos

Resolver los siguientes ejercicios:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^{-2} \quad \text{b) } \left(1\frac{1}{2} - 4^{-\frac{1}{2}}\right)^{-1} \quad \text{c) } \left(\frac{\frac{1}{2} - 3}{2 + \frac{3}{2}}\right)^{-1}$$

$$\text{d) } \frac{\left(16^{\frac{1}{2}} + \sqrt[4]{\sqrt{2^{24}}}\right)^{-1}}{\left(25^{\frac{1}{2}} - \sqrt{\sqrt{2^{16}}}\right)^{-1}}$$

Solución:

Afirmaciones

$$\text{a) } \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^{-2}$$

$$= \left(\frac{3-2}{6}\right)^{-2}$$

$$= \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$$

Razones

m.c.m. = 6 ; Operando

$$3-2=1$$

$$= \left(\frac{6}{1}\right)^2$$

$$= \frac{36}{1} = 36$$

Potencia negativa:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$6^2 = 36$$

$$1^2 = 1$$

Dividiendo

$$\mathbf{b)} \left(1\frac{1}{2} - 4^{-\frac{1}{2}}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{\sqrt{4^1}}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{3-1}{2}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{2}{2}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{2}{2}\right)^1$$

$$= \frac{2}{2} = 1$$

Transformando a número Q

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt{4} = 2$$

Restando números Q

$$3-1=1$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^1 = a$$

Dividiendo

$$\mathbf{c)} \left(\frac{\frac{1}{2} - 3}{2 + \frac{3}{2}}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{\frac{1-6}{2}}{\frac{4+3}{2}}\right)^{-1}$$

Restando y sumando

$$= \left(\frac{-\frac{5}{2}}{\frac{7}{2}} \right)^{-1}$$

$$1-6 = -5$$

$$4+3=7$$

$$= \left(\frac{-\frac{5}{2_1}}{\frac{7}{2_1}} \right)^{-1}$$

Simplificando un medio con un extremo

$$= \left(-\frac{5}{7} \right)^{-1}$$

Multiplicando medios con medios y extremos con extremos

$$= \left(-\frac{7}{5} \right)^1$$

$$\left(\frac{a}{b} \right)^{-n} = \left(\frac{b}{a} \right)^n$$

$$= -\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$$

Elevando a la potencia 1 y transformando a número Q

$$\mathbf{d)} \frac{\left(16^{\frac{1}{2}} + 4\sqrt[3]{2^{24}} \right)^{-1}}{\left(25^{\frac{1}{2}} - \sqrt{\sqrt{2^{16}}} \right)^{-1}}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{16^{\frac{1}{2}}} + \sqrt[3]{24^{24}} \right)^{-1}}{\left(\sqrt[2]{25^1} - \sqrt[8]{2^{16}} \right)^{-1}}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{\sqrt[2]{16^1}} + 2^{\frac{24}{12}} \right)^{-1}}{\left(\sqrt[2]{25^1} - 2^{\frac{16}{8}} \right)^{-1}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m \div n}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{4} + 2^2 \right)^{-1}}{\left(5 - 2^2 \right)^{-1}}$$

Operando con las raíces y los exponentes

$$= \frac{\left(\frac{1}{4} + 4 \right)^{-1}}{\left(5 - 4 \right)^{-1}}$$

$$2^2=4$$

$$= \frac{\left(\frac{1+16}{4}\right)^{-1}}{(1)^{-1}}$$

Sumando y restando números Z y Q

$$= \frac{\left(\frac{17}{4}\right)^{-1}}{(1)^{-1}}$$

$$1+16=17$$

$$= \frac{\left(\frac{4}{17}\right)^1}{(1)^1}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$= \frac{4}{17}$$

Elevando a la potencia 1

$$= \frac{4}{17}$$

Resolviendo la fracción compleja.

4) RADICACIÓN

Como ya se mencionó en los números Z, la radicación es una operación inversa a la potenciación a través de la cual se calcula un número (raíz) que multiplicado por sí mismo tantas veces como indica el índice da un producto igual a la cantidad subradical.

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$$

Para resolver los ejercicios recuerde las siguientes propiedades de la radicación:

Raíz de una raíz.- Se conserva la cantidad subradical y se multiplican los índices

$$\sqrt[3]{\sqrt{\frac{64}{729}}} = \sqrt[3 \cdot 2]{\frac{64}{729}} = \sqrt[6]{\frac{64}{729}} = \frac{2}{3} \rightarrow \sqrt[m]{\sqrt[n]{\frac{a}{b}}} = \sqrt[m \cdot n]{\frac{a}{b}}$$

Raíz de una potencia.- Se escribe la cantidad subradical con un exponente fraccionario cuyo numerador es el exponente de la cantidad subradical y denominador es el índice de la raíz:

$$\sqrt[3]{\left(\frac{3}{4}\right)^6} = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{6}{3}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \rightarrow \sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}$$

Distributiva con respecto a la multiplicación: Es igual al producto de las raíces de cada factor:

$$\sqrt[3]{\frac{8}{125} \times \frac{64}{27}} = \sqrt[3]{\frac{8}{125}} \times \sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15} \rightarrow \sqrt[n]{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \times \sqrt[n]{\frac{c}{d}}$$

Distributiva con respecto a la división: Es igual al producto de la raíz del dividendo por la raíz del divisor invertido:

$$\sqrt{\frac{4}{49} \div \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{4}{49}} \times \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{2}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{21} \rightarrow \sqrt[n]{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \times \sqrt[n]{\frac{d}{c}}$$

Ejemplos ilustrativos

Resolver los siguientes ejercicios:

$$\text{a) } \sqrt[3]{1 - \frac{7}{8}} \quad \text{b) } \sqrt{\left(\frac{1}{50}\right)^{-1} \times 2^{-1}} \quad \text{c) } \sqrt{\frac{\left(-\frac{1}{288}\right)^{-1} \times \left(-\frac{2}{1}\right)^{-1}}{625^{\frac{1}{2}}}}$$

Solución:

Afirmaciones

Razones

$$\text{a) } \sqrt[3]{1 - \frac{7}{8}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{8-7}{8}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{1}{8}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Restando números Z y Q

$$8-7 = 1$$

Extrayendo la raíz

$$\text{b) } \sqrt{\left(\frac{1}{50}\right)^{-1} \times 2^{-1}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{50}{1}\right)^1 \times \frac{1}{2^1}}$$

$$= \sqrt{\frac{50}{1} \times \frac{1}{2}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Elevando a la potencia 1

$$= \sqrt{\frac{50^{25}}{1} \times \frac{1}{2_1}}$$

Simplificando

$$= \sqrt{\frac{25}{1}}$$

Multiplicando

$$= \frac{5}{1} = 5$$

Extrayendo la raíz y dividiendo

$$c) \sqrt{\frac{\left(-\frac{1}{288}\right)^{-1} \times \left(-\frac{2}{1}\right)^{-1}}{625^{\frac{1}{2}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\left(-\frac{288}{1}\right)^1 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^1}{\sqrt[2]{625^1}}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$= \sqrt{\frac{-\frac{288}{1} \times \left(-\frac{1}{2}\right)}{25}}$$

Elevando a la potencia 1

Extrayendo la raíz de 625

$$= \sqrt{\frac{-\frac{288^{144}}{1} \times \left(-\frac{1}{2_1}\right)}{25}}$$

Simplificando

$$= \sqrt{\frac{144}{\frac{1}{25}}}$$

Multiplicando

$$= \sqrt{\frac{144}{\frac{1}{25}}}$$

Transformando el 5 a número Q

$$= \sqrt{\frac{144}{25}}$$

Resolviendo la fracción compleja

$$= \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

Extrayendo la raíz y transformando a número mixto

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

SUÁREZ I., Mario O., (2004),
Editorial Gráficas Planeta, Ibarra, Ecuador.

Interprendizaje Holístico de Matemática,