

Título: ***FRACCIONES***

Año escolar: 1er. año de bachillerato

Autor: José Luis Albornoz Salazar

Ocupación: Ing. Civil. Docente Universitario

País de residencia: Venezuela

Correo electrónico: [martilloatomico@gmail.com](mailto:martilloatomico@gmail.com)

*El autor de este trabajo solicita su valiosa colaboración en el sentido de enviar cualquier sugerencia y/o recomendación a la siguiente dirección :*

***[martilloatomico@gmail.com](mailto:martilloatomico@gmail.com)***

*Igualmente puede enviar cualquier ejercicio o problema que considere pueda ser incluido en el mismo.*

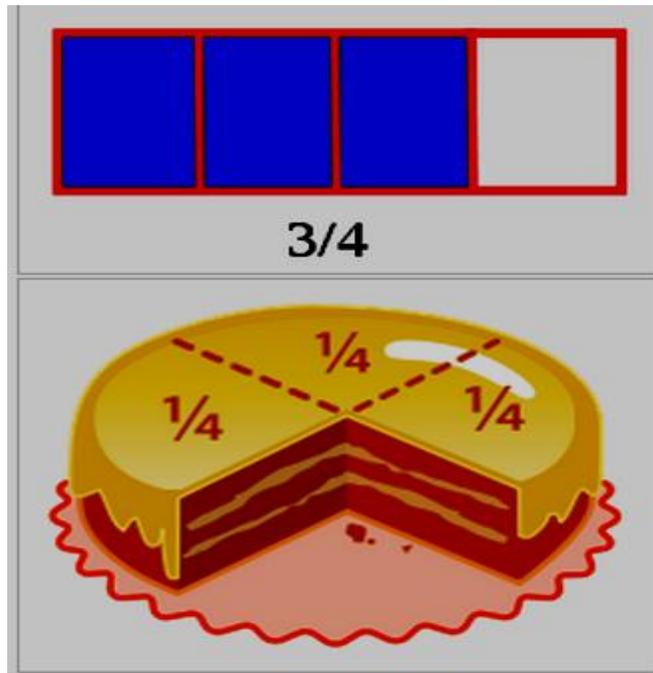
*Si en sus horas de estudio o práctica se encuentra con un problema que no pueda resolver, envíelo a la anterior dirección y se le enviará resuelto a la suya.*

# **FRACCIONES**

En matemáticas, una **fracción, número fraccionario, o quebrado**, es la expresión de una cantidad dividida entre otra; es decir que representa un cociente no efectuado de números. Por razones históricas también se les llama fracción común, fracción vulgar o fracción decimal. El conjunto matemático que contiene a las fracciones es el conjunto de los números racionales, denotado  $\mathbb{Q}$ .

Las fracciones se componen de: **numerador, denominador y línea divisoria** entre ambos (barra horizontal u oblicua). En una fracción común  $\frac{a}{b}$  el denominador "b" representa la cantidad de partes en que se ha fraccionado la unidad, y el numerador "a" es la cantidad de esas partes consideradas.

Suelen utilizarse círculos o rectángulos (los cuales representan la unidad) divididos en tantas partes como indique el denominador, y se colorean tantas de estas partes como indique el numerador.



Como se ha quitado 1/4 de la torta, todavía le quedan 3/4.

FRACCIONES

En una fracción común, el denominador se lee como número partitivo (ejemplos: 1/4 se lee «un cuarto», 3/5 se lee «tres quintos»);

Dos o más **fracciones son equivalentes** cuando representan la misma cantidad, y se escriben distinto.

## **Ejemplo:**

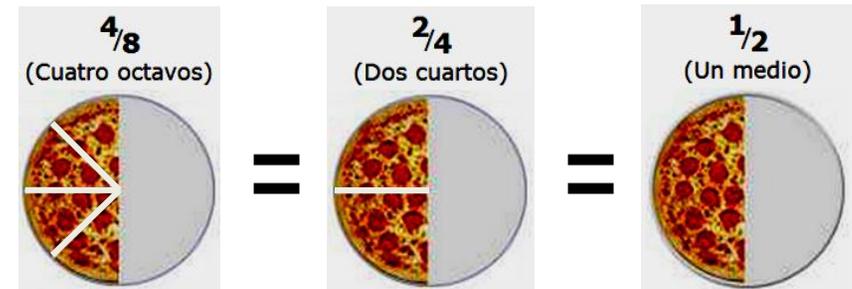
Las fracciones  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{4}$  y  $\frac{15}{30}$  son equivalentes, ya que todas representan la cantidad "un medio" (divida el numerador entre el denominador y en todas el resultado será 0,5)

Para reducir la dificultad en las operaciones con fracciones, algunas veces es necesario utilizar la **Simplificación y Amplificación de Fracciones**.

## **SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES**

Simplificar (o reducir) fracciones significa hacer la fracción lo más simple posible.

¿Por qué decir cuatro octavos ( $\frac{4}{8}$ ) cuando en realidad quieres decir la mitad ( $\frac{1}{2}$ ) ?

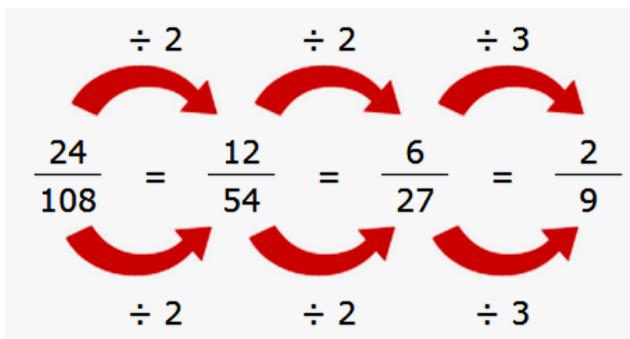


Hay dos maneras de simplificar una fracción:

### **Método 1 :**

Se dividen el numerador y el denominador (los números de arriba y abajo de la fracción) a la vez hasta que no puedas seguir más (prueba a dividirlos por 2,3,5,7,... etc).

Ejemplo: Simplificar la fracción  $\frac{24}{108}$ :



La fracción equivalente más simple de  $\frac{24}{108}$  es  $\frac{2}{9}$

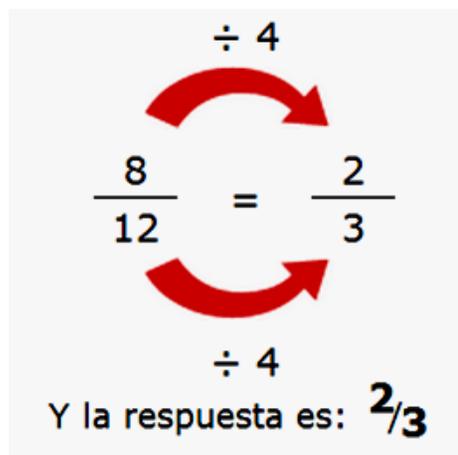
**Método 2 :**

Se dividen las dos partes de la fracción (numerador y denominador) por el Máximo Común Divisor (¡tienes que calcularlo primero!).

Ejemplo: Simplificar la fracción  $\frac{8}{12}$ :

1.- El Máximo Común Divisor de 8 y 12 es 4 (mayor número que divide exactamente a 8 y a 12).

2.- Se divide arriba y abajo por 4:



**AMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES**

Amplificar una fracción es el proceso inverso de la simplificación. Es aumentar el numerador y el denominador de la fracción, sin cambiar la porción que representa la unidad.

Para amplificar una fracción se procede a multiplicar el numerador y el denominador por un mismo número que pertenezca al conjunto de los enteros y sea distinto de cero.

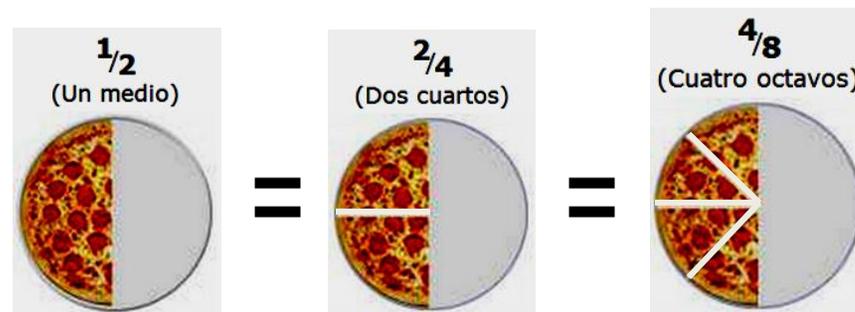
Ejemplo : Amplificar la fracción  $\frac{3}{5}$  por 4

$$\frac{3}{5} = \frac{(3).(4)}{(5).(4)} = \frac{12}{20}$$

Luego vemos que  $\frac{3}{5}$  es la fracción original y  $\frac{12}{20}$  es la fracción amplificada.

La fracción original y la fracción amplificada son fracciones equivalentes ya que cumplen con la característica de representar la misma porción de la unidad, teniendo distintos numeradores y denominadores. ( $3 \div 5 = 0,6$  y  $12 \div 20 = 0,6$ ).

Representa la misma cantidad de pizza si se pide un medio, dos cuartos o cuatro octavos.



Las 3 fracciones son equivalentes.

## **SUMA Y RESTA DE FRACCIONES CON IGUAL DENOMINADOR (Fracciones homogéneas)**

Para **sumar** dos o más fracciones homogéneas, se coloca el denominador común y se suman los numeradores.

**Ejemplo :** Sumar  $\frac{2}{5} + \frac{11}{5}$

Se coloca el denominador común :  $\frac{\quad}{5}$

Se suman los numeradores :  $\frac{2+11}{5}$

$$\frac{2}{5} + \frac{11}{5} = \frac{2+11}{5} = \frac{13}{5}$$

**Ejemplo :**  $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} + \frac{5}{3} = \frac{1+4+5}{3} = \frac{10}{3}$

Para **restar** dos o más fracciones homogéneas, se coloca el denominador común y se restan los numeradores.

**Ejemplo :**  $\frac{11}{5} - \frac{2}{5} = \frac{11-2}{5} = \frac{9}{5}$

**Ejemplo :**  $\frac{14}{3} - \frac{4}{3} - \frac{5}{3} = \frac{14-4-5}{3} = \frac{14-9}{3} = \frac{5}{3}$

Para realizar **operaciones combinadas de suma y resta** con fracciones homogéneas, se coloca el denominador común y se suman o se restan los numeradores según lo indique el signo de la fracción..

**Ejemplo :**  $-\frac{11}{5} + \frac{4}{5} - \frac{6}{5} = \frac{-11+4-6}{5} = \frac{-17+4}{5} = \frac{-13}{5}$

**Ejemplo :**  $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} - \frac{5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{3-1-5+7}{2} = \frac{10-6}{2} = \frac{4}{2} = 2$

## **SUMA Y RESTA DE FRACCIONES CON DIFERENTES DENOMINADORES (Fracciones heterogéneas)**

### **Método 1 :**

Este método solo puede ser aplicado para sumar o restar dos fracciones con diferentes denominadores.

**Ejemplo :** Sumar  $\frac{2}{5} + \frac{3}{4}$

Se multiplican los denominadores y el producto se coloca como denominador de la fracción resultante :

$$\overline{(5).(4)} = \overline{20}$$

Se multiplica el numerador de la fracción de la izquierda por el denominador de la derecha y se coloca en el numerador de la fracción resultante (se le coloca el signo de la primera fracción). En este caso la primera fracción no tiene signo, se sobre entiende que tiene signo positivo:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{+(2).(4)}{20}$$

Se multiplica el denominador de la fracción de la izquierda por el numerador de la derecha y se coloca en el numerador de la fracción resultante (se le coloca el signo de la segunda fracción):

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{+(2).(4) + (5).(3)}{20}$$

Se realizan las operaciones del nuevo numerador y se obtiene la fracción resultante

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{+(2).(4) + (5).(3)}{20} = \frac{8 + 15}{20} = \frac{23}{20}$$

**Ejemplo :**  $\frac{2}{5} - \frac{3}{4}$

Se multiplican los denominadores y se coloca como denominador de la fracción resultante :

$$\overline{(5).(4)} = \overline{20}$$

Se multiplica el numerador de la fracción de la izquierda por el denominador de la derecha y se coloca en el numerador de la fracción

resultante (se le coloca el signo de la primera fracción). En este caso la primera fracción no tiene signo, se sobre entiende que tiene signo positivo:

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{4} = \frac{+(2).(4)}{20}$$

Se multiplica el denominador de la fracción de la izquierda por el numerador de la derecha y se coloca en el numerador de la fracción resultante (se le coloca el signo de la segunda fracción):

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{4} = \frac{+(2).(4) - (5).(3)}{20}$$

Se realizan las operaciones del nuevo numerador y se obtiene la fracción resultante

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{4} = \frac{(2).(4) - (5).(3)}{20} = \frac{8 - 15}{20} = \frac{-7}{20}$$

**Ejemplo :**  $-\frac{2}{3} - \frac{7}{6}$

Se multiplican los denominadores y se coloca como denominador de la fracción resultante :

$$\overline{(3).(6)} = \overline{18}$$

Se multiplica el numerador de la fracción de la izquierda por el denominador de la derecha y se coloca en el numerador de la fracción resultante (se le coloca el signo de la primera fracción).

$$-\frac{2}{3} - \frac{7}{6} = \frac{-(2) \cdot (6)}{18}$$

Se multiplica el denominador de la fracción de la izquierda por el numerador de la derecha y se coloca en el numerador de la fracción resultante (se le coloca el signo de la segunda fracción):

$$-\frac{2}{3} - \frac{7}{6} = \frac{-(2) \cdot (6) - (3) \cdot (7)}{18}$$

Se realizan las operaciones del nuevo numerador y se obtiene la fracción resultante

$$-\frac{2}{3} - \frac{7}{6} = \frac{-(2) \cdot (6) - (3) \cdot (7)}{18} = \frac{-12 - 21}{18} = \frac{-33}{18}$$

Esta fracción se puede reducir dividiendo ambos componentes entre 3:

$$-\frac{33}{18} = -\frac{33 \div 3}{18 \div 3} = -\frac{11}{6}$$

### Método 2:

Para la aplicación de este método es necesario saber calcular el Mínimo Común Múltiplo (mcm) de números enteros.

**Ejemplo:** Calcular  $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

Se calcula el Mínimo Común Múltiplo de los denominadores de todas las fracciones, en este caso el mcm de 5, 4 y 2 es 20.

Se coloca el mcm como denominador de la fracción resultante:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{\quad}{20}$$

Se divide el mcm entre cada denominador y se multiplica por su respectivo numerador y el resultado se coloca en el numerador de la fracción resultante (se le coloca el signo que tenga la fracción con la que se esté trabajando)

Trabajando con la primera fracción tendremos:

20 entre 5 = 4.....4 por 2 = 8 y se colocará con signo positivo

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{+8}{20}$$

Trabajando con la segunda fracción tendremos:

20 entre 4 = 5.....5 por 3 = 15 y se colocará con signo positivo

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{+8 + 15}{20}$$

Trabajando con la tercera fracción tendremos:

20 entre 2 = 10.....10 por 1 = 10 y se colocará con signo negativo

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{+8 + 15 - 10}{20}$$

Por último se realizan las operaciones de suma y resta del numerador de la fracción resultante:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{+8 + 15 - 10}{20} = \frac{13}{20}$$

**Ejemplo:** Calcular  $-\frac{6}{3} + 5 - \frac{10}{8} + \frac{7}{4}$

Como primer paso y con la finalidad de evitar errores en los cálculos se recomienda representar a los números enteros como una fracción con denominador "1" (uno).

$$-\frac{6}{3} + \frac{5}{1} - \frac{10}{8} + \frac{7}{4}$$

Se calcula el Mínimo Común Múltiplo de los denominadores de todas las fracciones, en este caso el mcm de 3, 1, 8 y 4 es 24.

Se coloca el mcm como denominador de la fracción resultante:

$$-\frac{6}{3} + \frac{5}{1} - \frac{10}{8} + \frac{7}{4} = \frac{\quad}{24}$$

Se divide el mcm entre cada denominador y se multiplica por su respectivo numerador y el resultado se coloca en el numerador de la fracción resultante (se le coloca el signo que tenga la fracción con la que se esté trabajando)

Trabajando con la primera fracción tendremos:

24 entre 3 = 8.....8 por 6 = 48 y se colocará con signo negativo

$$-\frac{6}{3} + \frac{5}{1} - \frac{10}{8} + \frac{7}{4} = \frac{-48}{24}$$

Trabajando con la segunda fracción tendremos:

24 entre 1 = 24.....24 por 5 = 120 y se colocará con signo positivo

$$-\frac{6}{3} + \frac{5}{1} - \frac{10}{8} + \frac{7}{4} = \frac{-48 + 120}{24}$$

Trabajando con la tercera fracción tendremos:

24 entre 8 = 3.....3 por 10 = 30 y se colocará con signo negativo

$$-\frac{6}{3} + \frac{5}{1} - \frac{10}{8} + \frac{7}{4} = \frac{-48 + 120 - 30}{24}$$

Trabajando con la cuarta fracción tendremos:

24 entre 4 = 6.....6 por 7 = 42 y se colocará con signo positivo

$$-\frac{6}{3} + \frac{5}{1} - \frac{10}{8} + \frac{7}{4} = \frac{-48 + 120 - 30 + 42}{24}$$

Por último se realizan las operaciones de suma y resta del numerador de la fracción resultante:

$$\frac{-48 + 120 - 30 + 42}{24} = \frac{84}{24}$$

Esta fracción se puede reducir dividiendo ambos componentes entre 12:

$$\frac{84}{24} = \frac{84 \div 12}{24 \div 12} = \frac{7}{2}$$

### Método 3:

Para la aplicación de este método **NO** es necesario calcular el Mínimo Común Múltiplo (mcm) de los denominadores.

**Ejemplo:** Calcular  $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

Se multiplican los denominadores de todas las fracciones y el resultado se coloca como denominador de la fracción resultante:

5 por 4 por 2 = 40

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{\quad}{40}$$

Se divide el denominador de la fracción resultante entre cada denominador y se multiplica por su respectivo numerador y el resultado se coloca en el numerador de la fracción resultante (**se le coloca el signo que tenga la fracción con la que se esté trabajando**)

Trabajando con la primera fracción tendremos:

40 entre 5 = 8.....8 por 2 = 16 y se colocará con signo positivo

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{+16}{40}$$

Trabajando con la segunda fracción tendremos:

40 entre 4 = 10.....10 por 3 = 30 y se colocará con signo positivo

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{+16 + 30}{40}$$

Trabajando con la tercera fracción tendremos:

40 entre 2 = 20.....20 por 1 = 20 y se colocará con signo negativo

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{+16 + 30 - 20}{40}$$

Por último se realizan las operaciones de suma y resta del numerador de la fracción resultante:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{+16 + 30 - 20}{40} = \frac{26}{40}$$

Esta fracción se puede reducir dividiendo ambos componentes entre 2:

$$\frac{26}{40} = \frac{26 \div 2}{40 \div 2} = \frac{13}{20}$$

Nota : Observe que con este método se llega al mismo resultado que con el Método 2. (Ver ejercicio de la página 5 de esta guía).

## **MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES**

Es una operación muy sencilla. Para multiplicar dos o más fracciones, se multiplican "en línea" sus numeradores y sus denominadores. Esto es, el numerador por el numerador y el denominador por el denominador.

En nuestras clases de aritmética nos enseñaron que la multiplicación se representaba a través del signo "x" (por).

En álgebra para evitar confusiones (por utilizar la "x" como una variable o incógnita) se ha convenido representarla de otras maneras :

Es así cómo la operación " a por b" puede ser indicada de alguna de las siguientes maneras :

- 1) **a . b**
- 2) **ab**
- 3) **a\*b**
- 4) **(a).(b)**
- 5) **(a)(b)**

En álgebra para evitar confusiones en la multiplicación de cantidades conocidas (números) se acostumbra a encerrar los mismos entre paréntesis. Así, la multiplicación "12 por 20" suele indicarse como (12)\*(20) o como (12).(20) o como (12)(20)

La mayor fuente de errores en la multiplicación tiene su origen principalmente en la mala utilización de la ley de los signos en la multiplicación.

### **Ley de los signos :**

- 1) **(+ a).(+ b) = + ab**
- 2) **(- a).(- b) = + ab**
- 3) **(+ a).(- b) = - ab**
- 4) **(- a).(+ b) = - ab**

Lo anterior podemos resumirlo diciendo que :

- 1) + por + da +
- 2) - por - da +
- 3) + por - da -
- 4) - por + da -

El signo del producto de varios factores es positivo cuando tiene un número par de factores negativos o ninguno :

$$(-a).(-b).(-c).(-d) = abcd$$

$$(+a).(+b).(+c).(+d) = abcd$$

El signo del producto de varios factores es negativo cuando tiene un número impar de factores negativos :

$$(-a).(-b).(-c) = -abc$$

**Ejemplo :** Multiplicar  $\frac{3}{2}$  por  $\frac{7}{4}$

(+ por + da +)

$$\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{7}{4}\right) = \frac{(3).(7)}{(2).(4)} = \frac{21}{8}$$

**Ejemplo :** Multiplicar  $\frac{3}{2}$  por  $-\frac{1}{5}$

(+ por - da -)

$$\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{(3).(1)}{(2).(5)} = -\frac{3}{10}$$

**Ejemplo :** Multiplicar  $-\frac{5}{3}$  por  $-\frac{2}{3}$

(- por - da +)

$$\left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = +\frac{(5).(2)}{(3).(3)} = +\frac{10}{9}$$

**Ejemplo :** Multiplicar  $\frac{5}{2}$  por  $-\frac{2}{3}$  por  $-\frac{1}{7}$

Más por menos da menos...y...menos por menos da más

$$\left(\frac{5}{2}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) = +\frac{(5).(2).(1)}{(2).(3).(7)} = +\frac{10}{42}$$

Esta fracción se puede reducir dividiendo ambos componentes entre 2:

$$\frac{10}{42} = \frac{10 \div 2}{42 \div 2} = \frac{5}{21}$$

**Ejemplo :** Multiplicar  $\frac{5}{2}$  por 5 por  $-\frac{1}{7}$

Cuando se multiplica una o varias fracciones por un número entero es recomendable expresar el entero como una fracción con denominador "1" (uno).

(Más por más da más...y...más por menos da menos)

$$\left(\frac{5}{2}\right) \cdot \left(\frac{5}{1}\right) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) = -\frac{(5).(5).(1)}{(2).(1).(7)} = -\frac{25}{14}$$

## DIVISIÓN DE FRACCIONES

### Método 1:

Es muy sencillo. Para dividir dos fracciones, se multiplican "en cruz". Esto es, el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción (ya tenemos el numerador de la fracción resultante) y el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción (este es el denominador de la fracción resultante).

Se debe aplicar la ley de signos en la división (la misma de la multiplicación):

- 1) + entre + da +
- 2) - entre - da +
- 3) + entre - da -
- 4) - entre + da -

**Ejemplo:** Dividir  $-\frac{4}{5}$  **entre**  $\frac{2}{3}$

(- entre + da -)

Se multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción (ya tenemos el numerador de la fracción resultante)

$$\left(-\frac{4}{5}\right) \div \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{(4).(3)}{(5).(2)}$$

Y el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción (este es el denominador de la fracción resultante).

$$\left(-\frac{4}{5}\right) \div \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{(4).(3)}{(5).(2)}$$

$$= -\frac{12}{10}$$

Esta fracción se puede reducir dividiendo ambos componentes entre 2:

$$= -\frac{12 \div 2}{10 \div 2} = -\frac{6}{5}$$

**Ejemplo:** Dividir  $-\frac{5}{8}$  **entre**  $-3$

(- entre - da +)

Cuando se divide una fracción por un número entero o viceversa, es recomendable indicar el entero como una fracción con denominador "1" (uno).

Se multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción (ya tenemos el numerador de la fracción resultante)

$$\left(-\frac{5}{8}\right) \div \left(-\frac{3}{1}\right) = \frac{(5).(1)}{(8).(3)}$$

Y el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción (este es el denominador de la fracción resultante).

$$\left(-\frac{5}{8}\right) \div \left(-\frac{3}{1}\right) = \frac{(5).(1)}{(8).(3)}$$

$$= \frac{5}{24}$$

## Método 2 :

Este método es conocido en algunos países de Latinoamérica como “**el método de la doble C**”. Consiste en colocar la fracción dividendo como numerador y la fracción divisor como denominador. Posteriormente se multiplican los extremos ( el numerador de la fracción que está arriba por el denominador de la fracción que está debajo) y se coloca como numerador de la fracción resultante; luego se multiplican los internos ( el denominador de la fracción que está arriba por el numerador de la fracción que está debajo) y se coloca como denominador de la fracción resultante.

Se debe aplicar la ley de signos en la división (la misma de la multiplicación):

- 1) + entre + da +
- 2) - entre - da +
- 3) + entre - da -
- 4) - entre + da -

**Ejemplo :** Dividir  $-\frac{4}{5}$  **entre**  $\frac{2}{3}$   
(- entre + da -)

Colocar la fracción dividendo como numerador y la fracción divisor como denominador

$$\begin{array}{r} -\frac{4}{5} \\ -\frac{2}{3} \\ + \end{array}$$

Internos → ← extremos

Se multiplican los extremos ( el numerador de la fracción que está arriba por el denominador de la fracción que está debajo) y se coloca como numerador de la fracción resultante

$$= - \frac{(4).(3)}{(5).(2)}$$

Luego se multiplican los internos ( el denominador de la fracción que está arriba por el numerador de la fracción que está debajo) y se coloca como denominador de la fracción resultante.

$$= - \frac{(4).(3)}{(5).(2)}$$

$$= - \frac{12}{10}$$

Esta fracción se puede reducir dividiendo ambos componentes entre 2:

$$= - \frac{12 \div 2}{10 \div 2} = - \frac{6}{5}$$

**Ejemplo :** Dividir  $-\frac{5}{8}$  **entre**  $-3$

(- entre - da +)

Cuando se divide una fracción por un número entero o viceversa, es recomendable indicar el entero como una fracción con denominador “1” (uno).

Colocar la fracción dividendo como numerador y la fracción divisor como denominador

$$\text{Internos} \rightarrow \begin{array}{r} -\frac{5}{8} \\ -\frac{3}{1} \end{array} \leftarrow \text{extremos}$$

Se multiplican los extremos ( el numerador de la fracción que está arriba por el denominador de la fracción que está debajo) y se coloca como numerador de la fracción resultante

$$= + \frac{(5) \cdot (1)}{}$$

Luego se multiplican los internos ( el denominador de la fracción que está arriba por el numerador de la fracción que está debajo) y se coloca como denominador de la fracción resultante.

$$= + \frac{(5) \cdot (1)}{(8) \cdot (3)}$$

$$= \frac{5}{24}$$