

# INTRODUCCIÓN A LAS PROBABILIDADES EMPLEANDO EXCEL

## 1) ANÁLISIS COMBINATORIO

### A) FACTORIAL

La factorial está relacionada con el cálculo del número de maneras en las que un conjunto de cosas puede arreglarse en orden.

El número de maneras en el que las  $n$  cosas pueden arreglarse en orden es:

$$n! = n(n - 1)(n - 2) \dots \dots 1$$

Donde  $n!$  se llama el factorial de  $n$  y  $0!$  se define como 1

### Ejemplos ilustrativos

1) Calcular  $7!$

**Solución:**

$$n! = n(n - 1)(n - 2) \dots \dots 1$$

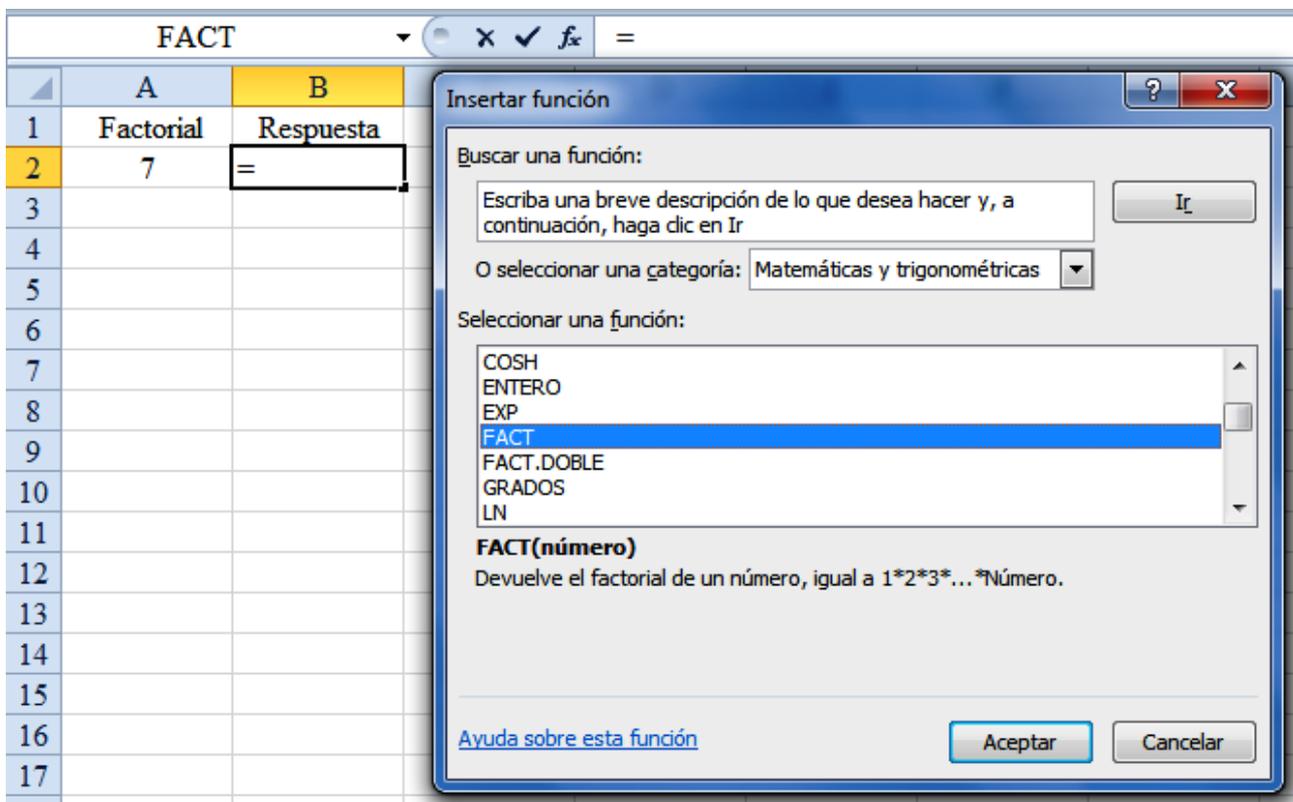
$$7! = 7(7 - 1)(7 - 2)(7 - 3)(7 - 4)(7 - 5)1$$

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

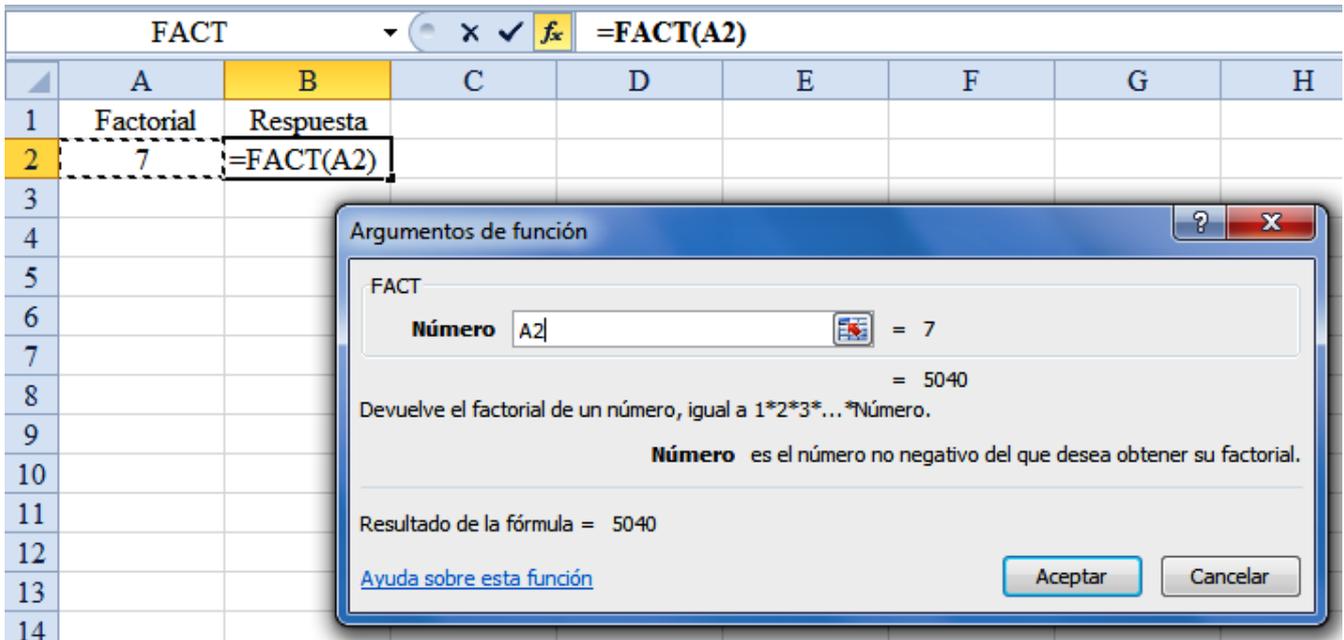
$$7! = 5040$$

En Excel se calcula de la siguiente manera:

a) Insertar función. Seleccionar la categoría Matemáticas y trigonométricas. Seleccionar la función FACT



b) Clic en Aceptar. En el cuadro de diálogo de Argumentos de la función, en el recuadro correspondiente a Número seleccionar la celda correspondiente al factorial a calcular (A2).



c) Clic en Aceptar

FACT			
	A	B	C
1	Factorial	Respuesta	
2	7	5040	=FACT(A2)

2) Calcular 3!4!

**Solución:**

$$3! 4! = (3 \cdot 2 \cdot 1)(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 144$$

En Excel se calcula como indica la siguiente figura:

	A	B	C	D
1	Factorial	Respuesta		
2	3			
3	4			
4	3!4! =	144	=FACT(A2)*FACT(A3)	

3) Si un conjunto de 6 libros se colocan en un estante. ¿De cuántas formas es posible ordenar estos libros?

**Solución:**

$$n! = n(n - 1)(n - 2) \dots \dots 1$$

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$6! = 720$$

**B) PERMUTACIONES**

En muchos casos se necesita saber el número de formas en las que un subconjunto de un grupo completo de cosas puede arreglarse en orden. Cada posible arreglo es llamado permutación. Si un orden es suficiente para construir otro subconjunto, entonces se trata de permutaciones.

El número de maneras para arreglar  $r$  objetos seleccionados a la vez de  $n$  objetos en orden, es decir, el número de permutaciones de  $n$  elementos tomados  $r$  a la vez es:

$${}_n P_r = n(n - 1)(n - 2) \dots (n - r + 1) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

### Ejemplos ilustrativos:

1) Calcular  ${}_7 P_3$

#### Solución:

$n = 7$  y  $r = 3$ , entonces aplicando la fórmula se obtiene:

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n - r)!} \Rightarrow {}_7 P_3 = \frac{7!}{(7 - 3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

En Excel se calcula de la siguiente manera:

a) Insertar función. Seleccionar la categoría de Estadísticas. En función seleccionar la opción PERMUTACIONES.

The image shows a screenshot of an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G
1	n	7					
2	r	3					
3	${}_7 P_3$	=					
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							

Overlaid on the spreadsheet is the 'Insertar función' (Insert Function) dialog box. The 'Buscar una función:' (Search for a function) section has a text box containing 'Escriba una breve descripción de lo que desea hacer y, a continuación, haga clic en Ir' and an 'Ir' button. The 'O seleccionar una categoría:' (Or select a category) dropdown menu is set to 'Estadísticas'. The 'Seleccionar una función:' (Select a function) list shows several functions, with 'PERMUTACIONES' selected and highlighted in blue. Below the list, the function name 'PERMUTACIONES(número;tamaño)' is displayed, followed by its description: 'Devuelve el número de permutaciones para un número determinado de objetos que pueden ser seleccionados de los objetos totales.' At the bottom of the dialog, there are 'Ayuda sobre esta función' (Help on this function) and 'Aceptar' (OK) buttons, and a 'Cancelar' (Cancel) button.

b) Clic en Aceptar. En el cuadro de diálogo de Argumentos de la función, en el recuadro Número seleccionar la celda correspondiente a n (B1), en el recuadro de Tamaño seleccionar la celda correspondiente a r (B2).

The image shows an Excel spreadsheet with columns A through H and rows 1 through 14. In column A, row 1 contains 'n', row 2 contains 'r', and row 3 contains  ${}_7P_3$ . In column B, row 1 contains '7', row 2 contains '3', and row 3 contains '=PERMUTACIONES(B1;B2)'. A dialog box titled 'Argumentos de función' is open over the spreadsheet. It shows the function 'PERMUTACIONES' with 'Número' set to 'B1' (value 7) and 'Tamaño' set to 'B2' (value 3). The result of the formula is shown as '= 210'. The dialog box also includes a description: 'Devuelve el número de permutaciones para un número determinado de objetos que pueden ser seleccionados de los objetos totales. Tamaño es un número de objetos en cada permutación.' and buttons for 'Aceptar' and 'Cancelar'.

c) Clic en Aceptar

	A	B	C	D
1	n	7		
2	r	3		
3	${}_7P_3$	210	=PERMUTACIONES(B1;B2)	

2) Si se desean ordenar 6 libros en un estante, pero sólo hay espacio para 3 libros. Calcular el número de resultados posibles de ordenar dichos libros

**Solución:**

Como se pide calcular  ${}_6P_3$ , entonces,

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow {}_6P_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D
1	n	6		
2	r	3		
3	${}_6P_3$	120	=PERMUTACIONES(B1;B2)	

## C) COMBINACIONES

En muchas situaciones no interesa el orden de los resultados, sino sólo el número de maneras en las que  $r$  objetos pueden seleccionarse a partir de  $n$  cosas, sin consideración de orden. Si dos subconjuntos se consideran iguales debido a que simplemente se han reordenado los mismos elementos, entonces se trata de combinaciones.

El número de maneras para arreglar  $r$  objetos seleccionados a la vez de  $n$  objetos, sin considerar el orden, es decir, el número de combinaciones de  $n$  elementos tomados  $r$  a la vez es:

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

### Ejemplos ilustrativos:

1) Calcular  ${}_7C_3$

#### Solución:

$n = 7$  y  $r = 3$ , entonces aplicando la fórmula se obtiene:

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \Rightarrow {}_7C_3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!}$$

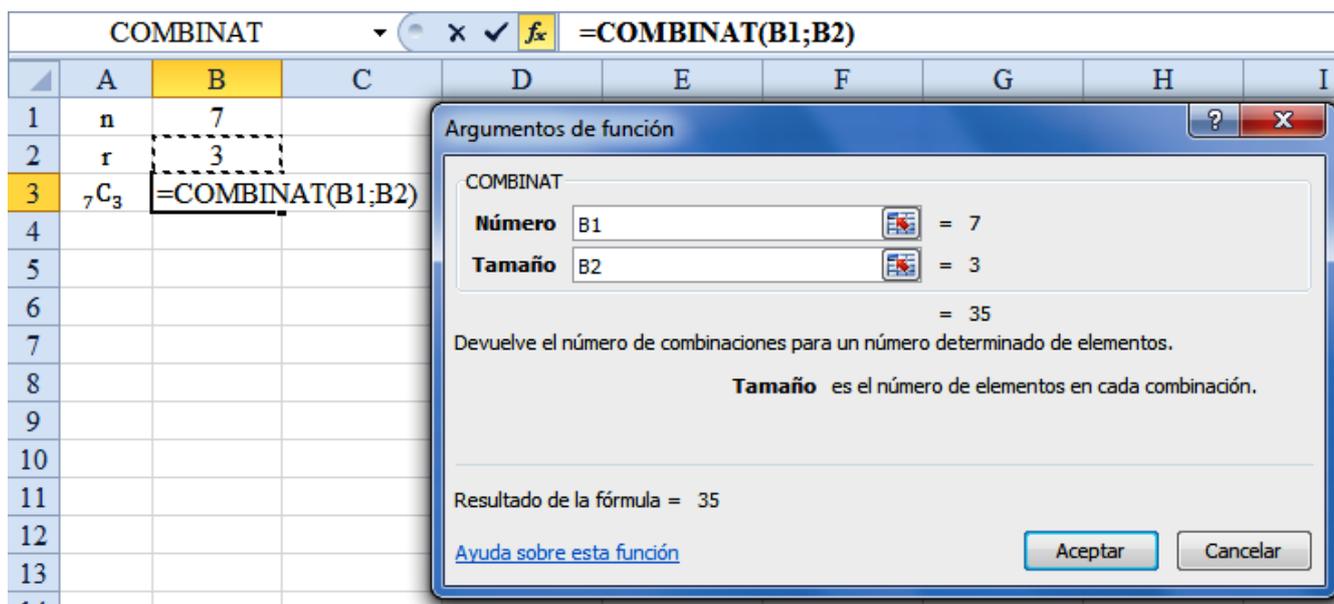
$${}_7C_3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(3 \cdot 2 \cdot 1)(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = 7 \cdot 5 = 35$$

En Excel se calcula de la siguiente manera:

a) Insertar función. Seleccionar la categoría de Matemáticas y trigonométricas. En función seleccionar la opción COMBINAT

The image shows a screenshot of an Excel spreadsheet and the 'Insert Function' dialog box. The spreadsheet has two columns, A and B, and rows 1 through 17. Column A contains the values 'n' and 'r', and column B contains the values '7' and '3'. Row 3 shows the calculation of  ${}_7C_3$  in column A, with the result '35' in column B. The 'Insert Function' dialog box is open, showing the 'Mathematics and Trigonometry' category selected. The 'COMBINAT' function is highlighted in the list of functions. The dialog box also shows the function's syntax: **COMBINAT(número;tamaño)** and its description: 'Devuelve el número de combinaciones para un número determinado de elementos.'

b) Clic en Aceptar. En el cuadro de diálogo de Argumentos de la función, en el recuadro Número seleccionar la celda correspondiente a n (B1), en el recuadro de Tamaño seleccionar la celda correspondiente a r (B2).



c) Clic en Aceptar

	A	B	C	D
1	n	7		
2	r	3		
3	${}_7C_3$	35	=COMBINAT(B1;B2)	

2) Si se desean ordenar 6 libros en un estante, pero sólo hay espacio para 3 libros. Calcular el número de resultados posibles de acomodar dichos libros sin importar el orden.

**Solución:**

Como se pide calcular  ${}_6C_3$ , entonces,

$${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \Rightarrow {}_6 C_3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!}$$

$${}_6 C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(3 \cdot 2 \cdot 1)(3 \cdot 2 \cdot 1)} = 5 \cdot 4 = 20$$

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D
1	n	6		
2	r	3		
3	${}_6C_3$	20	=COMBINAT(B1;B2)	

## 2) CONCEPTOS BÁSICOS

**A) EXPERIMENTO.-** Es toda acción sobre la cual vamos a realizar una medición u observación, es decir cualquier proceso que genera un resultado definido.

**B) EXPERIMENTO ALEATORIO.-** Es toda actividad cuyos resultados no se determinan con certeza. Ejemplo: lanzar una moneda al aire. No podemos determinar con toda certeza ¿cuál será el resultado al lanzar una moneda al aire?, por lo tanto constituye un experimento aleatorio.

**C) ESPACIO MUESTRAL (S).-** Es un conjunto de *todos los resultados posibles* que se pueden obtener al realizar un experimento aleatorio. Ejemplo: sea el experimento E: lanzar un dado y el espacio muestral correspondiente a este experimento es:  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

**D) PUNTO MUESTRAL.-** Es un elemento del espacio muestral de cualquier experimento dado.

**E) EVENTO O SUCESO.-** Es todo subconjunto de un espacio muestral. Se denotan con letras mayúsculas: A, B, etc. Los resultados que forman parte de este evento generalmente se conocen como “*resultados favorables*”. Cada vez que se observa un resultado favorable, se dice que “*ocurrió*” un evento. Ejemplo: Sea el experimento E: lanzar un dado. Un posible evento podría ser que salga número par. Definimos el evento de la siguiente manera:  $A = \text{sale número par} = \{2, 4, 6\}$ , resultados favorables  $n(E) = 3$

Los eventos pueden ser:

**i) Evento cierto.-** Un evento es cierto o seguro si se realiza siempre. Ejemplo: Al introducirnos en el mar, en condiciones normales, es seguro que nos mojaremos.

**ii) Evento imposible.-** Un evento es imposible si nunca se realiza. Al lanzar un dado una sola vez, es imposible que salga un 10

**iii) Evento probable o aleatorio.-** Un evento es aleatorio si no se puede precisar de antemano el resultado. Ejemplo: ¿Al lanzar un dado, saldrá el número 3?

**F) PROBABILIDAD.-** Es el conjunto de posibilidades de que un evento ocurra o no en un momento y tiempo determinado. Dichos eventos pueden ser medibles a través de una escala de 0 a 1, donde el evento que no pueda ocurrir tiene una probabilidad de 0 (evento imposible) y un evento que ocurra con certeza es de 1 (evento cierto).

La probabilidad de que ocurra un evento, siendo ésta una medida de la posibilidad de que un suceso ocurra favorablemente, se determina principalmente de dos formas: empíricamente (de manera experimental) o teóricamente (de forma matemática).

**i) Probabilidad empírica.-** Si E es un evento que puede ocurrir cuando se realiza un experimento, entonces la probabilidad empírica del evento E, que a veces se le denomina *definición de frecuencia relativa de la probabilidad*, está dada por la siguiente fórmula:

$$P(E) = \frac{\text{número de veces que ocurre el evento } E}{\text{número de veces que se realizó el experimento}}$$

**Nota:** P(E), se lee probabilidad del evento E

## Ejemplo ilustrativos

1) En el año 2010, nacieron en un hospital 100 hombres y 150 mujeres. Si una persona fue seleccionada aleatoriamente de los registros de nacimientos de ese año, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido mujer?

### Solución:

Ya que las probabilidades de que nazcan hombres o mujeres no son iguales, y por tener información específica experimental que respalda este hecho, se calcula empleando la fórmula de la probabilidad experimental

$$P(E) = \frac{\text{número de veces que ocurre el evento } E}{\text{número de veces que se realizó el experimento}}$$

$$P(\text{Mujeres}) = \frac{\text{número de nacimientos de mujeres}}{\text{número total de nacimientos}} = \frac{150}{100 + 150} = \frac{150}{250} = \frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$$

**Nota:** la respuesta puede estar expresada como fracción, como un número decimal y como un porcentaje.

2) La siguiente tabla muestra el número de cajas y el número de artículos dañados por caja que un comerciante recibió. Calcular la probabilidad para cada resultado individual

N° de cajas	N° de artículos dañados
50	0
40	2
10	3

### Solución:

Ya que las probabilidades de defectos por caja no son iguales, y por tener información específica experimental que respalda este hecho, se calcula empleando la definición de frecuencia relativa de la probabilidad.

N° de cajas	N° de artículos dañados	P(E)
50	0	$P(0) = 50/100 = 1/2 = 0,5 = 50\%$
40	2	$P(2) = 40/100 = 2/5 = 0,4 = 40\%$
10	3	$P(3) = 10/100 = 1/10 = 0,1 = 10\%$
100		$1 = 100\%$

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D
1	N° de cajas	N° de artículos dañados	P(E)	
2	50	0	0,5	=A2/\$A\$5
3	40	2	0,4	=A3/\$A\$5
4	10	3	0,1	=A4/\$A\$5
5	100	=SUMA(A2:A4)	1	=SUMA(C2:C4)

**Nota:**

La respuesta 0,5 significa que existe una probabilidad de 0,5 o del 50% de que 0 artículos en cualquier caja dada estuviera dañado

La respuesta 0,4 significa que existe una probabilidad de 0,4 o del 40% de que 2 artículos en cualquier caja dada estuviera dañado

La respuesta 0,1 significa que existe una probabilidad de 0,1 o del 10% de que 3 artículos en cualquier caja dada estuviera dañado

La suma de las probabilidades individuales siempre es igual a 1 que en porcentaje es igual al 100%

**ii) Probabilidad teórica.-** Si todos los resultados en un espacio muestral S finito son igualmente probables, y E es un evento en ese espacio muestral, entonces la probabilidad teórica del evento E está dada por la siguiente fórmula, que a veces se le denomina la *definición clásica de la probabilidad*, expuesta por Pierre Laplace en su famosa Teoría analítica de la probabilidad publicada en 1812:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de posibles resultados}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

**Ejemplo ilustrativos**

1) En cierta rifa de un automóvil se venden 5000 boletos. Calcular la probabilidad de ganarse el automóvil

1.1) Si se compran 20 boletos.

1.2) Si se compran todos los boletos

1.3) Si no se compran boletos

**Solución:**

Ya que el espacio muestral S (5000 boletos) es finito, y los resultados de cada boleto son igualmente probables, se calcula empleando la fórmula de la definición clásica de la probabilidad

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$1.1) P(20) = \frac{20}{5000} = \frac{1}{250} = 0,004 = 0,4\%$$

$$1.2) P(5000) = \frac{5000}{5000} = 1 = 100\%$$

$$1.3) P(0) = \frac{0}{5000} = 0 = 0\%$$

2) Calcular la probabilidad de obtener un número impar en el lanzamiento de un dado

**Solución:**

Espacio muestral = S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, entonces, n(S) = 6

Resultados favorables = {1, 3, 5}, entonces, n(E) = 3

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

3) En un ánfora existe 10 fichas amarillas, 6 rojas y 4 azules.

3.1) ¿Qué probabilidad existe de sacar una ficha amarilla en un primer intento?

3.2) ¿Qué probabilidad existe de sacar una ficha no roja en un primer intento?

**Solución:**

$$n(S) = 10 + 6 + 4 = 20$$

$$3.1) n(E) = 10$$

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

3.2) Si  $P(E)$  es la probabilidad de que ocurra el evento  $E$  y  $P(\bar{E})$  la probabilidad de que no ocurra el evento  $E$ . Debido a que la suma de las probabilidades siempre da como resultado 1, es decir,  $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ , por lo que se tiene:  $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$ ,

Calculando la probabilidad de sacar una ficha roja se obtiene:

$$n(E) = 6$$

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(R) = \frac{6}{20} = 0,3$$

Calculando la probabilidad de sacar una ficha no roja se obtiene:

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

$$P(\bar{R}) = 1 - P(R)$$

$$P(\bar{R}) = 1 - 0,3 = 0,7$$

4) En una urna existe 10 bolas numeradas con los números dígitos.

4.1) ¿Qué probabilidad existe de sacar una bola enumerada con un número múltiplo de 3?

4.2) ¿Qué probabilidad existe de sacar una bola enumerada con un número divisor de 6?

**Solución:**

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

Espacio muestral =  $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , entonces,  $n(S) = 10$

4.1)

Resultados favorables =  $\{3, 6, 9\}$ , entonces,  $n(E) = 3$

$$P(\text{Múltiplo de 3}) = \frac{3}{10}$$

4.2)

Resultados favorables = {1, 2, 3, 6}, entonces,  $n(E) = 4$

$$P(\text{Divisor de } 6) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$$

5) De una urna que contiene 2 bolas rojas y 3 azules

5.1) Se extrae una bola, calcular la probabilidad de que la bola sea

a) Roja

b) Azul

**Solución:**

Número total de resultados posibles =  $n(S) = 2 + 3 = 5$

a) Roja (R)

Número de resultados favorables =  $n(E) = 2$

Remplazando valores en la fórmula de la probabilidad teórica se tiene

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(R) = \frac{2}{5}$$

b) Azul (A)

Número de resultados favorables =  $n(E) = 3$

Remplazando valores en la fórmula de la probabilidad teórica se tiene

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{5}$$

5.2) Se extraen simultáneamente dos bolas, calcular la probabilidad de que las dos sean

a) Azules

b) Rojas

c) Diferente color

Designando por  $R_1, R_2$ , las bolas rojas y por  $A_1, A_2, A_3$  las azules se tiene el siguiente espacio muestral:

$R_1R_2, R_1A_1, R_1A_2, R_1A_3$

$R_2A_1, R_2A_2, R_2A_3$

$A_1A_2, A_1A_3$

$A_2A_3$

Entonces,  $n(S) = 4 + 3 + 2 + 1 = 10$

a) Azules

Resultados favorables =  $\{A_1A_2, A_1A_3, A_2A_3\}$ , entonces,  $n(E) = 3$

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(AA) = \frac{3}{10}$$

Otra forma de resolver este ejercicio es la siguiente:

El espacio muestral se calcula aplicando la fórmula de la combinación, es decir,

$$n(S) = {}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

En donde:

$n$  = número total de bolas =  $2 + 3 = 5$

$r$  = número de bolas azules motivo de probabilidad = 2

Entonces, reemplazando valores en la fórmula de la combinación se obtiene:

$$n(S) = {}_5 C_2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(3 \cdot 2 \cdot 1)} = 5 \cdot 2 = 10$$

El número de resultados favorables se calcula aplicando la fórmula de la combinación, es decir,

$$n(E) = {}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

En donde:

$n$  = número total de bolas azules = 3

$r$  = número de bolas azules motivo de probabilidad = 2

Entonces, reemplazando valores en la fórmula de la combinación se obtiene:

$$n(E) = {}_3 C_2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3!}{2!1!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(1 \cdot 1)} = 3$$

Reemplazando valores en la fórmula de la probabilidad se tiene:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(AA) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_3 C_2}{{}_5 C_2} = \frac{3}{10}$$

Los cálculos en Excel aplicando combinaciones se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E
1	P(AA)	3/10	=COMBINAT(3;2)/COMBINAT(5;2)		

b) Rojas

Resultados favorables =  $\{R_1R_2\}$ , entonces,  $n(E) = 1$

$$P(RR) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{10}$$

Otra forma de resolver este ejercicio es la siguiente:

$$P(RR) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_2C_2}{{}_5C_2} = \frac{1}{10}$$

Los cálculos en Excel aplicando combinaciones se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E
1	P(RR)	1/10	=COMBINAT(1;2)/COMBINAT(5;2)		

c) Diferente color

Resultados favorables =  $\{R_1A_1, R_1A_2, R_1A_3, R_2A_1, R_2A_2, R_2A_3\}$ , entonces,  $n(E) = 6$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Otra forma de resolver este ejercicio es la siguiente:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_2C_1 \cdot {}_3C_1}{{}_5C_2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Los cálculos en Excel aplicando combinaciones se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F
1	P(E)	3/5	=COMBINAT(2;1)*COMBINAT(3;1)/COMBINAT(5;2)			

5.3) Se extraen simultáneamente tres bolas, calcular la probabilidad de que las tres sean

- a) Dos rojas y una azul
- b) Una roja y dos azules
- c) Tres rojas

**Solución:**

Designando por  $R_1, R_2$ , las bolas rojas y por  $A_1, A_2, A_3$  las azules se tiene el siguiente espacio muestral:

- $R_1R_2A_1, R_1R_2A_2, R_1R_2A_3$
- $R_1A_1A_2, R_1A_1A_3$
- $R_1A_2A_3$
- $R_2A_1A_2, R_2A_1A_3$
- $R_2A_2A_3$
- $A_1A_2A_3$

Entonces,  $n(S) = 3 + 2 + 1 + 2 + 1 + 1 = 10$

a) Dos rojas y una azul

Resultados favorables =  $\{R_1R_2A_1, R_1R_2A_2, R_1R_2A_3\}$ , entonces,  $n(E) = 3$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{10}$$

Otra forma de resolver este ejercicio es la siguiente:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_2C_2 \cdot {}_3C_1}{{}_5C_3} = \frac{3}{10}$$

Los cálculos en Excel aplicando combinaciones se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F
1	P(E)	3/10	=COMBINAT(2;2)*COMBINAT(3;1)/COMBINAT(5;3)			

b) Una roja y dos azules

Resultados favorables =  $\{R_1A_1A_2, R_1A_1A_3, R_1A_2A_3, R_2A_1A_2, R_2A_1A_3, R_2A_2A_3\}$ , entonces,  $n(E) = 6$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Otra forma de resolver este ejercicio es la siguiente:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_2C_1 \cdot {}_3C_2}{{}_5C_3} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Los cálculos en Excel aplicando combinaciones se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F
1	P(E)	3/5	=COMBINAT(2;1)*COMBINAT(3;2)/COMBINAT(5;3)			

c) Tres azules

Resultados favorables =  $\{A_1A_2A_3\}$ , entonces,  $n(E) = 1$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{10}$$

Otra forma de resolver este ejercicio es la siguiente:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_3C_3}{{}_5C_3} = \frac{1}{10}$$

Los cálculos en Excel aplicando combinaciones se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E
1	P(E)	1/10	=COMBINAT(3;3)/COMBINAT(5;3)		

5.4) Se extraen simultáneamente cuatro bolas, calcular la probabilidad de que las cuatro sean

a) Dos rojas y dos azules

b) Una roja y tres azules

**Solución:**

Designando por  $R_1, R_2$ , las bolas rojas y por  $A_1, A_2, A_3$  las azules se tiene el siguiente espacio muestral:

$R_1R_2A_1A_2, R_1R_2A_1A_3, R_1R_2A_2A_3, R_1A_1A_2A_3, R_2A_1A_2A_3$

Entonces,  $n(S) = 5$

a) Dos rojas y dos azules

Resultados favorables =  $\{R_1R_2A_1A_2, R_1R_2A_1A_3, R_1R_2A_2A_3\}$ , entonces,  $n(E) = 3$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{5}$$

Otra forma de resolver este ejercicio es la siguiente:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_2C_2 \cdot {}_3C_2}{{}_5C_4} = \frac{3}{5}$$

Los cálculos en Excel aplicando combinaciones se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F	
1	P(E)	3/5	=COMBINAT(2;2)*COMBINAT(3;2)/COMBINAT(5;4)				

b) Una roja y tres azules

Resultados favorables =  $\{R_1A_1A_2A_3, R_2A_1A_2A_3\}$ , entonces,  $n(E) = 2$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{5}$$

Otra forma de resolver este ejercicio es la siguiente:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_2C_1 \cdot {}_3C_3}{{}_5C_4} = \frac{2}{5}$$

Los cálculos en Excel aplicando combinaciones se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F	
1	P(E)	2/5	=COMBINAT(2;1)*COMBINAT(3;3)/COMBINAT(5;4)				

6) De una urna que contiene 6 bolas rojas y 5 negras se extraen simultáneamente dos bolas, calcular la probabilidad de que:

- 6.1) Las dos sean rojas
- 6.2) Las dos sean negras
- 6.3) De diferente color

**Solución:**

6.1)

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(RR) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_6C_2}{{}_{11}C_2} = \frac{\frac{6!}{2!(6-2)!}}{\frac{11!}{2!(11-2)!}} = \frac{\frac{6!}{2!4!}}{\frac{11!}{2!9!}} = \frac{\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)}}{\frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)}} = \frac{15}{55} = \frac{3}{11}$$

En Excel:

	A	B	C	D	E
1	P(RR)	3/11	=COMBINAT(6;2)/COMBINAT(11;2)		

6.2)

$$P(NN) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_5C_2}{{}_{11}C_2} = \frac{\frac{5!}{2!(5-2)!}}{\frac{11!}{2!(11-2)!}} = \frac{\frac{5!}{2!3!}}{\frac{11!}{2!9!}} = \frac{\frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(3 \cdot 2 \cdot 1)}}{\frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)}} = \frac{10}{55} = \frac{2}{11}$$

En Excel:

	A	B	C	D	E
1	P(NN)	2/11	=COMBINAT(5;2)/COMBINAT(11;2)		

6.3)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_6C_1 \cdot {}_5C_1}{{}_{11}C_2} = \frac{\frac{6!}{1!(6-1)!} \cdot \frac{5!}{1!(5-1)!}}{\frac{11!}{2!(11-2)!}} = \frac{\frac{6!}{1!5!} \cdot \frac{5!}{1!4!}}{\frac{11!}{2!9!}} = \frac{30}{55} = \frac{6}{11}$$

En Excel:

	A	B	C	D	E	F
1	P(E)	6/11	=COMBINAT(6;1)*COMBINAT(5;1)/COMBINAT(11;2)			

7) De una urna que contiene 6 fichas rojas, 5 negras y 9 azules, Elizabeth extrae simultáneamente tres fichas, calcular la probabilidad de que las 3 fichas extraídas por Elizabeth sean:

- 7.1) Rojas
- 7.2) 2 rojas y una negra
- 7.3) De diferente color

**Solución:**

7.1) Rojas

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(RRR) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_6C_3}{{}_{20}C_3} = \frac{20}{1140} = \frac{1}{57}$$

En Excel:

	A	B	C	D	E
1	P(RRR)	1/57	=COMBINAT(6;3)/COMBINAT(20;3)		

7.2) 2 rojas y una negra

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(RRN) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_6C_2 \cdot {}_5C_1}{{}_{20}C_3} = \frac{15 \cdot 5}{1140} = \frac{75}{1140} = \frac{5}{76}$$

En Excel:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	P(RRN)	5/76	=COMBINAT(6;2)*COMBINAT(5;1)/COMBINAT(20;3)					

7.3) De diferente color

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_6C_1 \cdot {}_5C_1 \cdot {}_9C_1}{{}_{20}C_3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 9}{1140} = \frac{270}{1140} = \frac{9}{38}$$

En Excel:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	P(E)	9/38	=COMBINAT(6;1)*COMBINAT(5;1)*COMBINAT(9;1)/COMBINAT(20;3)					

8) En una ferretería existen 6 galones de pintura roja, 5 de pintura naranja, 9 de pintura amarillo y 10 de pintura blanca. Bertha compra aleatoriamente cuatro galones de pintura, calcular la probabilidad de que los galones comprados por Bertha sean de diferente color.

**Solución:**

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_6C_1 \cdot {}_5C_1 \cdot {}_9C_1 \cdot {}_{10}C_1}{{}_{30}C_4} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 10}{27405} = \frac{2700}{27405} = \frac{20}{203} = 0,09852 = 9,852\%$$

En Excel:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	P(E)	9,852%	=COMBINAT(6;1)*COMBINAT(5;1)*COMBINAT(9;1)*COMBINAT(10;1)/COMBINAT(30;4)						

9) Se lanzan simultáneamente tres monedas, calcular la probabilidad de que se obtengan dos caras y un sello.

**Solución:**

Designando por C = cara y por S = sello se tiene:

Espacio muestral = S = {CCC, CCS, CSC, SCC, CSS, SCS, SSC, SSS}, entonces, n(S) = 8

Resultados favorables = { CCS, CSC, SCC }, entonces, n(E) = 3

$$P(2C \text{ y } Un S) = \frac{3}{8}$$

Todas las probabilidades individuales se representan en la siguiente tabla:

Monedas			n(E)	P(E)
1ra	2da	3ra		
C	C	C	1	1/8
C	C	S	3	3/8
C	S	S	3	3/8
S	S	S	1	1/8
Total			8	1

**Interpretación:**

La probabilidad de obtener 3 caras al lanzar simultáneamente tres monedas es de 1/8, es decir, P(CCC)= 1/8

La probabilidad de obtener 2 caras y un sello al lanzar simultáneamente tres monedas es de 3/8, es decir, P(CCS) = 3/8

La probabilidad de obtener una cara y 2 sellos al lanzar simultáneamente tres monedas es de 3/8, es decir, P(CSS) = 3/8

La probabilidad de obtener 3 sellos al lanzar simultáneamente tres monedas es de 1/8, es decir, P(SSS)= 1/8

**Nota:**

El número 8 (espacio muestral), se calcula empleando la ecuación  $2^n$

$$2^n = 2^3 = 8$$

En donde n es el número de monedas que se lanzan

Los números 1, 3, 3, 1 se calculan mediante el siguiente esquema conocido con el nombre de “Triángulo de Pascal”, el cual está relacionado directamente con el Teorema del Binomio de Newton.

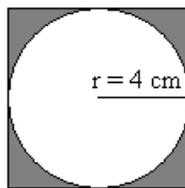
Este triángulo tiene como primera fila un 1, como segunda fila dos 1. Para las demás filas, la suma de cada par de números adyacentes de la fila anterior se ubica por debajo de ellos. Se añade un 1 en cada extremo.

Teorema del Binomio de Newton	Triángulo de Pascal
$(C+S)^0 = 1$	1
$(C+S)^1 = C + S$	1 1
$(C+S)^2 = C^2 + 2CS + S^2$	1 2 1
$(C+S)^3 = C^3 + 3C^2S + 3CS^2 + S^3$	1 3 3 1

En donde:

$$C^3 = CCC; 3C^2S = CCS + CSC + SCC; 3CS^2 = CSS + SCS + SSC; S^3 = SSS$$

10) Si un dardo se clava de manera aleatoria en el objeto cuadrado que se muestra en la siguiente figura, ¿cuál es la probabilidad de que caiga en la región sombreada?



**Solución:**

Calculando el área del círculo:

$$A_{\text{C}} = \pi r^2 \Rightarrow A_{\text{C}} = \pi(4\text{cm})^2 = 3,14 \cdot 16\text{cm}^2 = 50,24\text{cm}^2$$

Calculando el área del cuadrado:

Si el radio de la circunferencia es 4cm, entonces el lado del cuadrado es 8 cm, es decir,

$$\text{Si } r_{\text{C}} = 4\text{cm} \Rightarrow \ell_{\square} = 8\text{cm}$$

Por lo tanto, el área del cuadrado es:

$$A_{\square} = \ell^2 = (8\text{cm})^2 = 64 \text{ cm}^2$$

Calculando el área de la región sombreada:

Se obtiene al restar el área del círculo de la del cuadrado

$$A_{\text{shaded}} = A_{\square} - A_{\text{C}}$$

$$64\text{cm}^2 - 50,24\text{cm}^2 = 13,76 \text{ cm}^2$$

Calculando la probabilidad:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(E) = \frac{\text{área sombreada}}{\text{área total}} = \frac{13,76 \text{ cm}^2}{64 \text{ cm}^2} = 0,215 = 21,5\%$$

## G) POSIBILIDADES

Las posibilidades comparan el número de resultados favorables con el número de resultados desfavorables. Si todos los resultados de un espacio muestral son igualmente probables, y un número  $n$  de ellos son favorables al evento  $E$ , y los restantes  $m$  son desfavorables a  $E$ , entonces las *posibilidades a favor* de  $E$  son de  $n(E)$  a  $m(E)$ , y las *posibilidades en contra* de  $E$  son de  $m(E)$  a  $n(E)$

### Ejemplos ilustrativos:

1) A Mathías se le prometió comprar 6 libros, tres de los cuales son de Matemática. Si tiene las mismas oportunidades de obtener cualquiera de los 6 libros, determinar las posibilidades de que le compren uno de Matemática.

#### Solución:

Número de resultados favorables =  $n(E) = 3$

Número de resultados desfavorables =  $m(E) = 3$

Posibilidades a favor son  $n(E)$  a  $m(E)$ , entonces,

Posibilidades a favor = 3 a 3, y simplificando 1 a 1.

**Nota:** A las posibilidades de 1 a 1 se les conoce como “igualdad de posibilidades” o “posibilidades de 50-50”

2) Dyanita compró 5 boletos para una rifa de su lugar de trabajo en la que el ganador recibirá un computador. Si en total se vendieron 1000 boletos y cada uno tiene la misma oportunidad de salir ganador, ¿cuáles son las posibilidades que Dyanita tiene en contra de ganarse el computador?

#### Solución:

Número de resultados favorables =  $n(E) = 5$

Número de resultados desfavorables =  $m(E) = 1000 - 5 = 995$

Posibilidades en contra son  $m(E)$  a  $n(E)$ , entonces,

Posibilidades en contra = 995 a 5, o de 199 a 1.

3) Mario participará en una lotería, en donde las posibilidades de ganar son de 1 a 999. ¿Cuál es la probabilidad que tiene Mario de ganar la lotería?

#### Solución:

Como las posibilidades a favor = 1 a 999 y se sabe que las posibilidades a favor son  $n(E)$  a  $m(E)$ , entonces,

Número de resultados favorables =  $n(E) = 1$

Número de resultados desfavorables =  $m(E) = 999$

Como el número total de resultados posibles =  $n(S) = n(E) + m(E) = 1 + 999 = 1000$ , y aplicando la fórmula de la probabilidad:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

Se obtiene:

$$P(\text{Ganar}) = \frac{1}{1000} = 0,003 = 0,1\%$$

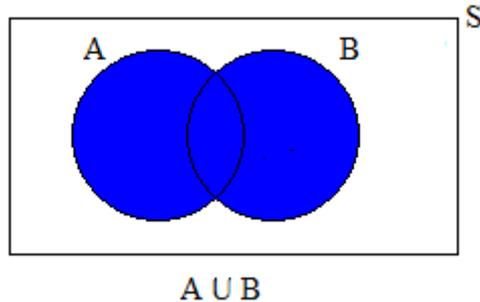
### 3) REGLAS DE LA PROBABILIDAD

#### A) REGLA DE LA ADICIÓN DE PROBABILIDADES

##### i) REGLA GENERAL PARA EVENTOS NO MUTUAMENTE EXCLUYENTES

Si A y B son dos eventos no mutuamente excluyentes (eventos intersecantes), es decir, de modo que ocurra A o bien B o ambos a la vez (al mismo tiempo), entonces se aplica la siguiente regla para calcular dicha probabilidad:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



En donde:

El conectivo lógico “o” corresponde a la “unión” en la teoría de conjuntos ( $\cup = \cup$ )

El conectivo “y” corresponde a la “intersección” en la teoría de conjuntos ( $\cap = \cap$ )

El espacio muestral (S) corresponde al conjunto universo en la teoría de conjuntos

#### Ejemplos ilustrativos

1) Sea A el suceso de sacar un As de una baraja estándar de 52 cartas y B sacar una carta con corazón rojo. Calcular la probabilidad de sacar un As o un corazón rojo o ambos en una sola extracción.

#### Solución:

A y B son sucesos no mutuamente excluyentes porque puede sacarse el as de corazón rojo.

Las probabilidades son:

$$P(A) = \frac{4}{52}$$

$$P(B) = \frac{13}{52}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{52}$$

Reemplazando los anteriores valores en la regla general de la adición de probabilidades para eventos no mutuamente excluyentes se obtiene:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

2) En una urna existe 10 bolas numeradas del 1 al 10. ¿Qué probabilidad existe de sacar en una sola extracción una bola enumerada con un número par o con un número primo?

**Solución:**

Espacio muestral =  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \Rightarrow n(S) = 10$

A = número par =  $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

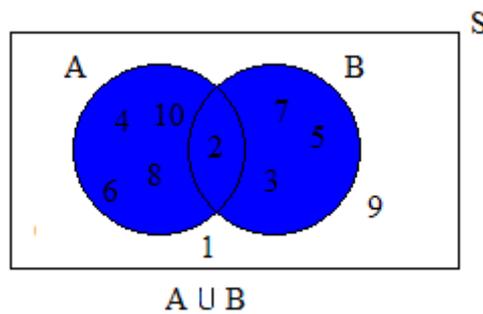
B = número primo =  $\{2, 3, 5, 7\}$

Resultados favorables =  $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10, 3, 5, 7\} \Rightarrow n(E) = 8$

Entonces, aplicando la fórmula de la probabilidad teórica se obtiene:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

O también, realizando un diagrama de Venn-Euler se obtiene:



$$P(A) = \frac{5}{10}$$

$$P(B) = \frac{4}{10}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{10}$$

Entonces, aplicando la regla para eventos no mutuamente excluyentes se obtiene:

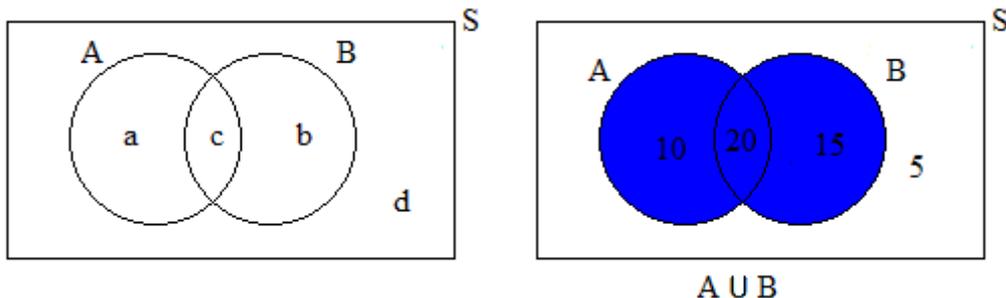
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} - \frac{1}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

3) En una clase, 10 alumnos tienen como preferencia solamente la asignatura de Matemática, 15 prefieren solamente Estadística, 20 prefieren Matemática y Estadística y 5 no tienen preferencia por ninguna de estas asignaturas. Calcular la probabilidad que de un alumno de la clase seleccionado al azar tenga preferencia por Matemática o Estadística o ambas asignaturas.

**Solución:**

Realizando un diagrama de Venn-Euler se obtiene:



*Simbología:*

S = espacio muestral

A = Matemática

B = Estadística

a = Solamente Matemática

b = Solamente Estadística

c = Matemática y Estadística

d = Ninguna de las dos asignaturas

*Datos y cálculos:*

Número total de resultados posibles =  $n(S) = 10 + 20 + 15 + 5 = 50$

Número de resultados favorables =  $n(E) = 10 + 20 + 15 = 45$

Entonces, aplicando la fórmula de la probabilidad teórica se obtiene:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{45}{50} = \frac{9}{10}$$

O también, observando el diagrama de Venn-Euler se tiene que:

$$P(A) = \frac{30}{50}$$

$$P(B) = \frac{35}{50}$$

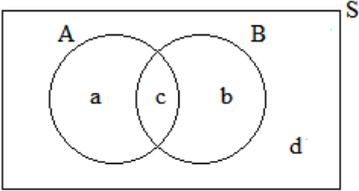
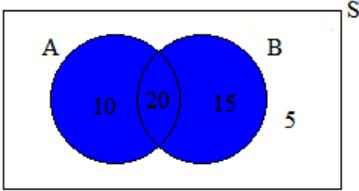
$$P(A \cap B) = \frac{20}{50}$$

Aplicando la regla para eventos no mutuamente excluyentes se obtiene:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{30}{50} + \frac{35}{50} - \frac{20}{50} = \frac{45}{50} = \frac{9}{10}$$

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
E	n(E)		P(E)							
a	10									
b	15									
c	20		2/5							
d	5									
S	50	=B2+B3+B4+B5								
A	30	=B2+B4	3/5	=B7/SB\$6						
B	35	=B3+B4	7/10	=B8/SB\$6						
AUB	45	=B2+B3+B4	9/10	=B9/SB\$6	$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$					
AUB			9/10	=D7+D8-D4	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$					

4) En un grupo de 50 personas, 6 tienen como preferencia solamente el color amarillo, 10 prefieren solamente el color blanco, 6 prefieren el color amarillo y blanco, 10 prefieren el color blanco y café, 12 prefieren el color amarillo y café, 4 prefieren los 3 colores y 10 no tienen preferencia por ninguno de los tres colores.

4.1) Elaborar un diagrama de Venn-Euler

4.2) Calcular la probabilidad que de una persona del grupo seleccionada al azar tenga preferencia por lo menos uno de los tres colores.

**Solución:**

4.1)

*Simbología:*

S = espacio muestral

A= amarillo

B= blanco

C = café

a = Solamente amarillo

b = Amarillo y blanco, pero no café

c = Solamente blanco

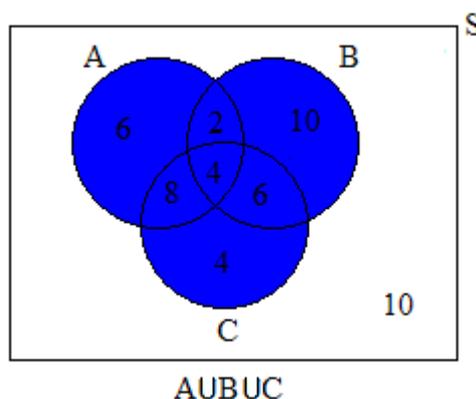
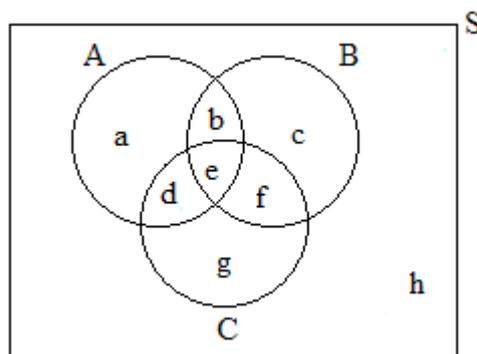
d = Amarillo y café, pero no blanco

e = Los 3 colores

f = Blanco y café, pero no amarillo

g = Solamente café

h = Ninguno de los tres colores



*Datos y cálculos:*

a = 6

c = 10

e = 4

h = 10

$b + e = 6 \rightarrow b = 6 - e = 6 - 4 = 2$

$e + f = 10 \rightarrow f = 10 - e = 10 - 4 = 6$

$d + e = 12 \rightarrow d = 12 - e = 12 - 4 = 8$

$S = 50 = a + b + c + d + e + f + g + h$

$g = 50 - a - b - c - d - e - f - h = 50 - 6 - 2 - 10 - 8 - 4 - 6 - 10 = 4$

4.2)

*Número total de resultados posibles* =  $n(S) = 50$

*Número de resultados favorables* =  $n(E) = 6 + 2 + 10 + 8 + 4 + 6 + 4 = 40$

Entonces, aplicando la fórmula de la probabilidad teórica se obtiene:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(A \text{ o } B \text{ o } C) = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$$

**Nota:**

Si A, B y C son tres eventos cualesquiera de modo que ocurra A o bien B o bien C o bien los tres a la vez se emplea la regla:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Observando el diagrama de Venn-Euler se tiene que:

$$P(A) = \frac{6 + 2 + 4 + 8}{50} = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$$

$$P(B) = \frac{10 + 6 + 4 + 2}{50} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25}$$

$$P(C) = \frac{4 + 8 + 4 + 6}{50} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2 + 4}{50} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25}$$

$$P(B \cap C) = \frac{6 + 4}{50} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

$$P(A \cap C) = \frac{8 + 4}{50} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}$$

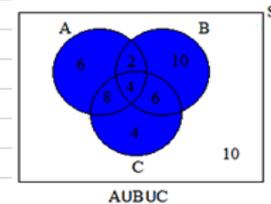
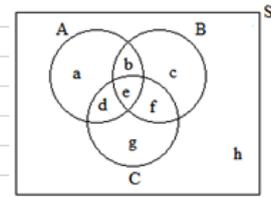
Reemplazando valores en la regla se obtiene:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{2}{5} + \frac{11}{25} + \frac{11}{25} - \frac{3}{25} - \frac{1}{5} - \frac{6}{25} + \frac{2}{25} = \frac{4}{5}$$

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	E	n(E)		P(E)						
2	a	6								
3	b	2	=B10-B6							
4	c	10								
5	d	8	=B12-B6							
6	e	4		2/25	=B6/B13					
7	f	6	=B11-B6							
8	g	4	=B13-B2-B3-B4-B5-B6-B7-B9							
9	h	10								
10	b+e	6		3/25	=B10/\$B\$13					
11	e+f	10		1/5	=B11/\$B\$13					
12	d+e	12		6/25	=B12/\$B\$13					
13	S	50								
14	A	20	=B2+B3+B5+B6	2/5	=B14/\$B\$13					
15	B	22	=B3+B4+B6+B7	11/25	=B15/\$B\$13					
16	C	22	=B5+B6+B7+B8	11/25	=B16/\$B\$13					
17	A ∪ B ∪ C	40	=B2+B3+B4+B5+B6+B7+B8	4/5	=B17/\$B\$13	$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)}$				
18	A ∪ B ∪ C			4/5	=D14+D15+D16-D10-D11-D12+D6					
19				$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$						



5) En una clase hay 45 estudiantes. Cada estudiante practica un solo deporte. La siguiente tabla muestra los diferentes deportes y el género de los estudiantes que lo practican.

Deporte \ Estudiante	Fútbol	Básquet	Atletismo	Total
Hombre	15	3	3	21
Mujer	5	12	7	24
Total	20	15	10	<b>45</b>

Si se elige un estudiante al azar, calcular la probabilidad de que:

- 5.1) Sea hombre o practique fútbol
- 5.2) Sea mujer o practique fútbol
- 5.3) Sea hombre o practique básquet
- 5.4) Sea mujer o practique atletismo

**Solución:**

A partir de la tabla anterior, llamada *tabla de contingencia*, se elabora una *tabla de probabilidades*, la cual se realiza dividiendo cada una de las entradas de la tabla de contingencia por el total. Los resultados se muestran en la siguiente tabla de probabilidades:

Deporte \ Estudiante	Fútbol	Básquet	Atletismo	Total
Hombre	15/45 = 1/3	3/45 = 1/15	3/45 = 1/15	21/45 = 7/15
Mujer	5/45 = 1/9	12/45 = 4/15	7/45	24/45 = 8/15
Total	20/45 = 4/9	15/45 = 1/3	10/45 = 2/9	<b>45/45 = 1</b>

## Interpretación:

Los valores en las márgenes de la tabla ( $4/9$ ,  $1/3$ ,  $2/9$ ,  $7/15$  y  $8/15$ ) se llaman *probabilidades marginales*, así por ejemplo, la probabilidad de seleccionar al azar un estudiante que sea mujer es  $P(M) = 8/15$  y la probabilidad de seleccionar al azar un estudiante que practique atletismo es  $P(A) = 2/9$ .

Las *probabilidades conjuntas* en las celdas de la estructura principal de la tabla ( $1/3$ ,  $1/15$ ,  $1/15$ ,  $1/9$ ,  $4/15$  y  $7/45$ ) representan la probabilidad de la intersección entre dos eventos, así por ejemplo, la probabilidad de seleccionar un estudiante hombre que practique fútbol es  $P(H \cap F) = 1/3$ .

Una probabilidad marginal se calcula sumando las probabilidades conjuntas correspondientes, así por ejemplo, la probabilidad marginal de seleccionar al azar un estudiante que sea mujer es  $P(M) = P(M \cap F) + P(M \cap B) + P(M \cap A)$ , es decir,  $P(M) = 1/9 + 4/15 + 7/45 = 8/15$

La suma de las probabilidades marginales verticales y horizontales da como resultado la unidad, así por ejemplo,  $P(H) + P(M) = 7/15 + 8/15 = 1$  y  $P(F) + P(B) + P(A) = 4/9 + 1/3 + 2/9 = 1$

5.1) Sea hombre o practique fútbol:  $P(H \text{ o } F) = P(H \cup F)$

$$P(H \cup F) = P(H) + P(F) - P(H \cap F)$$

$$P(H \cup F) = \frac{7}{15} + \frac{4}{9} - \frac{1}{3} = \frac{26}{45}$$

5.2) Sea mujer o practique fútbol:  $P(M \text{ o } F) = P(M \cup F)$

$$P(M \cup F) = P(M) + P(F) - P(M \cap F)$$

$$P(M \cup F) = \frac{8}{15} + \frac{4}{9} - \frac{1}{9} = \frac{13}{15}$$

5.3) Sea hombre o practique básquet:  $P(H \text{ o } B) = P(H \cup B)$

$$P(H \cup B) = P(H) + P(B) - P(H \cap B)$$

$$P(H \cup B) = \frac{7}{15} + \frac{1}{3} - \frac{1}{15} = \frac{11}{15}$$

5.4) Sea mujer o practique atletismo:  $P(M \text{ o } A) = P(M \cup A)$

$$P(M \cup A) = P(M) + P(A) - P(M \cap A)$$

$$P(M \cup A) = \frac{8}{15} + \frac{2}{9} - \frac{7}{45} = \frac{3}{5}$$

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E
1		Fútbol	Básquet	Atletismo	Total
2	Hombre	15	3	3	21
3	Mujer	5	12	7	24
4	Total	20	15	10	45
5					
6		Fútbol	Básquet	Atletismo	Total
7	Hombre	1/3	1/15	1/15	7/15
8	Mujer	1/9	4/15	7/45	8/15
9	Total	4/9	1/3	2/9	1
10					
11		Fútbol	Básquet	Atletismo	Total
12	Hombre	=B2/\$E\$4	=C2/\$E\$4	=D2/\$E\$4	=E2/\$E\$4
13	Mujer	=B3/\$E\$4	=C3/\$E\$4	=D3/\$E\$4	=E3/\$E\$4
14	Total	=B4/\$E\$4	=C4/\$E\$4	=D4/\$E\$4	=E4/\$E\$4
15					
16	P(H U F)	26/45	=E7+B9-B7		
17	P(M U F)	13/15	=E8+B9-B8		
18	P(H U B)	11/15	=E7+C9-C7		
19	P(M U A)	3/5	=E8+D9-D8		

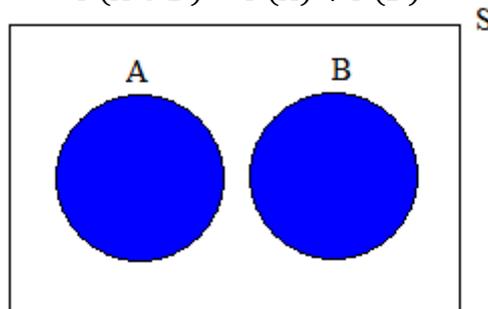
## ii) REGLA PARTICULAR O ESPECIAL PARA EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

Si A y B son dos eventos mutuamente excluyentes (eventos no intersecantes), es decir, si la ocurrencia de cualquiera de ellos excluye la del otro, no pueden ocurrir a la vez, o cuando no tienen ningún punto muestral en común ( $A \cap B = \emptyset$ ), entonces se aplica la siguiente regla para calcular dicha probabilidad:

$$P(A \circ B) = P(A) + P(B)$$

o

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



A U B

En donde:

El conectivo lógico “o” corresponde a la “unión” en la teoría de conjuntos (o =U)  
 El espacio muestral (S) corresponde al conjunto universo en la teoría de conjuntos

## Ejemplos ilustrativos

1) Sea A el suceso de sacar un As de una baraja estándar de 52 cartas y B sacar un Rey de corazón rojo. Calcular la probabilidad de sacar un As o un Rey de corazón rojo en una sola extracción.

### Solución:

A y B son sucesos mutuamente excluyentes porque no es posible obtener ambos a la vez.

Las probabilidades son:

$$P(A) = \frac{4}{52}$$

$$P(B) = \frac{1}{52}$$

Remplazando los anteriores valores en la regla particular de la adición de probabilidades para eventos mutuamente excluyentes se obtiene:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{52} + \frac{1}{52} = \frac{5}{52}$$

2) En una urna existe 10 bolas numeradas del 1 al 10. ¿Qué probabilidad existe de sacar en una sola extracción una bola enumerada con un número impar o con un número múltiplo de 4?

### Solución:

Espacio muestral =  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \Rightarrow n(S) = 10$

A = número impar =  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

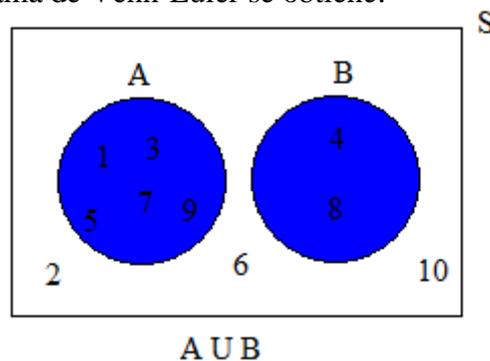
B = número múltiplo de 4 =  $\{4, 8\}$

Resultados favorables =  $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 4, 8\} \Rightarrow n(E) = 7$

Entonces, aplicando la fórmula de la probabilidad teórica se obtiene:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{7}{10}$$

O también, realizando un diagrama de Venn-Euler se obtiene:



$$P(A) = \frac{5}{10}$$

$$P(B) = \frac{2}{10}$$

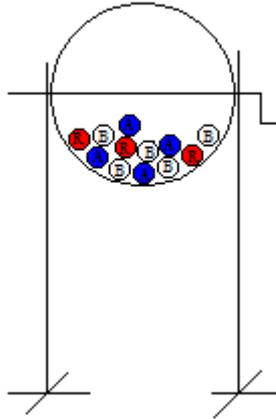
Entonces, aplicando la regla para eventos mutuamente excluyentes se obtiene:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$$

3) De una tómbola que contiene 3 bolas rojas, 5 blancas y 4 azules, Mathías extrae una bola, calcular la probabilidad de que la bola extraída sea:

- 3.1) Roja o Blanca
- 3.2) Roja o Azul
- 3.3) Blanca o Azul



**Solución:**

- R = Roja
- B = Blanca
- A = Azul

$$\begin{aligned} \text{Número total de resultados posibles} \\ = n(S) = 3 + 5 + 4 = 12 \end{aligned}$$

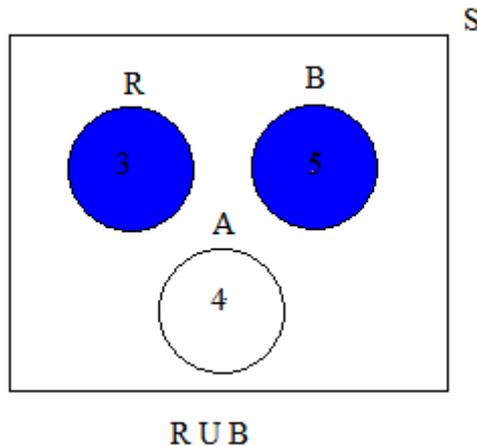
3.1) Roja o Blanca (R o B)

$$\text{Número de resultados favorables} = R \cup B = n(E) = 3 + 5 = 8$$

Aplicando la fórmula de la probabilidad teórica se obtiene:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(R \text{ o } B) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

O también, realizando un diagrama de Venn-Euler se obtiene:



$$P(R) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{5}{12}$$

Entonces, aplicando la regla para eventos mutuamente excluyentes se obtiene:

$$P(R \cup B) = P(R) + P(B)$$

$$P(R \cup B) = \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{2}{3}$$

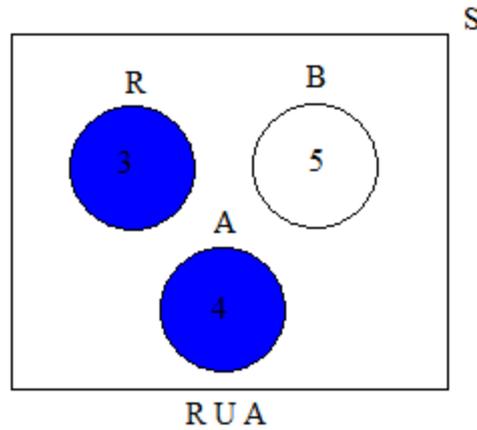
3.2) Roja o Azul (R o A)

$$\text{Número de resultados favorables} = R \cup A = n(E) = 3 + 4 = 7$$

Aplicando la fórmula de la probabilidad teórica se obtiene:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(R \text{ o } A) = \frac{7}{12}$$

O también, realizando un diagrama de Venn-Euler se obtiene:



$$P(R) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Entonces, aplicando la regla para eventos mutuamente excluyentes se obtiene:

$$P(R \cup A) = P(R) + P(A)$$

$$P(R \cup A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$$

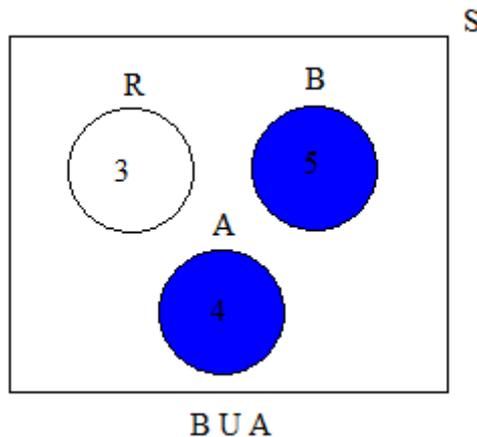
3.3) Blanca o Azul (B o A)

$$\text{Número de resultados favorables} = B \cup A = n(E) = 5 + 4 = 9$$

Aplicando la fórmula de la probabilidad teórica se obtiene:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(B \text{ o } A) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

O también, realizando un diagrama de Venn-Euler se obtiene:



$$P(B) = \frac{5}{12}$$

$$P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Entonces, aplicando la regla para eventos mutuamente excluyentes se obtiene:

$$P(B \cup A) = P(B) + P(A)$$

$$P(B \cup A) = \frac{5}{12} + \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$$

Los cálculos realizados en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E
1	E	n(E)		P(E)	
2	R	3		1/4	=B2/\$B\$5
3	B	5		5/12	=B3/\$B\$5
4	A	4		1/3	=B4/\$B\$5
5	S	12	=SUMA(B2:B4)		
6		P(E)		P(E)	
7	R o B	2/3	=(B2+B3)/B5	2/3	=D2+D3
8	R o A	7/12	=(B2+B4)/B5	7/12	=D2+D4
9	B o A	3/4	=(B3+B4)/B5	3/4	=D3+D4

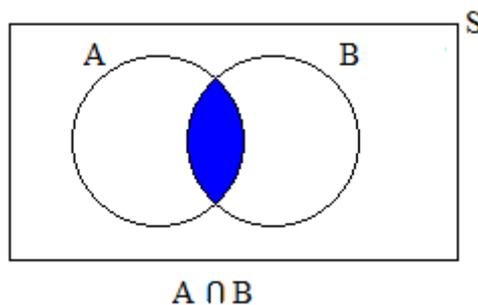
## B) REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN DE PROBABILIDADES

### i) REGLA GENERAL PARA EVENTOS DEPENDIENTES

Si A y B son dos eventos dependientes, es decir, si la ocurrencia de A afecta la probabilidad de ocurrencia de B, entonces, dicha probabilidad de calcula empleando la siguiente regla:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$$



En donde:

El conectivo “y” corresponde a la “*intersección*” en la teoría de conjuntos ( $y = \cap$ )

El espacio muestral (S) corresponde al conjunto universo en la teoría de conjuntos

$P(B/A) =$  Probabilidad condicional de B, dado A

#### Nota:

La probabilidad del evento B, calculada bajo la suposición de que el evento A ha ocurrido, se denomina *probabilidad condicional de B, dado A*, y se denota por  $P(B/A)$ .

Si se desea obtener una fórmula para calcular la probabilidad condicional se despeja de la fórmula general de la multiplicación  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$ , obteniéndose:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

La probabilidad condicional de A dado B se denota por  $P(A/B)$  y se calcula empleando la siguiente fórmula:

$$P(A/B) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)}$$

## Ejemplos ilustrativos

1) De una baraja estándar de 52 cartas sea A el suceso de sacar un As en la primera extracción y B sacar un As en la segunda extracción. Calcular la probabilidad de sacar dos Ases en dos extracciones sin devolver la carta extraída.

### Solución:

A y B son sucesos dependientes porque la ocurrencia de A afecta la probabilidad de ocurrencia de B.

La probabilidad de que la primera carta sea un As es:

$$P(A) = \frac{4}{52}$$

La probabilidad de que la segunda carta sea un As, dado que ya se sacó un As en la primera extracción, es:

$$P(B/A) = \frac{3}{51}$$

Reemplazando los anteriores valores en la regla general de la multiplicación de probabilidades para eventos dependientes se obtiene:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B/A)$$
$$P(AyB) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} = \frac{1}{221}$$

2) Sea A el suceso de sacar un As de una baraja estándar de 52 cartas y B sacar un Rey de corazón rojo. Calcular la probabilidad de sacar un As y un Rey de corazón rojo en dos extracciones sin devolver la carta extraída.

### Solución:

A y B son sucesos dependientes porque la ocurrencia de A afecta la probabilidad de ocurrencia de B.

La probabilidad de que la primera carta sea un As es:

$$P(A) = \frac{4}{52}$$

La probabilidad de que la segunda carta sea un Rey, dado que ya se sacó un As en la primera extracción es:

$$P(B/A) = \frac{1}{51}$$

Reemplazando los anteriores valores en la regla general de la multiplicación de probabilidades para eventos dependientes se obtiene:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B/A)$$
$$P(AyB) = \frac{4}{52} \cdot \frac{1}{51} = \frac{1}{663}$$

3) En una urna existe 10 bolas numeradas del 1 al 10. ¿Qué probabilidad existe de sacar en una sola extracción una bola enumerada con un número par y primo?

**Solución:**

$$\text{Espacio muestral} = S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \Rightarrow n(S) = 10$$

$$A = \text{número par} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

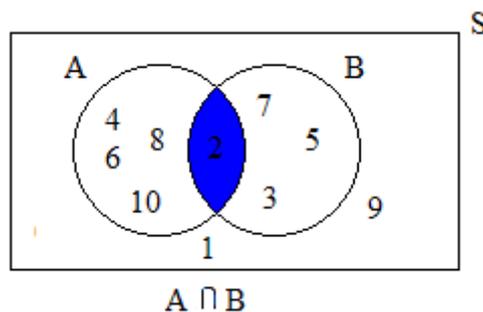
$$B = \text{número primo} = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$\text{Resultados favorables} = A \cap B = \{2\} \Rightarrow n(E) = 1$$

Entonces, aplicando la fórmula de la probabilidad teórica se obtiene:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(A \text{ y } B) = \frac{1}{10}$$

O también, realizando un diagrama de Venn-Euler se obtiene directamente la probabilidad solicitada



$$P(A \cap B) = \frac{1}{10}$$

Para aplicar la regla de la multiplicación para eventos dependientes, observando el diagrama de Venn-Euler se tiene:

$$P(A) = \frac{5}{10}$$

La suposición de que la bola seleccionada esté numerada con un número par significa que sólo consideremos el conjunto  $A = \text{número par} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ , de estos 5 elementos, sólo uno, el número 2 es primo. Por lo tanto la probabilidad condicional  $P(B/A) = 1/5$

Reemplazando valores en la regla de la multiplicación para eventos dependientes se obtiene:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

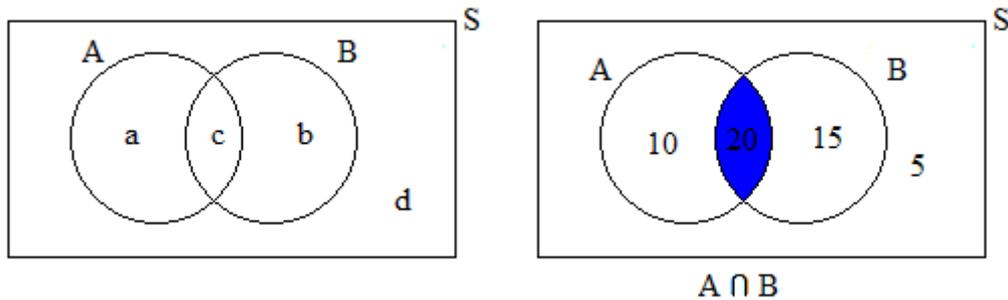
4) En una clase de 50 alumnos, 10 alumnos tienen como preferencia solamente la asignatura de Matemática, 15 prefieren solamente Estadística y 5 no tienen preferencia por ninguna de estas asignaturas. Calcular la probabilidad que de un alumno de la clase seleccionado al azar tenga preferencia por

4.1) Matemática y Estadística.

## 4.2) Estadística y Matemática

### Solución:

Realizando un diagrama de Venn-Euler se obtiene:



### Simbología:

S = espacio muestral

A = Matemática

B = Estadística

a = Solamente Matemática

b = Solamente Estadística

c = Matemática y Estadística

d = Ninguna de las dos asignaturas

### Datos y cálculos:

$$a = 10$$

$$b = 15$$

$$c = S - a - b - d = 50 - 10 - 15 - 5 = 20$$

$$d = 5$$

$$S = 50$$

## 4.1) Matemática y Estadística.

$$\text{Número de resultados favorables} = A \cap B = n(E) = 20$$

$$\text{Número total de resultados posibles} = n(S) = 50$$

Entonces, aplicando la fórmula de la probabilidad teórica se obtiene:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$$

O también, observando el diagrama de Venn-Euler se tiene directamente la probabilidad solicitada:

$$P(A \cap B) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$$

Para aplicar la regla de la multiplicación para eventos dependientes, observando el diagrama de Venn-Euler se tiene:

$$P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$$

La suposición de que el alumno seleccionado tenga preferencia por Matemática significa que sólo consideremos el conjunto A, de los 30 elementos de A, sólo 20 tienen preferencia por Estadística. Por lo tanto la probabilidad condicional  $P(B/A) = 20/30 = 2/3$

O también, observando el diagrama de Venn-Euler y aplicando la fórmula de la probabilidad condicional se tiene:

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{3}$$

Reemplazando valores en la regla de la multiplicación para eventos dependientes se obtiene:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$$

4.2) Estadística y Matemática.

Número de resultados favorables =  $B \cap A = n(E) = 20$

Número total de resultados posibles =  $n(S) = 50$

Entonces, aplicando la fórmula de la probabilidad teórica se obtiene:

$$P(E) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número total de resultados posibles}} = \frac{n(E)}{n(S)} \Rightarrow P(B \cap A) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$$

O también observando el diagrama de Venn-Euler se tiene directamente la probabilidad solicitada:

$$P(B \cap A) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$$

Para aplicar la regla de la multiplicación para eventos dependientes, observando el diagrama de Venn-Euler se tiene:

$$P(B) = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

La suposición de que el alumno seleccionado tenga preferencia por Estadística significa que sólo consideremos el conjunto B, de los 35 elementos de B, sólo 20 tienen preferencia por Matemática. Por lo tanto la probabilidad condicional  $P(A/B) = 20/35 = 4/7$

Remplazando valores en la regla general de la multiplicación:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) \Rightarrow P(B \cap A) = P(B) \cdot P(A/B)$$

$$P(B \cap A) = \frac{7}{10} \cdot \frac{4}{7} = \frac{2}{5}$$

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	E	n(E)		P(E)							
2	a	10									
3	b	15									
4	c	20	=B6-B2-B3-B5								
5	d	5									
6	S	50									
7	A	30	=B2+B4	3/5	=B7/B6						
8	B	35	=B3+B4	7/10	=B8/B6						
9											
10	B/A	20	=B4	2/3	=B10/B7						
11	A ∩ B	20	=B4	2/5	=B11/B6						
12				2/5	=D7*D10	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$					
13											
14	A/B	20	=B4	4/7	=B14/B8						
15	B ∩ A	20	=B4	2/5	=B15/B6						
16				2/5	=D8*D14	$P(B \cap A) = P(B) \cdot P(A/B)$					

**Notas:**

En los eventos dependientes se cumple:

$$P(B/A) \neq P(A/B)$$

El resultado de  $P(A \cap B) = P(B \cap A)$ , sin embargo, el proceso de cálculo es diferente.

5) En la tabla de contingencia que aparece a continuación se ha registrado el color de ojos de 40 estudiantes.

Ojos \ Género	Café	Verde	Negro	Total
Hombre	12	1	2	15
Mujer	20	3	2	25
Total	32	4	4	40

5.1) Se selecciona un estudiante al azar, calcule la probabilidad de que el estudiante seleccionado:

- a) Sea hombre y tenga los ojos negros
- b) Tenga los ojos verdes, sabiendo que se trata de una mujer

5.2) Se selecciona dos estudiantes al azar, calcule la probabilidad de que los estudiantes seleccionados:

- a) Los dos sean hombres
- b) Un hombre y una mujer
- c) Los dos tengan los ojos de color café
- d) Ojos no verdes el primer estudiante y ojos no negros el segundo estudiante
- e) Los dos no tengan los ojos de color café
- f) Hombre de ojos café el primer estudiante y mujer de ojos verdes el segundo estudiante

## Solución:

Elaborando una tabla de probabilidades se tiene:

Ojos \ Género	Café	Verde	Negro	Total
Hombre	$12/40 = 3/10$	$1/40$	$2/40 = 1/20$	$15/40 = 3/8$
Mujer	$20/40 = 1/2$	$3/40$	$2/40 = 1/20$	$25/40 = 5/8$
Total	$32/40 = 4/5$	$4/40 = 1/10$	$4/40 = 1/10$	$40/40 = 1$

5.1) Se selecciona un estudiante al azar, calcule la probabilidad de que el estudiante seleccionado:

a) Sea hombre y tenga los ojos negros

La probabilidad de que un estudiante sea hombre es:

$$P(H) = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

De 15 hombres existen 2 estudiantes que tienen los ojos de color negro, entonces, la probabilidad de que tenga los ojos de color negro, siempre que sea hombre es:

$$P(N/H) = \frac{2}{15}$$

O también, observando la tabla de probabilidades y aplicando la fórmula de la probabilidad condicional se tiene:

$$P(N/H) = \frac{P(N \cap H)}{P(H)} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{8}} = \frac{2}{15}$$

Remplazando valores en la regla general de la multiplicación se obtiene:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P(HyN) = P(H) \cdot P(N/H)$$

$$P(HyN) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{15} = \frac{1}{20}$$

**Nota:** Si observamos directamente en la tabla de contingencia, se tiene que 2 de los 40 estudiantes son “hombres y tienen los ojos negros”, que en la tabla de probabilidades representa  $1/20$ . Esto confirma que con la regla general para la multiplicación de probabilidades sí se obtiene la respuesta correcta.

b) Tenga los ojos verdes, sabiendo que se trata de una mujer

La probabilidad de que un estudiante tenga los ojos verdes es:

$$P(V) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

Existen 3 mujeres de 4 estudiantes que tienen los ojos de color verde, entonces, la probabilidad de que sea mujer, siempre que tenga los ojos de color verde es:

$$P(M/V) = \frac{3}{4}$$

Remplazando valores en la regla general de la multiplicación se obtiene:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P(VyM) = P(V) \cdot P(M/V)$$

$$P(VyM) = \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{40}$$

O también, observando directamente en la tabla de probabilidades se obtiene:

$$P(VyM) = \frac{3}{40}$$

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F	G
1		Café	Verde	Negro	Total		
2	Hombre	12	1	2	15		
3	Mujer	20	3	2	25		
4	Total	32	4	4	40		
5							
6		Café	Verde	Negro	Total		
7	Hombre	3/10	1/40	1/20	3/8		
8	Mujer	1/2	3/40	1/20	5/8		
9	Total	4/5	1/10	1/10	1		
10							
11	P(H)	3/8	=E7				
12	P(N/H)	2/15	=D2/E2				
13	P(HyN)	1/20	=B11*B12		$P(HyN) = P(H) \cdot P(N/H)$		
14		1/20	=D7				
15							
16	P(V)	1/10	=C9				
17	P(M/V)	3/4	=C3/C4				
18	P(VyM)	3/40	=B16*B17		$P(VyM) = P(V) \cdot P(M/V)$		
19		3/40	=C8				

5.2) Se selecciona dos estudiantes al azar, calcule la probabilidad de que los estudiantes seleccionados:

Ojos \ Género	Café	Verde	Negro	Total
Hombre	12	1	2	15
Mujer	20	3	2	25
Total	32	4	4	40

a) Los dos sean hombres

La probabilidad de que el primer estudiante seleccionado sea hombre es:

$$P(H) = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

La probabilidad de que el segundo estudiante seleccionado sea hombre, dado que ya se seleccionó un hombre en la primera extracción es:

$$P(H/H) = \frac{14}{39}$$

Remplazando valores en la regla general de la multiplicación se obtiene:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P(HyH) = P(H) \cdot P(H/H)$$

$$P(HyH) = \frac{3}{8} \cdot \frac{14}{39} = \frac{7}{52}$$

b) Un hombre y una mujer

La probabilidad de que el primer estudiante seleccionado sea hombre es:

$$P(H) = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

La probabilidad de que el segundo estudiante seleccionado sea mujer, dado que ya se seleccionó un estudiante hombre en la primera extracción es:

$$P(M/H) = \frac{25}{39}$$

Remplazando valores en la regla general de la multiplicación se obtiene:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P(HyM) = P(H) \cdot P(M/H)$$

$$P(HyM) = \frac{3}{8} \cdot \frac{25}{39} = \frac{25}{104}$$

c) Los dos tengan los ojos de color café

La probabilidad de que el primer estudiante seleccionado tenga los ojos de color café es:

$$P(C) = \frac{32}{40} = \frac{4}{5}$$

La probabilidad de que el segundo estudiante seleccionado tenga los ojos de color café, dado que ya se seleccionó un estudiante que tiene los ojos de color café en la primera extracción es:

$$P(C/C) = \frac{31}{39}$$

Remplazando valores en la regla general de la multiplicación se obtiene:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P(CyC) = P(C) \cdot P(C/C)$$

$$P(CyC) = \frac{4}{5} \cdot \frac{31}{39} = \frac{124}{195}$$

d) Ojos no verdes el primer estudiante y ojos no negros el segundo estudiante

La probabilidad de que el primer estudiante seleccionado no tenga los ojos de color verde es:

$$P(\bar{V}) = 1 - P(V) = 1 - \frac{4}{40} = \frac{9}{10}$$

O también como el número de estudiantes que no tienen los ojos de color verde son  $32 + 4 = 36$ , entonces,

$$P(\bar{V}) = \frac{36}{40} = \frac{9}{10}$$

La probabilidad de que el segundo estudiante seleccionado no tenga los ojos de color negro, dado que ya se seleccionó un estudiante que no tiene los ojos de color verde en la primera extracción es:

$$P(\bar{N}/\bar{V}) = 1 - P(N/\bar{V}) = 1 - \frac{4}{39} = \frac{35}{39}$$

O también observando la tabla de contingencia se obtiene:

$$P(\bar{N}/\bar{V}) = \frac{36 - 1}{40 - 1} = \frac{35}{39}$$

Remplazando valores en la regla general de la multiplicación se obtiene:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P(\bar{V}y\bar{N}) = P(\bar{V}) \cdot P(\bar{N}/\bar{V})$$

$$P(\bar{V}y\bar{N}) = \frac{9}{10} \cdot \frac{35}{39} = \frac{21}{26}$$

e) Los dos no tengan los ojos de color café

La probabilidad de que el primer estudiante seleccionado no tenga los ojos de color café es:

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{32}{40} = \frac{1}{5}$$

O también como el número de estudiantes que no tienen los ojos de color café son  $4 + 4 = 8$ , entonces,

$$P(\bar{C}) = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$$

La probabilidad de que el segundo estudiante seleccionado no tenga los ojos de color café, dado que ya se seleccionó un estudiante que no tiene los ojos de color café en la primera extracción es:

$$P(\bar{C}/\bar{C}) = 1 - P(C/\bar{C}) = 1 - \frac{32}{39} = \frac{7}{39}$$

O también observando la tabla de contingencia se obtiene:

$$P(\bar{C}/\bar{C}) = \frac{8 - 1}{40 - 1} = \frac{7}{39}$$

Remplazando valores en la regla general de la multiplicación se obtiene:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P(\bar{C}y\bar{C}) = P(\bar{C}) \cdot P(\bar{C}/\bar{C})$$

$$P(\bar{C}y\bar{C}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{7}{39} = \frac{7}{195}$$

f) Hombre de ojos café el primer estudiante y mujer de ojos verdes el segundo estudiante

Si observamos directamente en la tabla de contingencia, se tiene que 12 de los 40 estudiantes son “hombres y tienen los ojos de color café”, entonces, la probabilidad de que el primer estudiante seleccionado sea hombre y tenga los ojos de color café es:

$$P(HyC) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$$

Si observamos directamente en la tabla de contingencia, se tiene que 12 de los 40 estudiantes son “hombres y tienen los ojos de color café”, entonces, la probabilidad de que el primer estudiante seleccionado sea hombre y tenga los ojos de color café es:

Si observamos directamente en la tabla de contingencia, se tiene que 3 de los 40 estudiantes son “mujeres y tienen los ojos de color verde”, entonces, la probabilidad de que el segundo estudiante seleccionado sea mujer y tenga los ojos de color verde, dado que ya se seleccionó un estudiante hombre que tiene los ojos de color café en la primera extracción es:

$$P((MyV)/(HyC)) = \frac{3}{39}$$

Remplazando valores en la regla general de la multiplicación se obtiene:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P((HyC)y(MyV)) = P(HyC) \cdot P((MyV)/(HyC))$$

$$P((HyC)y(MyV)) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{39} = \frac{3}{130}$$

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Café	Verde	Negro	Total					
2	Hombre	12	1	2	15					
3	Mujer	20	3	2	25					
4	Total	32	4	4	40					
5										
6	P(HyH)	7/52	=E2/E4*(E2-1)/(E4-1)				P(HyH) = P(H) · P(H/H)			
7										
8	P(HyM)	25/104	=E2/E4*(E3)/(E4-1)				P(HyM) = P(H) · P(M/H)			
9										
10	P(CyC)	124/195	=B4/E4*(B4-1)/(E4-1)				P(CyC) = P(C) · P(C/C)			
11										
12	P(VyN)	21/26	=B4/D4/E4*(B4+C4-1)/(E4-1)				P(VyN) = P(V) · P(N/V)			
13										
14	P(CyC)	7/195	=C4/D4/E4*(C4+D4-1)/(E4-1)				P(CyC) = P(C) · P(C/C)			
15										
16	P((HyC)y(MyV))	3/130	=B2/E4*C3/(E4-1)				P((HyC)y(MyV)) = P(HyC) · P((MyV)/(HyC))			

6) De una tómbola que contiene 3 bolas rojas y 5 blancas, Mathías extrae tres bolas, sin volver a la tómbola la bola extraída, calcular la probabilidad de que las 3 bolas extraídas sean:

- 6.1) Rojas
- 6.2) 2 rojas y una blanca
- 6.3) Una roja y 2 blancas
- 6.4) 3 blancas

**Solución:**

6.1) Rojas

En 3 sucesos la fórmula de la regla general de probabilidades es:

$$P(AyByC) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/AyB)$$

La probabilidad de seleccionar una bola roja la primera extracción es:

$$P(R) = \frac{3}{8}$$

La probabilidad de seleccionar una bola roja la segunda extracción, dado que ya se seleccionó una bola roja en la primera extracción es:

$$P(R/R) = \frac{2}{7}$$

La probabilidad de seleccionar una bola roja la tercera extracción, dado que ya se seleccionó una bola roja en la primera y en la segunda extracción es:

$$P(R/RyR) = \frac{1}{6}$$

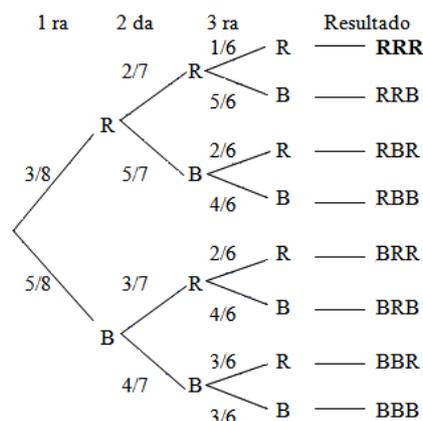
Remplazando valores en la regla general de la multiplicación se obtiene:

$$P(AyByC) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/AyB)$$

$$P(RyRyR) = P(R) \cdot P(R/R) \cdot P(R/RyR)$$

$$P(RyRyR) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{56}$$

O también, elaborando un diagrama de árbol se tiene todas las probabilidades:



En el diagrama de árbol, la probabilidad correspondiente a cada rama del árbol corresponde a la probabilidad condicional de que ocurra el evento específico, dado que han ocurrido los eventos de las ramas precedentes. Al describir un evento mediante una trayectoria a través del diagrama de árbol, la probabilidad de que ocurra dicho evento es igual a producto de las probabilidades de las ramas que forman la trayectoria que representa al mencionado evento.

La solución empleando el diagrama de árbol para  $P(RyRyR)$  es multiplicando las ramas RRR, es decir,

$$P(RRR) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{56}$$

6.2) 2 rojas y una blanca

La solución empleando el diagrama de árbol se obtiene multiplicando las ramas RRB

$$P(RRB) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{56}$$

6.3) Una roja y 2 blancas

La solución empleando el diagrama de árbol se obtiene multiplicando las ramas RBB

$$P(RBB) = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{28}$$

6.4) 3 blancas

La solución empleando el diagrama de árbol se obtiene multiplicando las ramas BBB

$$P(BBB) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{5}{28}$$

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E
1	R	3			
2	B	5			
3	Total	8			
4					
5	P(RRR)	1/56	=B1/B3*(B1-1)/(B3-1)*(B1-2)/(B3-2)		
6	P(RRB)	5/56	=B1/B3*(B1-1)/(B3-1)*B2/(B3-2)		
7	P(RBB)	5/28	=B1/B3*B2/(B3-1)*(B2-1)/(B3-2)		
8	P(BBB)	5/28	=B2/B3*(B2-1)/(B3-1)*(B2-2)/(B3-2)		

## ii) REGLA PARTICULAR O ESPECIAL PARA EVENTOS INDEPENDIENTES

Si A y B son dos eventos independientes, es decir, si el conocimiento de la incidencia de uno de ellos no tiene efecto en la probabilidad de ocurrencia del otro, entonces, para calcular la probabilidad de dichos eventos se aplica la siguiente regla:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B)$$
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

**Nota:** Dos eventos A y B son independientes si la ocurrencia de uno de ellos no afecta la probabilidad de ocurrencia del otro, esto es, si  $P(B/A) = P(B)$

### Ejemplos ilustrativos

1) De una baraja estándar de 52 cartas sea A el suceso de sacar un As en la primera extracción y B sacar un Rey en la segunda extracción. Calcular la probabilidad de sacar un As y un Rey en dos extracciones devolviendo la carta extraída.

#### Solución:

A y B son sucesos independientes porque la ocurrencia de A afecta la probabilidad de ocurrencia de B.

La probabilidad de que la primera carta sea un As es:

$$P(A) = \frac{4}{52}$$

La probabilidad de que la segunda carta sea un Rey, dado que se devolvió el As de la primera extracción, es:

$$P(B/A) = P(B) = \frac{4}{52}$$

Remplazando los anteriores valores en la regla particular de la multiplicación se obtiene:

$$P(AyB) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(AyB) = \frac{4}{52} \cdot \frac{4}{52} = \frac{1}{169}$$

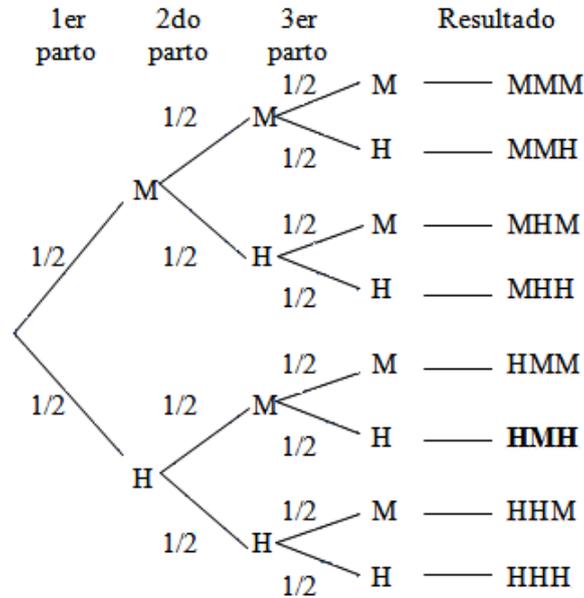
2) Una pareja de esposos desean tener 3 hijos. Suponiendo que las probabilidades de tener un niño o una niña son iguales, calcular la probabilidad de éxito en tener hombre en el primer nacimiento, mujer en el segundo nacimiento y hombre en el tercer nacimiento.

#### Solución:

M = mujer

H = hombre

Elaborando un diagrama de árbol se tiene todas las probabilidades:



Entonces,

$$P(HyMyH) = P(HMH) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

#### 4) PROBABILIDAD TOTAL Y TEOREMA DE BAYES

##### A) PROBABILIDAD TOTAL

Sea  $A_1, A_2, \dots, A_n$  un sistema completo de eventos tales que la probabilidad de cada uno de ellos es distinto de cero, y sea B un evento cualquiera del que se conocen las probabilidades condicionales  $P(B/A_i)$ , entonces, la probabilidad del evento B, llamada probabilidad total, se calcula empleando la siguiente fórmula:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B/A_n)$$

##### B) TEOREMA DE BAYES

El teorema de Bayes se utiliza para revisar probabilidades previamente calculadas cuando se posee nueva información. Desarrollado por el reverendo Thomas Bayes en el siglo XVII, el teorema de Bayes es una extensión de lo que ha aprendido hasta ahora acerca de la probabilidad condicional.

Comúnmente se inicia un análisis de probabilidades con una asignación inicial, probabilidad a priori. Cuando se tiene alguna información adicional se procede a calcular las probabilidades revisadas o a posteriori. El teorema de Bayes permite calcular las probabilidades a posteriori y es:

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B/A_i)}{P(B)}$$

Donde:

$P(A_i)$  = Probabilidad a priori

$P(B/A_i)$  = Probabilidad condicional

$P(B)$  = Probabilidad Total

$P(A_i/B)$  = Probabilidad a posteriori

### Ejemplo ilustrativo

Una compañía de transporte público tiene tres líneas en una ciudad, de forma que el 45% de los autobuses cubre el servicio de la línea 1, el 25% cubre la línea 2 y el 30% cubre el servicio de la línea 3. Se sabe que la probabilidad de que, diariamente, un autobús se averíe es del 2%, 3% y 1% respectivamente, para cada línea.

- 1) Calcular la probabilidad de que, en un día, un autobús sufra una avería
- 2) Calcular la probabilidad de que, en un día, un autobús no sufra una avería
- 3) ¿De qué línea de transporte es más probable que un autobús sufra una avería?

### Solución:

#### Simbología:

$A_1$  = Cubre el servicio de la línea 1

$A_2$  = Cubre el servicio de la línea 2

$A_3$  = Cubre el servicio de la línea 3

$B_1$  = Sufre una avería

$B_2$  = No sufre una avería

#### Datos:

$$\begin{aligned} P(A_1) &= 45\% = 0,45 & ; P(A_2) &= 25\% = 0,25 & ; P(A_3) &= 30\% = 0,3 \\ P(B_1/A_1) &= 2\% = 0,02 & ; P(B_1/A_2) &= 3\% = 0,03 & ; P(B_1/A_3) &= 1\% = 0,01 \end{aligned}$$

Las probabilidades de no sufrir una avería para cada línea son:

$$P(B_2/A_1) = 1 - P(B_1/A_1) = 1 - 0,02 = 0,98$$

$$P(B_2/A_2) = 1 - P(B_1/A_2) = 1 - 0,03 = 0,97$$

$$P(B_2/A_3) = 1 - P(B_1/A_3) = 1 - 0,01 = 0,99$$

- 1) Calcular la probabilidad de que, en un día, un autobús sufra una avería

Empleando la fórmula de probabilidad total se obtiene:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B/A_n)$$

$$P(B_1) = P(A_1) \cdot P(B_1/A_1) + P(A_2) \cdot P(B_1/A_2) + P(A_3) \cdot P(B_1/A_3)$$

$$P(B_1) = 0,45 \cdot 0,02 + 0,25 \cdot 0,03 + 0,3 \cdot 0,01 = 0,0195$$

- 2) Calcular la probabilidad de que, en un día, un autobús no sufra una avería

Empleando la fórmula de probabilidad total se obtiene:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B/A_n)$$

$$P(B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2/A_1) + P(A_2) \cdot P(B_2/A_2) + P(A_3) \cdot P(B_2/A_3)$$

$$P(B_2) = 0,45 \cdot 0,98 + 0,25 \cdot 0,97 + 0,3 \cdot 0,99 = 0,9805$$

O también, sabiendo que  $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$ , entonces

$$P(B_2) = 1 - P(B_1) = 1 - 0,0195 = 0,9805$$

- 3) ¿De qué línea de transporte es más probable que un autobús sufra una avería?

Se debe calcular las tres probabilidades aposteriori empleando el Teorema de Bayes

$$P(A_1/B) = \frac{P(A_1) \cdot P(B/A_1)}{P(B)}$$

La probabilidad de que sea de la línea 1, sabiendo que sufre una avería es:

$$P(A_1/B_1) = \frac{P(A_1) \cdot P(B/A_1)}{P(B_1)} = \frac{0,45 \cdot 0,02}{0,0195} = 0,4615$$

La probabilidad de que sea de la línea 2, sabiendo que sufre una avería es:

$$P(A_2/B_1) = \frac{P(A_2) \cdot P(B/A_2)}{P(B_1)} = \frac{0,25 \cdot 0,03}{0,0195} = 0,3846$$

La probabilidad de que sea de la línea 3, sabiendo que sufre una avería es:

$$P(A_3/B_1) = \frac{P(A_3) \cdot P(B_1/A_3)}{B_1} = \frac{0,3 \cdot 0,01}{0,0195} = 0,1538$$

Entonces, sabiendo que el autobús sufre una avería, lo más probable es que sea de la línea 1, ya que esta probabilidad  $P(A_1/B_1) = 0,4615$ , es la mayor.

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	P(A <sub>1</sub> )	0,45								
2	P(A <sub>2</sub> )	0,25								
3	P(A <sub>3</sub> )	0,3								
4	P(B <sub>1</sub> /A <sub>1</sub> )	0,02								
5	P(B <sub>1</sub> /A <sub>2</sub> )	0,03								
6	P(B <sub>1</sub> /A <sub>3</sub> )	0,01								
7	P(B <sub>2</sub> /A <sub>1</sub> )	0,98	=1-B4		P(B <sub>2</sub> /A <sub>1</sub> ) = 1 - P(B <sub>1</sub> /A <sub>1</sub> )					
8	P(B <sub>2</sub> /A <sub>2</sub> )	0,97	=1-B5		P(B <sub>2</sub> /A <sub>2</sub> ) = 1 - P(B <sub>1</sub> /A <sub>2</sub> )					
9	P(B <sub>2</sub> /A <sub>3</sub> )	0,99	=1-B6		P(B <sub>2</sub> /A <sub>3</sub> ) = 1 - P(B <sub>1</sub> /A <sub>3</sub> )					
10	P(B <sub>1</sub> )	0,0195	=B1*B4+B2*B5+B3*B6		P(B <sub>1</sub> ) = P(A <sub>1</sub> ) · P(B <sub>1</sub> /A <sub>1</sub> ) + P(A <sub>2</sub> ) · P(B <sub>1</sub> /A <sub>2</sub> ) + P(A <sub>3</sub> ) · P(B <sub>1</sub> /A <sub>3</sub> )					
11	P(B <sub>2</sub> )	0,9805	=1-B10		P(B <sub>2</sub> ) = 1 - P(B <sub>1</sub> )					
12	P(A <sub>1</sub> /B <sub>1</sub> )	0,4615	=B1*B4/B10							
13	P(A <sub>2</sub> /B <sub>1</sub> )	0,3846	=B2*B5/B10		P(A <sub>i</sub> /B <sub>1</sub> ) = $\frac{P(A_i) \cdot P(B/A_i)}{P(B_1)}$					
14	P(A <sub>3</sub> /B <sub>1</sub> )	0,1538	=B3*B6/B10							
15	P Max (A/B <sub>1</sub> )	0,4615	=MAX(B12:B14)							

#### BIBLIOGRAFÍA:

SUÁREZ, Mario, (2012), Interaprendizaje de Probabilidades y Estadística Inferencial con Excel, Winstats y Graph, Primera Edición. Imprenta M & V, Ibarra, Ecuador.