Los Cuadrados Magicos[*]

Leonhard Euler[†]

1. Es habitual que un cuadrado que se llama un cuadrado mágico cuando sus células están inscriptos con los números naturales, de tal manera que la suma de los números en cada fila, columna y ambas diagonales son iguales entre sí. Entonces, si el cuadrado se dividio en x partes iguales , habría células xx por completo, y cada una de las filas, columnas y diagonales tanto que contienen células x, en el que cada uno de los números naturales 1, 2, 3, 4, . . . , Xx estaría dispuesto, de manera que la suma de todas estas líneas serían iguales entre sí. Para ello, la suma de todos los números del 1 al xx es

$$\frac{xx(1+xx)}{2},$$

y la suma de cada linea seria

$$\frac{x(1+xx)}{2},$$

Por cuanto, para $x = 3$ la suma de una linea simple es igual a 15.

2. Así, para muchas céldas en que un cuadrado se divida, la suma de los números depositados en cada línea se puede calcular fácilmente, de la cual la suma de todas las líneas de cada cuadro se puede calcular fácilmente..

[*]Delivered to the St. Petersburg Academy October 17, 1776. Originally published as De quadratis magicis, Commentationes arithmeticae 2 (1849), 593-602, and reprinted in Leonhard Euler, Opera Omnia, Series 1: Opera mathematica, Volume 7, Birkhäuser, 1992.

[†]Date of translation: December 4, 2004. Translated from the Latin by Jordan Bell, 2nd year undergraduate in Honours Mathematics, School of Mathematics and Statistics, Carleton University, Ottawa, Ontario, Canada. .

x	xx	$\frac{x(1+xx)}{2}$
1	1	1
2	4	5
3	9	15
4	16	34
5	25	65
6	36	111
7	49	175
8	64	260
9	81	369
	etc.	

donde x denota el número de partes iguales en que el cuadrado se divide, y xx el número de células contenidas en el cuadrado, y donde
$\frac{1}{2}x(1 + xx)$ indica la suma de todos los numeros contenidos en cada linea.

3. Para investigar una regla certera para formar cuadrados mágicos para todos Los órdenes, es muy interesante observar que todos los números 1, 2, 3 y xx se puede representar con la siguiente fórmula:

$$mx + n,$$

porque si m toma sucesivamente todas los valores 0, 1, 2, 3, 4 y x - 1, y luego n toma todos los valores 1, 2, 3, 4,. . . , X, está claro que todos los números del 1 a xx se puede representar mediante la combinación de cada uno de los valores de m con cada uno de los valores de n. Además, todos los números para ser inscrito en el cuadrado con la fórmula mx + n son capaces de ser expresados con dos partes, siempre en este orden, en la que usamos las letras latinas a, b, c, d, etc para la primera parte mx, y las letras griegas α, β, γ, δ, etc para la segunda parte n, donde queda claro que para cualquier número x, siempre hay una letra de latín y griego que puede ser igual a x por tener las letras latinas se 0x, 1x, 2x, 3x a (x - 1) x y las letras griegas tomar los valores 1, 2, 3, 4,. . . , X. Sin embargo, este orden de las letras latinas y griegas no es fijo, y cualquier letra del alfabeto latino puede denotar 0x, 1x, 2x, etc, siempre y cuando todos los valores diferentes que hayan adoptado, con la misma utilizacion de las letras griegas.

4. Ahora, cualquier número que va a ser inscrito en el cuadrado puede ser representados con un par de Letras una Latinas y una letra griega, por ejemplo por b + δ o un a+β, etc; es decir, cada número se puede representar con estas dos partes. Si cada uno de las

Letras latinas se unen con cada una de las letras griegas, es claro que todos los números del 1 al xx debe dar, y también está claro que cada combinación diferente de letras siempre se produce un número diferente, sin un número capaz de ser repetido.

5. Por lo tanto todos los números pueden ser representados por la combinación de una letra latína y una griega. Este hecho da una regla para la construcción de cuadrados mágicos. En primer lugar, las letras latinas están inscritos en todas las céldas del cuadrado para que la suma de todas las líneas son los mismos, donde si hubo x habría células xx por completo en el cuadrado, y está claro que cada letra se repite x veces. Del mismo modo, las letras griegas luego se inscribió en todas las células del cuadrado, de tal manera que la suma de todas las líneas son iguales. Entonces, para todas las líneas de la suma de estos números realizados por una combinación de una letra latína y una griega sería igual. Además, en un acuerdo donde se combina cada letra del alfabeto latino con todas las letras griegas, con este método ningun número del 1 a xx se perdera, y tampoco ninguno de ellos se produce dos veces.

6. Para poder utilizar esta regla para cada tipo de cuadrado de acuerdo a las céldas que tiene, es evidente de inmediato para empezar con nueve celdas, debido a que un cuadrado con cuatro células no tienen suficiente espacio para un arreglo. Además, en general, se observa que para cada tipo hay letras x latín y griego, y que todas las líneas tienen el mismo número de céldas, con las condiciones dadas satisfechas si cada línea tiene todas las letras latinas y griegas en élla. Sin embargo, si la misma letra se produce dos o tres veces en alguna línea, siempre es necesario entonces que la suma de todas las letras que ocurren en cada línea igual a la suma de todas las letras latinas $a + b + c + d +$ etc o letras griegas $\alpha + \beta + \gamma + \delta +$, etc

I. Tipos de cuadrados divididos en 9 celdas

7. Para este tipo, se deduce que $x = 3$, y tenemos las letras latinas a, b, c y las letras griegas α, β, γ, donde las letras latinas tienen los valores 0, 3, 6 y las letras griegas 1, 2, 3. Ahora empezamos con las letras latinas a, b, c, y es fácil para inscribir en la de 9 celdas de nuestro cuadrado de tal manera que en cada fila

y la columna de las tres letras se producen. Por ejemplo, como en la figura:

$$\begin{matrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{matrix}$$

donde ahora también en una diagonal cada una de las tres letras a, b, c aparece, pero en el otro c la misma letra se repite tres veces, es fácil ver que no es posible tener todas las tres letras diferentes en las dos líneas a la vez. Sin embargo, esto no causa un problema, siempre y cuando la diagonal 3c es igual a la suma de la otra diagonal a + b + c, es decir, siempre que 2c = a + b. De esto, está claro que c se debe tomar para ser 3, y las letras a y b asignan los valores 0 y 6, por lo que sería 2c = a + b. Por tanto, sería posible tener ya sea a = 0 ó b = 0, y de esto, la suma de cada línea de resultados como a + b + c = 9

8. Del mismo modo, las letras griegas se pueden distribuir en un cuadrado de este tipo, y podemos representar en esta figura con una disposición inversa:

$$\begin{matrix} \gamma & \beta & \alpha \\ \alpha & \gamma & \beta \\ \beta & \alpha & \gamma \end{matrix}$$

para lo cual es necesario contar con 2γ = α + β, γ y por lo tanto = 2. Entonces, si se combinan de una manera natural cada una de las células de la primera figura con cada una de las celdas de la segunda figura, se verá que cada una de las letras latinas se combina con cada una de las letras griegas, de tal manera que a partir de esta combinación de todos los números 1 a 9 resultado, lo que produciría la siguiente figura:

$$\begin{matrix} a\gamma & b\beta & c\alpha \\ b\alpha & c\gamma & a\beta \\ c\beta & a\alpha & b\gamma \end{matrix}$$

donde se observa que dos letras que se unen no significa el producto, sino que denota una combinación.

9. Tomando en esta figura que c = 3 e γ = 2, entonces las letras a y b se pueden asignar como 0 y 6, y también a las letras α y β los valores de 1 y 3. Si suponemos que a = 0 y b = 6, y que α = 1 y β = 3, el cuadrado mágico se vera:

2	9	4
7	5	3
6	1	8

donde la suma de cada línea es de 15. Si se permutan los valores de las letras a y b, y también α y β, es claro que se obtendra una cuadrado diferente.

10. Está claro que este es un arreglo suficiente de letras latínas y griegas, y de especial importancia en esto es la colocación de tal manera que cada letra latina se combina con cada letra griega, y en nuestro arreglo, esto parece haber ocurrido por casualidad. Así que no tenemos que dejar esta tarea a una coincidencia, antes de proceder se observa que la disposición de las letras griegas α, β, γ no depende de la disposición de las letras latinas a, b, c. Así, por cada línea, se podría establecer que las letras griegas se combinan con sus equivalentes latinas, por ejemplo, α con a, β con b, y γ con c. De ahí que la primera fila se podría establecer aα, bβ, cγ, y dado que la letra griega mismo no ocurren dos veces en una fila o columna, puede ser simplemente para la segunda fila bγ, cα, Aß, y para la tercera cβ, aγ , bα, de esta forma el cuadrado resulta:

aα	bβ	cγ
bγ	cα	aβ
cβ	aγ	bα

Porque en la izquierda en diagonal α la letra griega se produce tres veces, es necesario que $3\alpha = \alpha + \beta + \gamma$, es decir, $2\alpha = \beta + \gamma$, la cual determina el valor de α, es decir, $\alpha = 2$. En esta forma vemos que $c = 3$. Sin embargo, esto no hace un cuadrado mágico nuevo.

11. Aunque en este primer tipo la disposición de las letras griegas no es difícil de realizar, para los cuadrados con mayor número de céldas es útil dar un método por el cual inscribir las letras griegas después que las letras latinas se hayan depositado. Para ello, una línea que se elija en el medio de las filas, columnas o diagonales, de tal manera que a cada lado de la línea, las células que son igual de lejos contienen diferentes letras del alfabeto latino. Por ejemplo, en este caso la columna central se toma, en torno al cual en la primera fila son las letras a y c, en la segunda b y a, y en el tercero c y b, tal que dos letras diferentes estan siempre en cada lado .

12. Luego, después de una línea media ha sido elegido, en el que cada letra del alfabeto latino se combina con su equivalente griego, y luego a ambos lados de esta, las letras griegas se colocan con sus equivalentes se refleja, por ejemplo, aquí en esta forma un resultado:

$$\begin{array}{ccc} a\gamma & b\beta & c\alpha \\ b\alpha & c\gamma & a\beta \\ c\beta & a\alpha & b\gamma \end{array}$$

en el que claramente hemos reunido todas las letras del alfabeto latino con todos las letras griegas. Luego, de manera que las condiciones pueden ser satisfechas por la diagonal, tenemos que

$$2c = a + b \text{ y } 2\gamma = \alpha + \beta.$$

Esta figura no es en realidad diferente de la que hemos hecho anteriormente en § 8. Además, se puede ver que no importa cómo las filas y columnas son permutadas, las sumas de las filas y columnas no se modifican. Sin embargo, para las diagonales esto puede marcar una gran diferencia, si la primera columna que se tomo se pone en el otro extremo, esta figura se vería:

$$\begin{array}{ccc} b\beta & c\alpha & a\gamma \\ c\gamma & a\beta & b\alpha \\ a\alpha & b\gamma & c\beta \end{array}$$

donde por las diagonales que se deben tomar:

$$2a = b + c \text{ y que } 2\beta = \alpha + \gamma,$$

para el cual se señala que todo lo que se ha incorporado, que es una observación de que será muy útil para los siguientes tipos.

II. Tipos de cuadrados divididos en 16 celdas

13. Aquí es $x = 4$, y tenemos las cuatro letras latinas a, b, c, d, con los valores de 0, 4, 8, 12, y también las cuatro letras griegas α, β, γ, δ con los cuatro valores 1, 2, 3, 4. Por lo tanto, lo primero que inscribir estas letras latinas en el cuadrado tal, que en cada fila y columna de las cuatro letras ocurran, y si es posible, en las dos diagonales también.

14. Dado que no existe un acuerdo establecido para estas letras a, b, c, d,en la primera fila que las inscriben en orden, y en la diagonal la izquierda, en la segunda celda de esta diagonal colocamos tanto la letra c o d. Si tuviéramos que escribir c, todas las otras letras luego se determinarían, siempre y cuando se aseguró que la misma letra no está escrita dos veces en cualquier fila o columna. Se obtiene la siguiente figura en la siguiente forma:

a	b	c	d
d	c	b	a
b	a	d	c
c	d	a	b

donde cada diagonal contiene las cuatro letras, de modo que no son pre-condiciones descritas por los valores de las letras a, b, c, d. Además, si en lugar de la segunda celda de la diagonal que fuera a escribir la letra d, la figura resultante sería el único arreglo posible diferentes, de tal manera que con este arreglo todas las otras posibilidades están cubiertas.

15. Ahora, para inscribir las letras griegas, ya que no hay ninguna fila o columna media se da, se toma la diagonal a, c, d, b, como el centro, y nos encontramos a la vez que en las céldas por igual distancia a cada lado las dos letras son distintas, de que se ve que la regla dada antes en el § 11 se puede utilizar. Por lo tanto, primero que se combinan las letras de esta diagonal con sus equivalentes griegas,y luego combinar las letras griegas con sus equivalentes de reflejarse, de esta manera, la siguiente figura se forma:

aα	bδ	cβ	dγ
dβ	cγ	bα	aδ
bγ	aβ	dδ	cα
cδ	dα	aγ	bβ

16. Así, en esta cifra, las cuatro letras del alfabeto latino y el griego se producen en todas las filas, columnas y las diagonales completo, y debido a esto los cuatro valores de estas letras se pueden establecer sin ninguna restricción. Puesto que hay 24 variaciones de cuatro letras, en total 576 figuras diferentes se pueden formar, y una buena parte de los hechos de esta manera tienen estructuras que son mutuamente diferentes.

17. De ninguna manera se ha de pensar que todos los tipos de cuadrados mágicos se pueden hacer de acuerdo a esta cifra. Hay muchos otros que pueden ser

hechos, donde cada fila no contiene las cuatro letras del alfabeto latino y griego, y que, no obstante cumplir con los requisitos establecidos. Algunos de estos se puede hacer por columnas o filas de transposición, por ejemplo, si en la figura anterior la primera columna se pone al final, esta figura se verá:

$$\begin{array}{cccc} b\delta & c\beta & d\gamma & a\alpha \\ c\gamma & b\alpha & a\delta & d\beta \\ a\beta & d\delta & c\alpha & b\gamma \\ d\alpha & a\gamma & b\beta & c\delta \end{array}$$

donde de hecho, en cada fila y columna todas las letras latinas y griegas aún aparece, pero donde en la diagonal izquierda, descendiendo a la derecha sólo dos letras latinas se producen, es decir, b y c, y en el que también es sólo un par de letras griegas, α y δ. En la otra diagonal son los otros dos letras latinas a y d, y como antes, las letras griegas α y δ.

18. Así que esta cifra satisface las condiciones requeridas, cada letra puede tener más de un valor único, lo que sugiere la restricción de las letras latinas de:

$$b + c = a + d,$$

y lo mismo para las letras griegas que:

$$\alpha + \delta = \beta + \gamma;$$

y por lo tanto, si tomamos a = 0, entonces se sigue a la vez d = 12, y que b = 4 y c = 8, o viceversa, que c = 4 y b = 8. Del mismo modo para las letras griegas, si tomamos α = 1, entonces debe ser δ = 4, y luego β = 2 y γ = 3. A partir de este, un cuadrado mágico considerada como tal se hace:

8	10	15	1
11	5	4	14
2	16	9	7
13	3	6	12

Donde claramente la suma de cada linea es 34.

De hecho, hay muchas formas de hacer de esta manera, por transposición de filas o columnas.

19. Tampoco es absolutamente necesario que cada fila o columna tenga todas las letras latinas y griegas que aparecen en ella, como filas y columnas se pueden hacer con sólo dos letras latinas y griegas, siempre que la suma de ellos es el

igual a la suma de las cuatro letras. En efecto, es útil para la construcción de figuras
Con este método especial, y con mucho trabajo una regla en particular se puede hacer para colocar cada letra del alfabeto latino con cada letra griega, de tal manera que si bien no es una suma única para todas las líneas, cada letra del alfabeto latino se combina con cada letra griega.

20. Para dar un ejemplo de este método, en primer lugar nos propusimos que

$$a + d = b + c,$$

y ponemos las letras latinas de la siguiente manera,

$$\begin{array}{cccc} a & a & d & d \\ d & d & a & a \\ b & b & c & c \\ c & c & d & d \end{array}$$

donde claramente para todas las líneas de la suma de los números es el mismo. Entonces, el Las letras griegas se combinan con cada uno de sus equivalentes de América en la diagonal izquierda, ya que las dos letras correspondientes colocados a ambos lados de esta línea son diferentes, y luego las letras griegas se combinan con sus equivalentes refleja, según el cual la figura siguiente se :

$$\begin{array}{cccc} a\alpha & a\delta & d\beta & d\gamma \\ d\alpha & d\delta & a\beta & a\gamma \\ b\delta & b\alpha & c\gamma & c\beta \\ c\delta & c\alpha & b\gamma & b\beta \end{array}$$

donde por las letras griegas, es necesario que éste se tenga:

$$\alpha + \delta = \beta + \gamma;$$

por lo tanto, si tomamos $a = 0, b = 4, c = 8, d = 12$ y $\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 3$ y $\delta = 4$,
el cuadrado mágico se veria:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 4 & 14 & 15 \\ 13 & 16 & 2 & 3 \\ 8 & 5 & 11 & 10 \\ 12 & 9 & 7 & 6 \end{array}$$

21.De este modo, muchos otros cuadrados pueden ser formados como sigue:

$a\alpha$	$d\beta$	$a\delta$	$d\gamma$
$b\delta$	$c\gamma$	$b\alpha$	$c\beta$
$d\alpha$	$a\beta$	$d\delta$	$a\gamma$
$c\delta$	$b\gamma$	$c\alpha$	$b\beta$

donde está claro para las letras latinas pueden tomar

$$a + d = b + c,$$

Y para las letras griegas,

$$\alpha + \delta = \beta + \gamma,$$

desde donde, si tomamos los valores de arriba, el cuadrado mágico se verá:

1	14	4	15
8	11	5	10
13	2	16	3
12	7	9	6

22. En todas estas formas, la suma de las letras latinas y griegas provienen de la misma suma. Otros también se puede hacer, que no siguen ningún patrón, donde la misma suma de todos los valores se obtiene todavía, pero sería inútil tener en cuenta estas anomalías, porque el azar juega un gran papel con los que sin un patrón fijo puede ser dado por ellos, y así en los siguientes tipos, posibilidad será especialmente tenida en cuenta, de manera que los valores de las letras latinas y griegas no están restringidas.

III. Tipos de cuadrados divididos en 25 celdas

23. Por lo tanto, para este tipo de los cinco letras latinas a, b, c, d, e ocurren, y las cinco letras griegas α, β, γ, δ, ε, para lo cual los valores de los primeros son 0,5, 10, 15, 20, y los valores de la segunda 1, 2, 3, 4, 5, ambas series de estas letras se deben inscribir en las células del cuadrado en un arreglo de tal manera que todas las letras se dan en cada fila, columna y ambas diagonales.

24. En primer lugar, por lo tanto, inscribir todas las letras latinas en el orden en la parte superior fila del cuadrado, y luego llenar la diagonal izquierda con las letras de tal manera que

la misma letra no ocurra dos veces en cualquiera de las líneas restantes, con el que haya más que un camino para que esto se haga. Una vez que esta línea se ha hecho, la otra diagonal es inmediatamente determinada, y esta cifra al lado se puede ver:

$a\varepsilon$	$b\delta$	$c\gamma$	$d\beta$	$e\alpha$
$e\beta$	$c\alpha$	$d\delta$	$a\gamma$	$b\varepsilon$
$d\alpha$	$e\gamma$	$b\beta$	$c\varepsilon$	$a\delta$
$b\gamma$	$d\varepsilon$	$a\alpha$	$e\delta$	$c\beta$
$c\delta$	$a\beta$	$e\varepsilon$	$b\alpha$	$d\gamma$

A continuación, por debajo de la celda del medio esta escrita a y por encima d, de la que la columna central se ha completado, y luego el resto de líneas se determinan de inmediato.

25. Para las letras griegas no es útil usar una de las diagonales, pero si tenemos en cuenta la columna del medio, nos encontramos con que hay diferentes letras en las celdas correspondientes en ambos lados de la misma, por lo tanto, podemos escribir los equivalentes griegos de las letras latinas en esta columna, y las letras griegas en sus lugares de reflejarse equivalentes Latinas, que es cómo llegamos a esta figura.

26. Es evidente que no hay restricciones prescritas para esta figura, y el hecho que las Letras latinas y griegas pueden tomar cualquier número. Ya que con cinco letras hay 120 combinaciones posibles, aquí en total 14.400 variaciones se pueden ver.

27. Si se permutan las filas o columnas entre sí, se puede obtener muchas otras formas, para lo cual sin embargo debe establecer ciertas dependencias en las diagonales, por ejemplo, si la primera columna se coloca al final, se obtiene la siguiente figura:

$b\delta$	$c\gamma$	$d\beta$	$e\alpha$	$a\varepsilon$
$c\alpha$	$d\delta$	$a\gamma$	$b\varepsilon$	$e\beta$
$e\gamma$	$b\beta$	$c\varepsilon$	$a\delta$	$d\alpha$
$d\varepsilon$	$a\alpha$	$e\delta$	$c\beta$	$b\gamma$
$a\beta$	$e\varepsilon$	$b\alpha$	$d\gamma$	$c\delta$

cuando en realidad en todas las filas y columnas todas las letras se producen, porque las diagonales deben satisfacer, al mismo tiempo, esta suma

$$3c + b + d + 3\delta + \beta + \varepsilon$$

Y esta otra

$$3a + b + c + 3\varepsilon + \alpha + \beta$$

se fijan para ser igual a la suma de todas las letras latinas y griegas, a saber:

$$a + b + c + d + e + \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon,$$

y se obtienen las dos ecuaciones siguientes:

$$2c + 2\delta = a + e + \alpha + \gamma$$

y

$$2a + 2\varepsilon = d + e + \gamma + \delta,$$

cuyas condiciones podrían ser satisfechas en muchos aspectos, donde de hecho las letras latínas y el griegas se pueden determinar de manera que

1) $2c = a + e$, 2) $2a = d + e$, 3) $2\delta = \alpha + \gamma$ y 4) $2\varepsilon = \gamma + \delta$.

Está claro que los dos primeros de estos están satisfechos si las letras d, b, a, c, e constituyen una progresión aritmética, donde se obtiene que

$$d = 0,\ b = 5,\ a = 10,\ c = 15 \text{ y } e = 20;$$

y las dos restantes condiciones se cumplen si las letras griegas en el orden α, β, δ, ε, γ continuar en progresión aritmética, con lo que obtiene

$$\alpha = 1, \beta = 2, \delta = 3, \varepsilon = 4 \text{ and } \gamma = 5,$$

de que dicho cuadrado se verá:

8	20	2	21	14
16	3	15	9	22
25	7	19	13	1
4	11	23	17	10
12	24	6	5	18

donde claramente todas las sumas son iguales a 65.

28. Sin embargo, la distribución de las letras no es de ningún trabajo de forma sencilla y requiere una cuidadosa consideración. En particular, para los tipos anteriores, donde muchos elementos quedan a nuestro criterio, el número de figuras es muy grande, la eliminación de una restricción hace que mucho trabajo, porque no hay una clara restricción prescrita para los valores de las letras. Si la letra c toma el valor medio,

que es de 10, con los otros restantes, a nuestra discreción, podemos llenar una diagonal con la letra c, de la cual las demás letras siguen, naturalmente, y de tal figura se puede ver:

c	d	e	a	b
b	c	d	e	a
a	b	c	d	e
e	a	b	c	d
d	e	a	b	c

Ahora bien, en la fila del medio, cada una de las letras griegas están escritos con sus Equivalentes latinos, y luego a ambos lados de esta equivalentes al griego se reflejan, de manera que la siguiente figura se ve:

cδ	dε	eα	aβ	bγ
bε	cα	dβ	eγ	aδ
aα	bβ	cγ	dδ	eε
eβ	aγ	bδ	cε	dα
dγ	eδ	aε	bα	cβ

de la que claramente toma el valor medio, que es de 3, si se elige la ordenacion siguiente::

$$a = 0, b = 5, c = 10, d = 15, c = 20$$

y

$$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 3, \delta = 4, \varepsilon = 5,$$

se obtiene el siguiente cuadrado magico:

14	20	21	2	8
10	11	17	23	4
1	7	13	19	25
22	3	9	15	16
18	24	5	6	12

29. Según el método descrito para la formación de cuadros impares al cambiar los valores, esta figura está formada:

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

que, con la restricción de nuestras fórmulas, consideramos en primer lugar la diagonal izquierda en la que c = 10, y tomara

$$\delta = 1, \alpha = 2, \gamma = 3, \varepsilon = 4 \text{ and } \beta = 5,$$

Y luego

$$b = 0, d = 20, a = 15, e = 5,$$

a partir de estos valores se obtiene el cuadrado magico

30. Es posible descubrir otros tipos de las formas que satisfacen estas normas, y de hecho es posible en gran medida por lo tanto aumentar el número de cuadrados mágicos. Sin embargo, casi nunca es posible estar seguros de que hemos agotado todas las posibilidades, aunque el número de ellos ciertamente no es infinita. Sin duda, una investigación para encontrar una regla más general para el uso en diferentes situaciones no se sigue trabajando en muchos casos. Sin embargo, todavía sería muy hermoso para sumarse a la teoría de las combinaciones de este método.

IV. Tipos de cuadrados divididos en 36 celdas

31. Dado que el número de variaciones, es muy grande y hay muchas determinaciones que permanecen en nuestra discreción, podemos producir una norma específica que aquí, con el que las letras latinas y griegas pueden ser fácilmente organizados, donde las seis letras del alfabeto latino tener valores como:

$$a + f = b + e = c + d$$

y lo mismo para las letras griegas,

$$\alpha + \zeta = \beta + \varepsilon = \gamma + \delta;$$

y por su similitud con el § 20, en cada fila, se inscriben dos letras latinas, y entonces en cada una de las columnas de la misma manera, ponemos dos letras griegas, y de esta manera la siguiente figura se obtiene: 1

aα	aζ	aβ	**f**ε	**f**γ	**f**δ
fα	**f**ζ	**f**β	aε	aγ	aδ
bα	bζ	bβ	eε	eγ	eδ
eζ	eα	eε	bβ	bδ	bγ
cζ	cα	cε	dβ	dδ	dγ
dζ	dα	dε	cβ	cδ	cγ

32. Por lo tanto, se puede ver fácilmente que las letras se pueden organizar en todos los los tipos, incluso con éxito, y para los tipos impares esto se puede hacer con el método descrito anteriormente, en el que la letra que toma el valor medio se repite en una de las diagonales y en el otro las letras se disponen adecuadamente. Por lo tanto, sin embargo para muchas células de un cuadrado dado cuenta, que siempre está en nuestro poder para la construcción de numerosas cuadrados magicos, incluso si estas normas que se han dado son en particular.

1 Se obtiene el siguiente cuadrado mágico con 36 celdas: Cuya suma es 111

3	36	30	4	11	27
22	13	35	12	14	15
16	18	8	31	17	21
28	20	6	29	19	9
32	23	25	2	24	5
10	1	7	33	26	34