



U  
N  
E  
X  
P  
O

UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL  
POLITECNICA  
"ANTONIO JOSE DE SUCRE"  
VICE-RECTORADO PUERTO ORDAZ  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL  
**INGENIERÍA FINANCIERA**  
SECCIÓN T1

# Gestión de Carteras

**Asesor:**

MSc. Ing. Iván J. Turmero Astros

**Elaborado por:**

Alieska, Romero  
Rosmary, Rodríguez  
Marlene, Márquez  
Yohanis, Anduz  
Yusleidi Villarroel

## INTRODUCCIÓN

El mercado bursátil es una herramienta que permite el crecimiento de las organizaciones empresariales que en él participan. No se refiere por crecimiento solamente al incremento del capital de trabajo de las compañías, sino al crecimiento cualitativo de la calidad de gestión de las compañías que participan en el mercado bursátil.

Los mercados bursátiles van adquiriendo una importancia cada vez mayor dentro de la economía, siendo creciente el número de interesados en su funcionamiento. Centrándonos en el mercado de capitales, las bolsas de valores tienen una creciente actualidad. Empresas especializadas se dirigen al mercado a demandar fondos o a invertirlos, también los particulares han acudido frecuentemente a rentabilizar su dinero. Es importante que el mercado sea eficiente, pero, además, el saberlo resulta de gran interés para el que actúa en la bolsa.

El efecto el más seguro de la gama de bondades que ofrece la participación en el mercado bursátil: una compañía puede, con más o menos probabilidad, tener éxito en su emisión bursátil, pero puede tener la seguridad de que los procedimientos de organización y de presentación de información necesarios para la inscripción en el mercado de valores va a mejorar las prácticas internas de la sociedad.

En este capítulo se estudiará la adecuación de varios aspectos fundamentales de la teoría de cartera de Markowitz y del Modelo de Valoración de Activos de Capital (más conocido por sus iniciales en inglés: CAPM) a la realidad de los valores más importantes de la Bolsa de Bilbao en el período 1980-1987.

Este es un período extenso y relativamente reciente. En 1988 se empiezan a producir fusiones de gran importancia para la bolsa y en 1989 al comenzar a funcionar el mercado continuo, se ve afectado el tipo de análisis.

Empezando con datos de los 24 valores más importantes que se cotizan en la bolsa de Bilbao, según su frecuencia de contratación en los años iniciales del periodo considerado; si se hubiese tomado una muestra más amplia, los valores hubiesen tenido una frecuencia de contratación baja. Se han empleado generalmente los valores de cotización de la bolsa bilbaína, tomando datos de la de Madrid cuando no había habido cotización en Bilbao. Lógicamente, el mercado de Madrid, por su mayor tamaño, resulta más fiable, pero las operaciones de arbitraje hacen que las diferencias sean pequeñas. Por otro lado, al ser algunos valores “típicamente bilbaínos”, los datos de la bolsa de Bilbao pueden tener una mayor fiabilidad en algunos casos.

En trabajos anteriores, hemos contrastado en profundidad el grado de funcionamiento del CAPM en el mercado bursátil español. Así, en Gómez-Bezales, Madariaga y Santibáñez(1994) presentábamos un amplio resumen de las conclusiones alcanzadas en el contraste del modelo en dos periodos distintos de la realidad española: el comprendido entre 1959 y 1988(Mercado de corros), y el que abarca los años 1990 a 1993 (Mercado Continuo).

En estos trabajos se aplican las metodologías clásicas de contraste, así como las novedades que han ido apareciendo en la literatura financiera durante los últimos años.

El objetivo de dichos trabajos es el de determinar hasta qué punto puede afirmarse que el modelo propuesto, el CAPM2, es capaz de explicar el comportamiento de nuestro mercado, o dicho de otro modo, hasta qué punto las rentabilidades de los títulos se comportan según lo propuesto por el modelo. Lo que se trata de ver aquí es si el inversor puede batir al mercado utilizando el CAPM. Si las conclusiones de los anteriores estudios determinaran la clara aceptación del modelo, lo que ahora se plantea no tendría ningún sentido: si el mercado se comporta exactamente conforme a lo propuesto por el modelo, no habría forma de obtener rentabilidades extraordinarias mediante su utilización,

yaque, como promedio, los títulos rendirían en función del riesgo sistemático que aportan a su propietario, siendo la relación entre rentabilidad media y riesgo exacta y conocida.

En los últimos años han aparecido trabajos interesantes que han tratado de analizar las ventajas o desventajas de acudir al mercado internacional. Por ejemplo, podemos citar los trabajos de Solnik y Noetzlin (1982), Eun y Resnick (1994), Puntí y Garrigasait (1994), Solnik (1994), Siquefield (1996), Eicholtz (1996), Solnik, Boucelle y Le Fur (1996), en los que destacamos una nota común a todos ellos: el análisis para un periodo concreto amplio, y, normalmente, desde una perspectiva estadounidense.

El estudio de todos estos artículos nos ha conducido a realizar un análisis similar de las posibilidades de diversificación internacional de riesgos, pero con una doble perspectiva:

- Contraponiendo una visión estadounidense con una visión española.
- Analizando diversos periodos para estudiar la evolución de esas posibilidades de diversificación.

En la última década del siglo XX se produce en España un importante auge de lo que se ha llamado “capitalismo popular”, que se manifiesta en el acercamiento del inversor medio a la bolsa. En este periodo al despegue de los fondos de inversión, que ofrecen la posibilidad de obtener una gestión profesionalizada y de acceder a una amplia gama de productos con la que satisfacer las necesidades de las diferentes tipologías de inversores en lo que se refiere al binomio rentabilidad-riesgo. Son varias las razones que contribuyen a apuntalar el proceso descrito:

- Razones legales y fiscales.
- Razones económicas.

# LA EFICIENCIA EN EL MERCADO BURSÁTIL ESPAÑOL

## 1. CONCEPTO DE EFICIENCIA.

Para Fama el mercado cuyos precios siempre reflejan la información disponible se denomina **eficiente**. Según esto, los precios de los valores que cotizan en una bolsa “eficiente” reflejarán toda la información referente a dichos valores. De esta manera el mercado guía correctamente la asignación de los recursos, indicando a los agentes cuáles deben ser sus decisiones de inversión.

Cuando un mercado es eficiente toda la información está contenida en los precios, en consecuencia, los agentes no pueden usar tal información para conseguir rentabilidades extraordinarias. Los agentes que observen la ineficiencia, ante una bajada de las características comentadas adelantarán sus compras y retrasarán sus ventas. Si son muchos los agentes que así actúan, la ineficiencia acabará por corregirse, volviendo los valores a reflejar “adecuadamente” la información disponible.

En un mercado eficiente los títulos estarán correctamente valorados, alrededor de lo que se suele denominar el valor intrínseco, que es como decir que se valoran en función de lo que se puede esperar de ellos. Para que un mercado sea eficiente es necesario, que una parte importante de ellos, crean que no lo es y traten de aprovechar oportunidades de enriquecerse.

La existencia de pequeñas ineficiencias, justifica el que los analistas estudien métodos cada vez más sofisticados para sacar partido a la información disponible, tratando de obtener rentabilidades extraordinarias llevándolos a conseguir un mercado eficiente.

## 2. LAS CLASES DE EFICIENCIA.

Roberts distingue tres tipos de eficiencia:

- Eficiencia débil: es cuando el precio refleja toda la información histórica.
- Eficiencia semifuerte: cuando el precio refleja toda la información pública.
- Eficiencia fuerte: el precio refleja toda la información existente.

Resumiendo, un mercado es eficiente, cuando utilizando información no podemos lograr rentabilidades extraordinarias por estar esa información contenida en el precio.

El denominado **análisis técnico** trata de aprovechar la información histórica mediante el uso de sistemas como gráficos, filtros, etc. Si la eficiencia débil se da, estos sistemas carecen de fundamento.

Si el mercado utiliza incorrectamente la información pública, o no la utiliza, nos encontraremos ante una situación de ineficiencia semifuerte. Cuando se pueden obtener informaciones privilegiadas y con ellas lograr rentabilidades extraordinarias, nos encontramos ante una ineficiencia en su sentido fuerte.

## 3. ¿SE DA LA EFICIENCIA?

Según Fama, las condiciones **suficientes** para que se dé la eficiencia son:

- Que no haya costes de transacción.
- Toda la información disponible puede ser libremente utilizada por los participantes en el mercado.
- Existe acuerdo sobre las implicaciones que la información tiene sobre el precio actual y distribución de los precios futuros de cada valor.

Pero la pérdida de alguna de estas condiciones tampoco garantiza la pérdida de la eficiencia, son suficientes pero no necesarias.

Lo realmente importante no es hasta qué punto se cumplen las condiciones, pues sabemos que en parte sí y en parte no, sino comprobar si las conclusiones son o no coherentes con la realidad. Cabe destacar que el caso de la eficiencia débil como en el de la semifuerte, ambas se cumplen. En el caso español los estudios realizados confirman normalmente la eficiencia débil.

La eficiencia es una idea central de las modernas finanzas, sólo si los mercados son eficientes se pueden aceptar los actuales desarrollos teóricos, y, todavía más importante, sólo si los mercados son eficientes se puede aceptar el mercado como sistema eficiente de asignación de recursos. Para el inversor, el que el mercado sea eficiente le garantiza que no va a pagar más ni menos de lo que los títulos realmente valen.

#### **4. NUESTRO ESTUDIO.**

Se ha tratado de contrastar la eficiencia en su forma débil para el caso del mercado español, entre los años 1970 y 1985. La idea es muy simple: Tomando datos mensuales de cotizaciones, dividendos y derechos de ampliación, se ha estudiado si era posible modelizar el comportamiento de las rentabilidades para, según las informaciones del pasado, obtener rentabilidades extraordinarias en periodos futuros. Para que esto se dé es preciso que el comportamiento en un periodo, se repita en periodos futuros. Los resultados son claros: “O los comportamientos son totalmente aleatorios, o no hay una repetición de tales comportamientos que permita la obtención de las citadas rentabilidades extraordinarias”.

## 5. ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES.

La eficiencia débil se relacionaba con la posibilidad de predicción de la evolución de una acción, a partir de los datos históricos de la propia acción. Esto es lo que en estadística se conoce como **análisis univariante de series temporales**.

La aplicación de diferentes técnicas estadísticas de análisis de series temporales ha sido extensa en economía, siendo, tal vez, el estudio de la evolución de las acciones en bolsa donde mayores esfuerzos se han realizado. Pero en 1976 G.E.P. Box y G.M. Jenkins crearon una metodología llamada *Box-Jenkins*, que consistía en hacer grandes análisis económicos a los diferentes campos.

### 5.1. La metodología Box-Jenkins.

Lo que Box y Jenkins (1976) plantearon no fue un único modelo de serie temporal, sino toda una familia de ellos que pudiesen ajustarse para explicar la evolución de una variable a lo largo del tiempo (modelos ARIMA).

Partiendo de la definición de esta familia de modelos, la metodología Box-Jenkins sigue un proceso que consta de cuatro fases:

- 1.- Identificación: Se trata de elegir uno o varios modelos ARIMA como posibles candidatos para explicar el comportamiento de la serie.
- 2.- Estimación: Se realiza la estimación de los parámetros de los modelos seleccionados.
- 3.- Diagnóstico: Se comprueba la adecuación de cada uno de los modelos estimados y se determina cuál es el más idóneo.
- 4.- Predicción: Si el modelo elegido es satisfactorio se realizan las predicciones de la variable.

## 5.2. Condiciones de estacionariedad. Series analizadas.

La metodología Box-Jenkins requiere que la serie temporal que estamos analizando cumpla unas hipótesis de partida denominadas **condiciones de estacionariedad**. Estas hipótesis son tres:

- 1.- Promedio constante.
- 2.- Varianza constante.
- 3.- Estructura de autocorrelaciones constante.

La clave de la posibilidad de aplicar los modelos Box-Jenkins estriba en que la serie temporal observada cumpla estas condiciones o, si no es así, lograr su transformación en otra que si lo haga. El conocimiento que tenemos sobre la evolución de las cotizaciones nos demuestra que la serie original de **índice de cotización**( $C_t$ ) no cumple las dos primeras condiciones de estacionariedad. Este incumplimiento de las dos primeras hipótesis obliga a una transformación de la serie original de cotizaciones.

La idea de realizar incrementos relativos o porcentuales en la cotización ( $(C_t/C_{t-1}) \times 100$ ) podemos interpretarla rápidamente en términos económicos si la completamos con dos elementos distorsionadores de la evolución de la cotización: los dividendos y las ampliaciones de capital.

$$R_t = (C_t - C_{t-1} + D_t + d_t)/C_{t-1}$$

Donde:

- $R_t$  → rentabilidad de la acción
- $C_t$  → cotización final
- $C_{t-1}$  → cotización inicial
- $D_t$  → dividendo cobrado (si lo hubiere)
- $d_t$  → valor del derecho (si lo hubiere)

El efecto que tienen las rentabilidades no tiene carácter aditivo sino multiplicativo. Para conseguir transformar el modelo multiplicativo en aditivo, lo

que haremos será tomar como serie a analizar el logaritmo neperiano de uno más la rentabilidad

$$\ln(1+R_{1,n}) = \ln(1+R_1) + \ln(1+R_2) + \dots + \ln(1+R_n)$$

Respecto de la tercera condición de estacionariedad no resulta fácil observar gráficamente su incumplimiento y su tratamiento estadístico no está solucionado (se asume que se cumple).

### 5.3. La predicción del futuro.

El objetivo final del análisis de series temporales es predecir los resultados futuros de la variable, en nuestro caso la evolución de la acción. Toda predicción que hagamos con cualquier modelo econométrico se basa en una hipótesis fundamental que podemos resumir diciendo: **no se producen cambios estructurales**. Esto significa que el modelo que ha explicado en el pasado el comportamiento de la variable, sigue siendo válido, con los mismos valores de los parámetros, en el futuro. La condición de que no existan cambios estructurales en la serie que analizamos, tiene estrecha relación con la hipótesis de estacionariedad que plantean los modelos Box-Jenkins. El problema de los cambios estructurales es que resulta difícil saber cuándo se producirán y, en consecuencia, determinar cuándo el modelo pasado deja de ser válido. Por otro lado, la existencia de frecuentes cambios estructurales hace imposible la predicción.

En conclusión, para que la metodología Box-Jenkins sirva para predecir la evolución futura de una acción, no basta con encontrar y estimar un modelo ARIMA que sea adecuado para explicar el pasado más reciente de la acción, sino que es necesario contrastar que ese modelo de comportamiento no ha cambiado a lo largo del tiempo.

Tomando como criterio de selección el volumen de contratación en bolsa, se han escogido los siguientes doce valores, que figuran entre los de mayor volumen en el periodo 1978-1986, los cuales se han seleccionado para el periodo 1970-1985 las *Cotizaciones* de fin de mes, los *Dividendos* brutos y el valor medio del *Derecho*:

- 1) BANCO DE BILBAO
- 2) BANCO CENTRAL
- 3) BANCO DE VIZCAYA
- 4) BANCO ESPAÑOL DE CRÉDITO
- 5) BANCO DE SANTANDER
- 6) TELEFÓNICA
- 7) COMPAÑIA ESPAÑOLA DE PETROLEOS
- 8) UNIÓN DE EXPLOSIVOS RIO-TINTO
- 9) SEVILLANA DE ELECTRICIDAD
- 10) UNIÓN ELÉCTRICA FENOSA
- 11) IBERDUERO
- 12) HIDROELECTRICA ESPAÑOLA

Se construyen dos series diferentes:

- I. Se calcula la correspondiente a las rentabilidades mensuales de las acciones seleccionadas  $\ln(1+R_t)$
- II. Un índice que refleje la evolución de la cotización corregida por dividendos y derechos

**Rentabilidad**

$$(1+R_1)$$

$$(1+R_2)$$

**Indice**

$$100$$

$$100x(1+R_1)$$

$$100x(1+R_1)x(1+R_2)$$

Aún aplicando la diferenciación de primer grado, es clara la debilidad de este índice desde el punto de vista estadístico, debido a que resulta afectado por incrementos elevados de cotización

Si la serie no es puramente aleatoria habrá que comprobar su estacionariedad, lo que se traduce en el cumplimiento de las tres hipótesis de partida de la técnica Box-Jenkins, es decir se tratará de analizar si la serie es invariante en el tiempo. Dadas estas características, trataríamos de construir un modelo para predecir. Concretando tenemos tres etapas:

Primera etapa: Comenzaremos el análisis con la serie que va de 1970 a 1985 tanto la de rentabilidad como la del índice

Segunda etapa: Si de la anterior etapa encontramos comportamientos en la serie, procederemos a la división de la misma

Tercera etapa: En aquellas series del periodo 1976-1985 que muestran algún comportamiento, procedemos nuevamente a su división en dos nuevos periodos

## **6. RESULTADOS.**

Una vez analizadas las tres etapas anteriores se llegó a la siguiente conclusión: Resulta prácticamente imposible determinar cuándo se producen cambios estructurales, por lo que parece difícil la predicción mediante técnicas estadísticas, ya que las estructuras de autocorrelaciones (cuando existen) no se mantienen constantes en el tiempo.

# MODELOS DE VALORACIÓN DE ACCIONES EN LA BOLSA DE BILBAO.

## 1. DATOS A UTILIZAR EN LA INVESTIGACIÓN.

Nos hemos fijado en los siguientes valores:

BANCO DE BILBAO	BANCO CENTRAL
BANESTO	BANCO GUIPUZCONO
BANCO HISPANOAMERICANO	BANCO POPULAR
BANCO SANTANDER	BANCO DE VIZCAYA
SEGUROS AURORA	SEGUROS BILBAO
CARTINBAO	FINSA
HIDROLA	ALTOS HORNOS
UNION CERRAJERA	TUBACEX
TELEFONICA	EXPLOSIVOS RIOTINTO
PAPELERA ESPAÑOLA	EMPETROL
CEMENTOS LEMONA	VACESA
IBERDUERO	SEVILLANA

El primer paso era calcular las rentabilidades semanales de cada uno de estos valores en el periodo considerado (1980 - 1987). Para ello hemos utilizado:

- A) Las cotizaciones al final de la sesión del viernes
- B) Los dividendos brutos tomados
- C) Los derechos tomados

## 2. CÁLCULO DE LAS RENTABILIDADES SEMANALES.

La rentabilidad semanal (semana t) de un valor (sea el i) se obtiene con la siguiente fórmula:

$$R_{it} = (C_{it} + d_{it} + D_{it} - C_{i,t-1}) / C_{i,t-1}$$

Siendo:

$C_{it}$  → Cotización final de la semana, en pesetas.

$C_{i,t-1}$  → Cotización inicial de la semana (final de la anterior), en pesetas.

$d_{it}$  → Derechos vendidos en la semana, en pesetas.

$D_{it}$  → Dividendos cobrados en dicha semana, en pesetas.

Para pasar las cotizaciones a pesetas, se multiplica dicha cotización por el nominal (calculado por un ordenador).

BANCO DE SANTANDER:	NOMINAL	PERIODO (Semana)
	250	1-36
	300	37-81
	330	82-141
	400	142-284
	440	285-329
	470	330-383
	500	384-419

BANCO DE VIZCAYA:	NOMINAL	PERIODO (Semana)
	500	1-397
	750	398-419

Por lo tanto, de los datos iniciales una vez transformados, obtenemos 418 rentabilidades de los 24 valores.

### 3. CÁLCULO DE LA RENTABILIDAD DE MERCADO.

Se calcula también la rentabilidad semanal del mercado, de la siguiente forma:

$$VCB = \text{número de acciones} \times \text{nominal} \times \text{cotización}$$

Así el peso específico de cada título (i) se obtiene del siguiente cociente:

$$VCB_i / \sum VCB$$

### 4. EL MODELO DE MERCADO.

El modelo diagonal, de índice simple o de mercado, supone que las relaciones entre las rentabilidades de los diferentes títulos se deben únicamente a la relación que todos tienen con un índice de mercado.

Para el CAPM, no es necesario simplificar el modelo de cartera de Markowitz, sino simplemente que exista una relación lineal entre la rentabilidad del mercado y la del título:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it}$$

Donde  $\varepsilon_{it}$  es un término de error tal que para cada valor  $R_{mt}$ .

De la Ec. Anterior se puede obtener:

$$\sigma^2(R_i) = \beta_i^2 \sigma^2(R_m) + \sigma^2(\varepsilon_i)$$

Es decir:

RIESGO TOTAL = RIESGO SISTEMATICO + RIESGO DIVERSIFICABLE

## 5. PERIODO TOTAL Y SUBPERIODOS.

Se selecciona dos subperiodos que son: 1.980-1.985 y 1.986- 1.987; también hemos realizado el análisis del periodo total: 1.980-1.987.

En ellos se observa una subida de las rentabilidades entre Febrero y Marzo del 86 y un fuerte descenso en Octubre del 87 como consecuencia del “crash” de la bolsa. Ya incluso durante el año 85 se empieza a ver un cambio en los indicadores de la economía, siendo este año, un período transitorio.

**Período 80-85: 0,021**

**Período 86-87: 0,047**

**Período 80-87: 0,030**

**Se duplica respecto al anterior.**

## 6. RESULTADOS DEL MODELO DE MERCADO.

Una vez realizadas las 24 regresiones anteriormente citadas entre la Rentabilidad semanal de cada valor y la del mercado para cada uno de los períodos de nuestro estudio obtenemos las siguientes conclusiones:

$$R_i = a + bR_m + e_{it}$$

Después de analizar todos los periodos se puede deducir la existencia de una relación entre la Rentabilidad de Mercado y la del título y por lo tanto la existencia de un riesgo sistemático. La correlación entre los títulos y el mercado es positiva

para todos ellos, no existiendo por lo tanto ningún título que realice la función de cobertura para diversificar riesgos en el mercado.

## 7. ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DEL MODELO DE MERCADO.

Este estudio lo realizamos para comprobar si ha habido alguna transformación en la economía, o en sectores específicos de la misma, que haga que el modelo de mercado, y sobre todo el riesgo sistemático de los distintos valores pueda variar.

Para efectuar este análisis, aplicamos el test de Chow:

$$F_{\text{Chow}} = \frac{[\text{SCR } 80-87 - (\text{SCR } 80-85 + \text{SCR } 86-87)] / 2}{[\text{SCR } 80-85 + \text{SCR } 86-87] / (T-4)}$$

Siendo T=418

Donde SCR indica la suma de los cuadrados de los residuos en los respectivos períodos.

Obteniendo:

### Con un 5% de Probabilidad

BANCO CENTRAL  
BANESTO  
BANCO GUIPUZCOANO  
BANCO HISPANO  
BANCO DE SANTANDER  
SEGUROS BILBAO  
IBERDUERO

### Con un 1% de Probabilidad

BANCO CENTRAL  
BANCO HISPANO  
SEGUROS BILBAO

## 8. EL C.A.P.M.

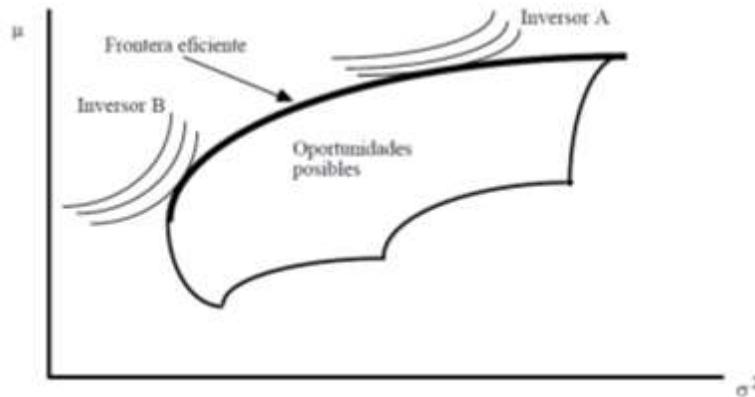
El modelo de Valoración de Activos de Capital, más conocido por sus siglas inglesas CAPM (Capital Asset Pricing Model), fue desarrollado a lo largo de los 60 por diferentes autores como Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966), etc. Después de una serie de cálculos, se llega a la siguiente fórmula:

$$E(R) = E(r_0).U + \pi.COV(R,P) = E(r_0).U + [E(P)-E(r_0)].\beta$$

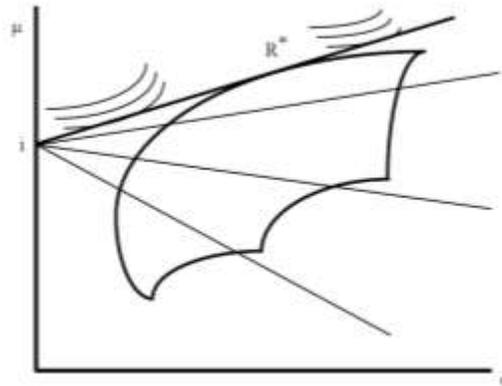
$$\text{MIN: } W' \cdot \Sigma \cdot W - \lambda_1 \cdot E(R') \cdot W$$

$$\text{Sujeto a: } W' \cdot U = 1$$

Donde  $\lambda_1$  representa las diferentes pendientes de las rectas de un mapa donde estén las varianzas y las esperanzas matemáticas de las carteras. Al cumplirse la condición  $W' \cdot U = 1$ , se llega al mapa de oportunidades posibles:



Si suponemos ahora la existencia de un título sin riesgo, se podrán hacer diferentes combinaciones entre dicho título y las carteras consideradas anteriormente. En consecuencia, sólo habrá una combinación óptima de títulos con riesgo, que es la que denominamos  $R^*$ , ésta es la cartera de mercado.



Por último se puede decir, que los inversores realizarán su inversión en una proporción de la cartera de mercado y otra del título sin riesgo. Así el CAPM postula que existe una cartera de mercado,  $P$ , formada por todos los títulos y con las proporciones que éstos representan en el mercado. La rentabilidad esperada de cada título  $E(R)$ , será la del título sin riesgo ( $r_0$ ), más un premio por riesgo

$[E(P)-E(r_0)]$  multiplicado por la beta del título, según el modelo de la fórmula (16), que reproducimos a continuación.

$$E(R) = r_0 \cdot U + [E(P) - r_0] \cdot \beta$$

## 9. LA SML.

Como se ha explicado anteriormente, el CAPM se lleva a cabo en dos etapas. Primero hemos realizado la regresión entre cada título y la rentabilidad de mercado. Y así hemos obtenido la  $\beta$  para cada título. En segundo lugar, se trata de calcular, a partir de los datos anteriores, la línea del mercado de títulos o SML. Para ello hacemos la regresión entre la rentabilidad media de cada título y su  $\beta$ .

$$\bar{R}_j = y_0 + y_1 \beta_j + u_j \quad \gg \quad \bar{R}_j = i + (\bar{R}_m - i) \beta_j$$

Donde  $R_m$  es la rentabilidad del mercado e  $i$  la del título sin riesgo. Las hipótesis a comprobar en este modelo son:

$y_0 > 0$  donde  $y_0$  representa el tipo de interés sin riesgo

$y_1 > 0$  siendo  $y_1$  la prima por riesgo sistemático.

## 10. EL A.P.T.

La Teoría de Valoración por Arbitraje (Arbitrage Pricing Theory, ó APT), fue formulada por Ross (1976). Es ésta una teoría que supera muchas de las críticas hechas al CAPM, incluidas las más importantes, mediante la utilización de un modelo más general (Copeland y Weston, 1988, págs. 219 y ss.). Así se ha criticado al CAPM el basarse en la eficiencia de la cartera de mercado; el APT no necesita esa condición y utiliza el argumento del arbitraje: “En equilibrio, las carteras que supongan una inversión cero y que no tengan riesgo, deberán dar una rentabilidad cero. En caso contrario los arbitrajistas invertirán en ellas hasta conseguir que este principio se mantenga”.

CAPM y APT dan lugar a una ecuación de valoración de activos similar, existiendo una relación lineal entre la rentabilidad esperada del título y el riesgo sistemático.

Se tiene que (i) una cartera de inversión nula [ $W'.U=0$ ] y (ii) sin riesgo sistemático [ $W'.b=0$ ], (iii) debe tener rentabilidad nula [ $W'.E(R)=0$ ]. Las proposiciones (i) y (ii), forman un sistema de  $k+1$  ecuaciones; si éstas se cumplen, se ha de cumplir (iii), luego la ecuación (iii) debe ser combinación lineal de las anteriores. También se puede razonar diciendo que un vector  $W$  que sea ortogonal al vector unitario [ $W'.U=0$ ] y a los  $k$  vectores columna que forman la matriz  $b$  [ $W'.b=0$ ], ha de ser ortogonal al vector  $E(R)$  [ $W'.E(R)=0$ ]; esto implica que  $E(R)$  debe ser combinación lineal del vector unitario y de los vectores de la matriz  $b$ . En consecuencia:

$$E(R) = \mu_0 \cdot U + \beta \cdot \mu$$

Donde  $\mu$  es un vector de  $k$  coeficientes y  $\mu_0$  un escalar. Si existe título sin riesgo, su rentabilidad  $r_0$  coincidirá con  $\mu_0$ . Por otro lado, en el vector  $\mu$  tendremos los premios por riesgo (precio del riesgo) para cada tipo de riesgo, representado por cada columna de la matriz  $b$ . Igual que sucedía con el CAPM, el APT es un modelo de expectativas de rentabilidad, por lo que no es directamente testable:

$$R = \mu_0 \cdot U + \beta \cdot \mu + u$$

## 11. EL MODELO FACTORIAL.

Partiendo del fichero de rentabilidades, que es una matriz de 24 valores (variables) con sus rentabilidades semanales (individuos) que son 418, 314 y 104 respectivamente para los diferentes periodos, realizamos un análisis factorial. Observamos que con un número superior a cinco, aparecen factores que sólo explican una variable. Con cuatro factores nos encontramos con que un factor explica un grupo de valores muy heterogéneo constituido por los valores que menos peso tienen a la hora de hallar la rentabilidad media del mercado en el

modelo de mercado. Además, realizamos un análisis factorial para cada grupo obtenido tras la rotación de cuatro factores.

Después de rotar, aparecen factores que explican a grupos de valores, lo cual indica que sí hay un riesgo específico de los distintos grupos.

Estos grupos valores son:

Sector bancos

Banco de Bilbao  
Banco Central  
Banesto  
Banco Hispano  
Banco de Santander  
Banco de Vizcaya  
Banco Popular

Sector eléctricas y Telefónica

Telefónica<sup>#</sup>  
Hidrolea  
Iberduero  
Sevillana  
Lemona<sup>#</sup>

Sector químico-siderometalúrgico

Altos Hornos  
Unión Cerrajera  
Tubacex  
Explosivos Riotinto  
Papelera Española  
Empetrol

Sector "inversiones"

Finsa  
Cartinbao  
Vacesa<sup>#</sup>  
Banco Guipuzcoano<sup>#</sup>

Sector seguros

Seguros Bilbao  
Seguros Aurora

Estos grupos de valores se mantienen en los tres periodos salvo pequeñas variaciones en los valores con menor peso. Por lo que se puede decir que los grupos de valores corresponden a los sectores económicos, lo cual significa que los sectores económicos siguen un comportamiento similar. También vemos que los valores menos explicados por el primer factor son los mismos que quedaban mal explicados en el modelo de mercado.

## 12. MODELO FACTORIAL-MODELO DE MERCADO.

El modelo factorial explica más que el de mercado, dado que utiliza más variables explicativas. Pero ya el primer factor supera el 36%, lo que pone en duda el interés del resto de factores. Lo primero que se hace es ver es si ese primer factor es diferente de la rentabilidad del mercado; para ello se utilizan dos procedimientos:

- Las 24 correlaciones de la rentabilidad semanal de cada valor con la rentabilidad semanal del mercado. Y otras 24 correlaciones de los valores con el primer factor.
- Elevando al cuadrado las series de 24 datos.

Entonces, se dice que el primer factor explica casi lo mismo que el modelo de mercado.

Debido a que el primer factor no aporta la información necesario, se procede a realizar un estudio del segundo factor, donde: Vemos cómo en el periodo total y en el primer subperiodo, se ve una correlación negativa relativamente importante, indicadora de que son los valores mejor explicados por el modelo de mercado, los que también mejor explica el segundo factor; pero esto cambia en el segundo subperiodo, luego parece tratarse de un hecho poco claro. Lo que sí parece que podemos afirmar es que no tiene mucho que ver con el riesgo no sistemático.

## **LAS CARTERAS EN LA BOLSA DE BILBAO (1.980 -1.987).**

### **1. DATOS A UTILIZAR EN LA INVESTIGACION.**

Se tienen los siguientes valores:

BANCO DE BILBAO BANCO CENTRAL.  
BANESTO BANCO GUIPUZCOANO.  
BANCO HISPANOAMERICANO BANCO POPULAR.  
BANCO SANTANDER BANCO DE VIZCAYA.  
SEGUROS AURORA SEGUROS BILBAO.  
CARTINBAO FINSA.  
HIDROLA ALTOS HORNOS.  
UNION CERRAJERA TUBACEX.  
TELEFONICA EXPLOSIVOS RIOTINTO.  
PAPELERA ESPAÑOLA EMPETROL.  
CEMENTOS LEMONA VACESA.  
IBERDUERO SEVILLANA.

El primer paso era calcular las rentabilidades semanales (optamos por ese periodo básico de análisis) de cada uno de estos valores en el periodo considerado (1980 - 1987). Para ello se ha utilizado:

- A) Las cotizaciones al final de la sesión del viernes, en enteros, convertidos después en pesetas, que sirven simultáneamente como valor final de una semana y comienzo de la siguiente.
- B) Los dividendos brutos tomados, en pesetas, el primer día que pueden cobrarse. Este hecho se debe a que no se considera el impuesto sobre la renta (las retenciones son a cuenta de dicho impuesto), suponiendo que todos los agentes pagarán después el impuesto sobre la renta.

C) Los derechos tomados, en pesetas, al valor del primer día de cotización; esto justifica, de forma similar a lo visto antes, la utilización de la cotización ex derecho.

Lo antes expuesto consiste en dar la entrada de fondos en la caja del accionista en la semana en que esto se produce, y en valores brutos, tal como aparecen en la base del impuesto sobre la renta. Es evidente que al tomar los citados valores del dividendo, se comete el error de no considerar la deducción por dividendos que contempla nuestro impuesto sobre la renta<sup>1</sup>; pero la consideración de esta particularidad nos llevaría, por la misma razón, a considerar otras, como la posibilidad de desgravación por inversiones, el particular tratamiento de las plusvalías, el de los derechos, etc., lo que daría lugar a una casuística fiscal muy complicada y con notables diferencias individuales.

Dada la forma de medir las rentabilidades, resulta indiferente que el dividendo se cobre al comienzo de la semana que al final, con tal de que sea dentro de la misma semana. Esto aconseja tomar un periodo básico de análisis (la semana en nuestro caso) suficientemente breve como para disculpar tal error. Se han tomado datos semanales por ser el periodo más corto dentro de los utilizables. Los datos diarios podrían causar distorsiones debido a los fines de semana, puentes, etc., sin contar con la dificultad de reunir y manejar ese tipo de información, para un periodo de ocho años. La utilización de periodos más largos, como el mes, haría el análisis menos preciso.

Fórmula de cálculo de las rentabilidades.

La rentabilidad semanal (semana t) de un valor (sea el i) se obtiene con la siguiente fórmula:

$$R_{it} = \frac{C_{it} + d_{it} + D_{it} - C_{i,t-1}}{C_{i,t-1}}$$

Siendo:

Cit: Cotización final de la semana, en pesetas.

Ci,t-1: Cotización inicial de la semana (final de la anterior), en pesetas.

Dit: Derechos vendidos en la semana, en pesetas.

Dit: Dividendos cobrados en dicha semana, en pesetas.

Por lo tanto, de los datos obtenemos las 418 rentabilidades de los 24 valores.

## 2. CALCULO DE LA RENTABILIDAD DE MERCADO.

Se ha calculado también la rentabilidad semanal de la cartera de mercado, usando varias aproximaciones: la ponderada, la sin ponderar, y, finalmente, una cartera equivalente al primer factor del modelo factorial. Para el cálculo de la rentabilidad media ponderada del mercado se suma la rentabilidad de cada título ponderada por el peso específico de ese título sobre el total de los 24 valores, es la que se denomina cartera ponderada. Dicho peso específico se ha obtenido en función del valor de capitalización bursátil (VCB) de la sociedad al 1 de Enero de cada año. Su cálculo es fácil:

VCB = número de acciones x nominal x cotización<sup>2</sup>

Así el peso específico de cada título (i) se obtiene del siguiente cociente:

$$\frac{VCB_i}{\sum_i VCB_i}$$

Este cálculo se ha hecho para cada año, porque consideramos que así se recoge mejor el peso de cada valor dentro del total a lo largo del tiempo.

La segunda alternativa consiste en calcular una media no ponderada de los 24 títulos obteniendo la cartera no ponderada.

La tercera alternativa consiste en el cálculo de una cartera equivalente al primer factor del modelo factorial obtenido con las rentabilidades de los 24 títulos.

Con cada una de estas carteras se construirá un modelo de mercado, donde aparecerán las regresiones entre cada título y la cartera (un total de 24 regresiones). Y con las betas de ese modelo de mercado tendremos la posibilidad de testar el CAPM. Este proceso se repetirá tres veces, una con cada cartera.

### 3. LA FRONTERA EFICIENTE.

La búsqueda del mapa de oportunidades posibles y de la frontera eficiente se toma como el primer cálculo interesante, según la teoría de cartera de Markowitz. Una vez realizado los cálculos correspondientes (véase Gómez-Bezares, 1990b) se llega a los siguientes resultados, que dan lugar a la frontera eficiente de la figura 1:

$$E = 0,0065 \text{ VAR} = 0,0003961569$$

$$E = 0,0095 \text{ VAR} = 0,0007875206$$

$$E = 0,0125 \text{ VAR} = 0,0017194892$$

$$E = 0,0225 \text{ VAR} = 0,0087304170$$

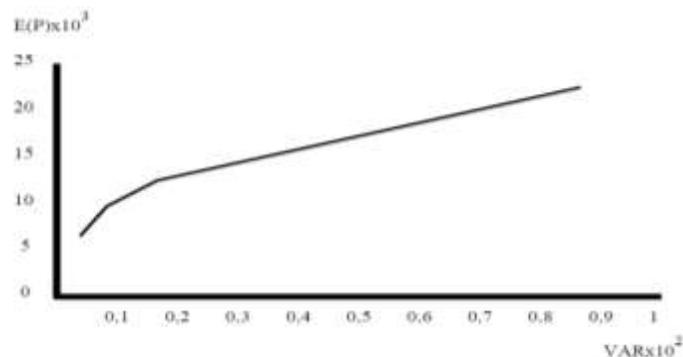


Figura 1

Introduciendo el título sin riesgo, que se supone para esta época con una rentabilidad bruta del 17% anual, lo que equivale a un 0,30238655% semanal capitalizable, llegamos a los resultados siguientes y a la figura 2:

$$E = 0,0030238655^* \quad \text{VAR} = 0$$

$$E = 0,0060 \quad \text{VAR} = 0,000164479$$

$$E = 0,0090 \quad \text{VAR} = 0,000663202$$

$$E = 0,010359074 \quad \text{VAR} = 0,000999158$$

\* Es el título sin riesgo.

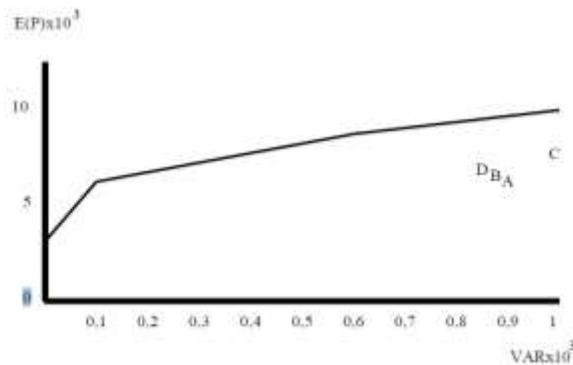


Figura 2

En la figura 2 aparecen además cuatro carteras (A, B, C y D) que corresponden a cuatro posibles aproximaciones a la “cartera de mercado”. Así la A es una cartera que contiene los 24 títulos, en porcentajes proporcionales a su peso en el mercado al comienzo del periodo considerado (1980). La B es muy similar, diferenciándose sólo en que los pesos se toman al final del periodo (1987), entre la A y la B se encuentra la “cartera ponderada”. La C es la que se ha denominado “cartera no ponderada”. Finalmente la D es la “cartera factor”. Los valores de media y varianza para las carteras citadas son:

$$E(A) = 0,00602719 \quad \text{VAR}(A) = 0,00092523$$

$$E(B) = 0,00631134 \quad \text{VAR}(B) = 0,00089326$$

$$E(C) = 0,00727349 \text{ VAR}(C) = 0,00100842$$

$$E(D) = 0,00670379 \text{ VAR}(D) = 0,000866356$$

Dado que ninguna de esas carteras es ex-post eficiente, el CAPM no se cumplirá de forma totalmente satisfactoria.

#### 4. RESULTADOS CON LA “CARTERA PONDERADA”.

Una vez tomadas las rentabilidades semanales de los 24 valores en las 418 semanas y utilizando como cartera de mercado la media ponderada, los resultados del modelo de mercado pueden verse en el cuadro nº 1, alcanzándose una explicación total del 33,98%. El resultado del CAPM es:

$$\bar{R} = 0,00459 + 0,0028 \beta + u_j \quad R^2 = 0,21161$$

(0,001178) (0,00118)      D. típica = 0,00202

Se rechaza que el término independiente sea cero; respecto a que lo sea la pendiente, se rechaza con un 5% pero se acepta con un 1%. Los resultados son bastante pobres y se consigue una explicación total del 21%.

#### 5. RESULTADOS CON LA “CARTERA NO PONDERADA”.

Utilizando ahora como cartera de mercado la media sin ponderar, los resultados del modelo de mercado varían algo (véase el cuadro nº 2), alcanzándose una explicación total del 34,17%. El resultado del CAPM es:

$$\bar{R} = 0,00409 + 0,00318 \beta + u_j \quad R^2 = 0,54917$$

$$(0,000684) \quad (0,00061) \quad \text{D. típica} = 0,00153$$

Rechazando que el término independiente y la pendiente sean cero, los resultados son mucho mejores.

## 6. RESULTADOS CON LA “CARTERA FACTOR”.

Ahora se toma como cartera de mercado la que hemos llamado “cartera factor”. Los resultados del modelo factorial pueden verse en el cuadro nº 3. En él puede apreciarse cómo la capacidad explicativa del modelo es del 36,33%, ligeramente mejor que el obtenido en los modelos de mercado anteriores, tomando las carteras “ponderada” y “no ponderada” como aproximaciones a la cartera de mercado. En cuanto al CAPM, el resultado es el siguiente:

$$\bar{R} = 0,00390 + 0,00325 \beta + u_j \quad R^2 = 0,39425$$

$$(0,000963) \quad (0,00086) \quad \text{D. típica} = 0,00177$$

Rechazando que el término independiente y el coeficiente de regresión sean iguales a cero.

Puede verse cómo el resultado es significativamente mejor que el obtenido con la “cartera ponderada”, pero peor que el que resulta de utilizar la “cartera no ponderada”.

## **RIESGO Y RENTABILIDAD EN MERCADOS DE TAMAÑO INTERMEDIO (el caso español).**

### **1. Los datos.**

Para este estudio se considera dos periodos diferentes para el análisis, el que va desde 1959 a 1988, y el que va de Agosto de 1990 a Agosto de 1993. Comenzando el análisis en 1959, dado que en ese año comenzó una época nueva para la economía española, que la llevó por una senda de desarrollo bastante importante; y terminando en 1988, pues ese es el último año en el que los títulos más importantes del mercado español se contrataban de viva voz. En 1989 empezó a funcionar el “mercado continuo”, que conecta informáticamente las diferentes bolsas españolas.

Los títulos se fueron incorporando de manera paulatina a este mercado, así en Agosto de 1990 ya había una muestra suficientemente representativa. Es por eso que el último periodo de análisis va de Agosto del noventa a ese mismo mes de 1993.

Para conseguir esto, se parte, para el periodo 1959-1988, de la selección efectuada para construir el “Índice largo de la Bolsa de Madrid”. Los valores que componen dicho índice cumplen con exigentes condiciones respecto a volumen y frecuencia de contratación, y representan, según los años, aproximadamente un 80% del valor de capitalización bursátil de la Bolsa de Madrid (que, a su vez, en 1989 representaba alrededor del 80% de la capitalización bursátil española).

Finalmente, se seleccionaron 42 títulos, los que aparecían con mayor frecuencia en el citado índice durante el periodo considerado.

Para el periodo 1990-1993, se hizo una nueva selección, partiendo de los 200 títulos con mayor volumen de contratación, y haciendo una segunda selección

según su frecuencia de contratación. Así, llamando ni al número de días hábiles de cada año, se formaron dos grupos:

- Grupo 1, compuesto por los títulos que cotizaron más de ni - 4 días.
- Grupo 2, compuesto por los títulos que cotizaron más de ni - 20 días.

## **2. Estudio con las rentabilidades.**

Dado que el primer periodo de estudio era demasiado largo (30 años), se dividió en seis subperiodos de cinco años cada uno. Con estos seis subperiodos, el periodo total (59-88) y el último periodo (90-93), se hizo algunos estudios con las rentabilidades, que empiezan con el estudio de la forma de la distribución, siguen con el análisis de la diversificación, y terminan con el Modelo de Mercado.

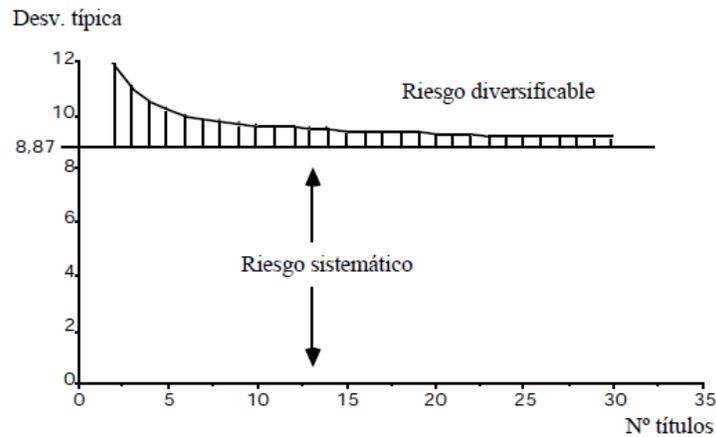
La forma de las distribuciones de rentabilidad resulta bastante crítica en muchos modelos financieros, que se basan implícita o explícitamente en su normalidad. La conclusión es que con rentabilidades mensuales se da cierta asimetría a la derecha y cierta leptocurtosis, lo que es coherente con otros estudios sobre el tema, sin embargo, aunque con ciertas dificultades, se puede aceptar la normalidad de dichas distribuciones, como también hace Fama (1976). Para el caso de rentabilidades semanales (periodo 90-93), las dificultades para aceptar la normalidad son mayores, pero no insalvables.

En los actuales modelos financieros de valoración de activos (tanto CAPM como APT), juega un papel fundamental la existencia de un riesgo diversificable.

Para el estudio de este tema se toma primero el subperiodo 84-88, comparando el promedio de riesgo de carteras de 2, 3, 4,...hasta 39 títulos, con el riesgo de la cartera de mercado no ponderada, cuyos resultados pueden verse en la Figura 1.

Mercado de corros: Diversificación del riesgo en el periodo 84-88 (rentabilidades mensuales).

Se considera como “riesgo sistemático” el asociado a la cartera de mercado no ponderada.



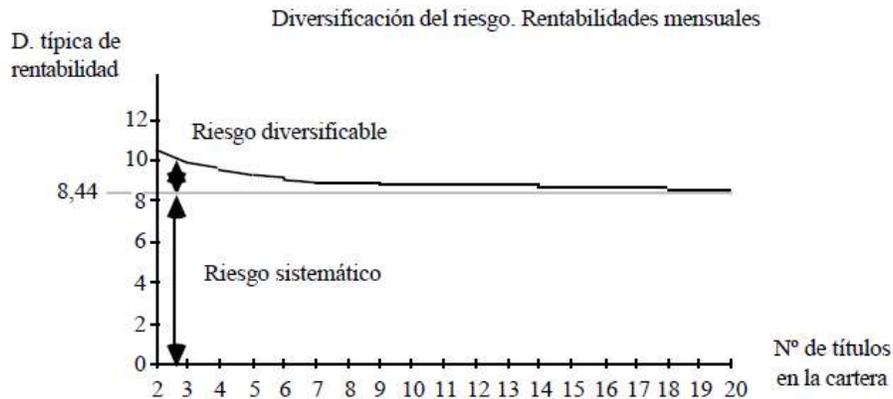
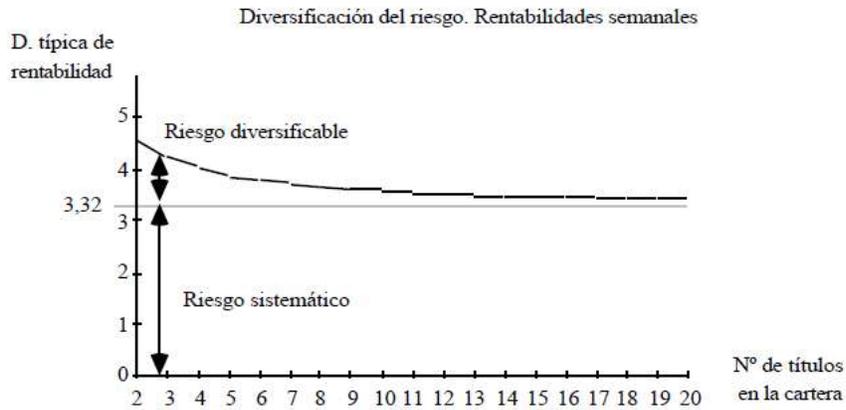
En el análisis para el periodo 90-93, las conclusiones son similares, tal como puede verse en la Figura 2.

Llamamos a la cartera así construida “cartera de mercado no ponderada”). Aplicando la siguiente fórmula:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i \cdot R_t^* + \varepsilon_{it}$$

(1)

Mercado Continuo: Diversificación del riesgo en el periodo 90-93 (rentabilidades semanales y mensuales). Se considera como “riesgo sistemático” el asociado a la cartera de mercado no ponderada.



Posteriormente, se realizaron pruebas sobre la significación de las betas (normalmente bastante alta) y sobre su estabilidad (Chow, 1960), que en periodos cortos puede considerarse suficiente, pudiendo llegar a aceptarse en las tres cuartas partes de los títulos en el periodo largo: 1959-1988. Por lo que se refiere a la capacidad explicativa del modelo, ronda el 35% en el periodo 59-88, y es superior en el 90-93.

### 3. Contraste del CAPM.

El Capital Assets Pricing Model -CAPM-, también conocido como modelo de Sharpe- Lintner<sup>19</sup>, propugna que la rentabilidad esperada de un título es una función lineal de su beta (que será la única medida del riesgo); concretamente, se dará la siguiente función lineal:

$$E(R_i) = R_0 + [E(R^*) - R_0] \cdot \beta_i \quad (2)$$

Donde  $E(R_i)$  es el valor esperado de rentabilidad para el título  $i$  en el periodo considerado, y  $\beta_i$  su riesgo sistemático medido por beta;  $R_0$  es la rentabilidad del título sin riesgo y  $E(R^*)$  el valor esperado de rentabilidad de la cartera de mercado.

El primer problema que se presenta para el contraste con datos reales es que la fórmula [2] es un modelo de expectativas, si introducimos la hipótesis de expectativas racionales, podemos estar en base a datos del pasado. Otro problema es la elección del periodo sobre el que medir las rentabilidades (día, semana, mes, año), así como el conjunto de periodos sobre los que vamos a aplicar el test.

Un tercer problema es la elección de  $R^*$ .

Comenzando por la metodología que Black, Jensen y Scholes (1972) denominan de Serie Temporal. Es fácil demostrar que, si se cumple el CAPM, y definimos el Modelo de Mercado en excesos sobre el tipo sin riesgo:

$$(R_{it} - R_{0t}) = \alpha_i + \beta_i \cdot (R_t^* - R_{0t}) + \varepsilon_{it} \quad (3)$$

Los valores de  $a_i$ , para todos los títulos, deben ser cero. En su estudio, Black, Jensen y Scholes (1972), realizan una agrupación de títulos en carteras y luego proceden al contraste.

El contraste cross-seccional con medias, utilizado, entre otros, por Miller y Scholes (1972), consiste en estimar las betas para un periodo de tiempo y, después, realizar una regresión entre las rentabilidades medias y las betas:

$$\bar{R}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot \beta_i + \varepsilon_i \quad (4)$$

Donde debe suceder, según la hipótesis de Sharpe-Lintner, que  $\gamma_0$  sea el tipo sin riesgo, y  $\gamma_1$  el premio por riesgo de la cartera de mercado. Al aplicar la regresión propuesta [4] aparecen algunos problemas econométricos bien conocidos en la literatura: Heteroscedasticidad, Autocorrelacion y Errores en las variables.

Frente a la metodología cross-seccional con medias, aparece la alternativa sin medias (Fama y MacBeth, 1973), que estima el siguiente modelo para cada mes:

$$R_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t} \cdot \beta_{it} + \varepsilon_{it} \quad (5)$$

Por otro lado, la estimación de los parámetros de la ecuación [5] tiene los ya conocidos problemas de Heteroscedasticidad, Autocorrelacion y errores en las variables<sup>27</sup>, que se podrían tratar por los métodos MCG y MV, sin embargo, nosotros hemos optado en este caso por utilizar MCO. El resultado debe dar  $\gamma_0$  igual al tipo sin riesgo, y  $\gamma_1$  igual al premio por riesgo, para que se cumpla la hipótesis de Sharpe-Lintner.

En resumen, la metodología de Serie Temporal, que es la que menos problemas econométricos tiene, da resultados relativamente buenos, siendo

peores los de la crossseccional con medias, y todavía peores cuando aplicamos la metodología de Fama y MacBeth.

En el contraste para el periodo 90-93 se utilizaron idénticas metodologías a las ya descritas para el contraste de Serie Temporal, con resultados muy similares. Las conclusiones son que la metodología con medias nos lleva a rechazar la versión de Sharpe- Lintner, pero sus resultados pueden ser más coherentes con la versión de Black (1972). La metodología sin medias, dada la escasa potencia estadística de los estimadores, nos lleva a aceptar cualquier hipótesis.

#### 4. Utilización de otras variables explicativas.

Estudios clásicos sobre la materia han introducido el cuadrado de beta y el riesgo diversificable como variables explicativas de las rentabilidades medias (lo que pondría en duda la linealidad del modelo, si la primera fuera significativa, o la retribución sólo del riesgo sistemático, si lo fuera la segunda). La conclusión es que se puede rechazar la significatividad del cuadrado de beta en nuestro caso, pero no la del riesgo diversificable.

La segunda opción fue la introducción de las que antes hemos denominado variables fundamentales. Con estas variables hemos utilizado metodologías tanto de Serie Temporal como cross-seccionales. Para la primera se ajustó la siguiente ecuación:

$$R_{it} - R_{0t} = \tau_i + \beta_i \cdot (R_t^* - R_{0t}) + \delta_{1i} \cdot (\text{Fundamental}_{1it}) + \delta_{2i} \cdot (\text{Fundamental}_{2it}) + \dots + v_{it} \quad [6]$$

Donde hay que estudiar si los parámetros  $\delta_{ji}$  son significativos.

Una tercera opción de mejora de la explicación dada por el CAPM es la utilización del APT, desarrollado por Ross (1976). Partiendo del Modelo Factorial:

$$R_{it} = E(R_i) + \beta_{1i} \cdot F_{1t} + \beta_{2i} \cdot F_{2t} + \dots + \beta_{ki} \cdot F_{kt} + \varepsilon_{it} \quad [7]$$

(Donde llamamos  $F_{jt}$  al valor que toma el factor  $j$  en el momento  $t$ , y las betas son los coeficientes), éste se obtiene normalmente por análisis factorial (Roll y Ross, 1980).

Del Modelo Factorial, y aplicando el argumento de arbitraje, puede llegarse a la ecuación [8].

$$E(R_i) = \lambda_0 + \lambda_1 \cdot \beta_{1i} + \lambda_2 \cdot \beta_{2i} + \dots + \lambda_k \cdot \beta_{ki} \quad [8]$$

Donde  $\lambda_0$  debe ser el tipo sin riesgo, y el resto de  $\beta$  serán premios por riesgo.

En el periodo 59-88, (con sus seis subperiodos), optamos por usar la metodología con medias (Miller y Scholes, 1972) y en el periodo 90-93, utilizamos, además, la metodología sin medias (Fama y MacBeth, 1973). En ambos casos conservamos cuatro factores y al proceder al estudio cross-seccional, vimos que a lo más que podríamos llegar es a una aceptación unibeta del APT, lo que nos devolvería al CAPM.

## MODELOS DE VALORACION Y EFICIENCIA: ¿BATE EL CAPM AL MERCADO?

### 1. Un brevísimo resumen de las ideas fundamentales del CAPM.

Como es sabido, el CAPM propone que la rentabilidad esperada de un título es función de su riesgo sistemático:

$$E(R_i) = R_0 + [E(R^*) - R_0] \cdot \beta_i$$

Donde:

E (R<sub>i</sub>): Rentabilidad esperada del título i.

R<sub>0</sub>: Rentabilidad del título sin riesgo (renta fija).

E(R<sup>\*</sup>): Rentabilidad esperada de la cartera de mercado (teóricamente compuesta por todos los activos que aportan valor a la economía).

B<sub>i</sub>: Beta del título i. Es una medida de su riesgo sistemático.

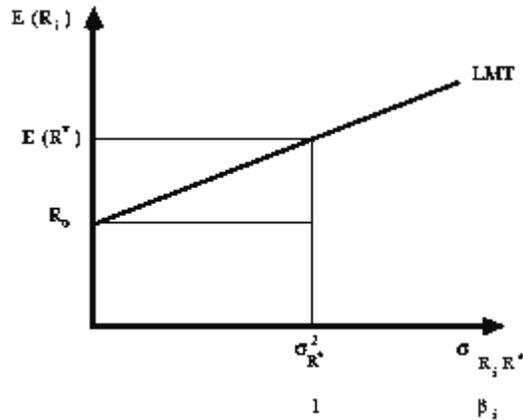
Como se ve, según el modelo, el único riesgo relevante, el único que debe ser retribuido, es el que se denomina “riesgo sistemático” (aquel que no puede eliminarse por diversificación), y propone una medida del mismo, la beta. Esta beta es una medida del grado de relación de la rentabilidad de un título con la del mercado, y se define de la siguiente manera:

$$\beta_i = \frac{COV(R_i, R^*)}{VAR(R^*)}$$

Es decir, como cociente entre la covarianza de la rentabilidad del título con el mercado y la varianza de rentabilidad de éste último. Esta medida puede obtenerse en el llamado “Modelo de mercado”, que propone un ajuste de regresión entre la

rentabilidad del título y la correspondiente al mercado, en el que la pendiente del ajuste coincidiría con la mencionada beta.

Todos los títulos se situarían en la que llamamos Línea del Mercado de Títulos (LMT), tal como puede verse en la figura 1:



## 2. Metodología utilizada.

La pregunta a la que tratamos de responder en este trabajo es si pueden obtenerse rentabilidades extraordinarias mediante la utilización del CAPM, es decir, si las rentabilidades derivadas de su utilización son mayores de lo que cabría esperar en función del riesgo sistemático soportado.

Para comprobar este extremo y a manera de ejemplo, se estudia el periodo 1959-1988, suficientemente amplio y cercano a la actualidad, y que evita mezclar datos del mercado de corros y el mercado continuo.

El estudio se centra en 38 títulos representativos del mercado bursátil español, considerando la rentabilidad (en tanto por cien) que el inversor obtiene vía plusvalía, dividendos y venta de derechos de suscripción, partiendo del mes como periodo básico de decisión, es decir, suponiendo que el inversor toma el mes como horizonte básico para la toma de sus decisiones.

Así, la rentabilidad ( $R_{it}$ ) vendría dada por la siguiente fórmula:

$$R_{it} = \frac{C_{it} + D_{it} + d_{it} - C_{i,t-1}}{C_{i,t-1}} \times 100$$

Donde:

Cit: Cotización del título i al final del mes t.

Ci,t-1: Cotización del título i al principio del mes t.

Dit: Dividendos cobrados por el título i en el mes t.

Dit: Derechos de suscripción vendidos en el mes t.

A partir de las rentabilidades de los títulos, se calculó la rentabilidad de la cartera demercado, como media no ponderada de las anteriores. Obtuvimos también la rentabilidad del título sin riesgo, tomando para ello el rendimiento de la renta fija del estado con carácter mensual.

Sobre la base de lo anterior, decidimos hacer el estudio bajo dos hipótesis distintas: la primera consistiría en suponer que el individuo ajusta sus posiciones al final de cada mes (es decir, que al final de cada mes liquida sus inversiones y compra los títulos que aparezcan como infravalorados, siempre según el CAPM); la segunda, más coherente con el espíritu del modelo, consistiría en suponer que el inversor compra en un mes concreto los títulos que componen su cartera, y los mantiene durante un periodo de 60 meses, liquidándolos al final de dicho periodo.

## **2.1. Estudio bajo el supuesto de que el inversor ajusta sus posiciones al final de cada mes**

### **2.1.1. Decisión respecto a los títulos que compondrán la cartera.**

1. El primer paso que debemos realizar es estimar las betas asociadas a cada título. Esto lo haremos tomando como periodo de estimación el de cinco años.
2. El siguiente paso a realizar es ver lo que en cada periodo de cinco años ha rendido cada título, y comparar esta cifra con lo que, según el CAPM, debería haber ofrecido. El rendimiento medio obtenido por el título "i" durante los cinco últimos años se calcula como promedio simple de las rentabilidades mensuales correspondientes:

$$\bar{R}_i = \sum_{t=1}^{t=60} \frac{R_{it}}{60}$$

Para ver lo que como promedio debería haber obtenido el título "i", según el CAPM, necesitamos calcular el premio por riesgo promedio del periodo. Este se calcula como diferencia entre el promedio de rentabilidad de la cartera de mercado y el del tipo sin riesgo en los 60 meses correspondientes:

$$\text{Promedio por riesgo del periodo} = \sum_{t=1}^{t=60} \frac{R_t^* - R_{ot}}{60}$$

### **2.1.2. Estudio comparativo del rendimiento obtenido por la cartera gestionada frente al asociado a la cartera de mercado.**

El siguiente paso consiste en calcular el promedio de beta de la cartera así construida, así como el promedio de rentabilidad obtenido al final del mes (recordemos que en esta primera parte del estudio se supone que el inversor ajusta sus posiciones al final de cada mes, es decir, vende todos los títulos y vuelve a comprar aquellos que, según la información correspondiente a los últimos cinco años, aparecen como infravalorados).

El promedio de beta de la cartera se calcula como media simple de las correspondientes a los títulos que la componen:

$$\text{beta de la cartera}_{Enero,64} = \sum_{i=1}^{i=g} \frac{Bi_{(Ene,59-dic,68)}}{g}$$

En cuanto al promedio de rentabilidad obtenido, éste se obtiene también por media simple de las obtenidas por cada uno de los títulos que componen la cartera:

$$\text{Rentabilidad de la cartera}_{Enero,64} = \sum_{i=1}^{i=g} \frac{Ri_{(Ene,64)}}{g}$$

Para ver si hemos batido al mercado, utilizamos el índice de Jensen dividido por beta (véase índice de Treynor, 1965). La fórmula a aplicar es la siguiente:

$$J/\beta = \frac{(\mu - i)}{\beta} - (\mu^* - i)$$

## **2.2. Estudio bajo el supuesto de que el inversor mantiene su inversión durante un plazo de 60 meses.**

### **2.2.1. Decisión respecto a los títulos que compondrán la cartera.**

El proceso realizado para determinar los títulos que en cada mes deben ser comprados es exactamente el mismo aquí que en el apartado anterior: después del cálculo de las betas de los títulos correspondientes a cada mes, se compara la rentabilidad media ofrecida por cada uno de ellos durante los últimos cinco años

con la que, según el CAPM, deberían haber ofrecido. De la comparación entre ambas se deriva el carácter de "infra" o "sobre" valorado de cada título, procediéndose a la compra de aquellos valores que aparecen como infravalorados.

### **2.2.2. Estudio comparativo del rendimiento obtenido por la cartera gestionada frente al asociado a la cartera de mercado.**

Es en este punto donde se plantea la diferencia con respecto a la hipótesis manejada en el apartado anterior. Así, mientras que entonces se suponía que la cartera iba cambiando su composición cada mes, ahora suponemos que el inversor que compra los títulos en enero de 1964 los mantiene durante 60 meses, hasta diciembre de 1968; el que compra en febrero del 64, mantiene su inversión hasta enero de 1969; y así sucesivamente. Todo esto se calcula como se hizo en el Estudio comparativo del rendimiento obtenido por la cartera gestionada frente al asociado a la cartera del mercado.

### **3. Resultados obtenidos.**

Se observó que el CAPM no ofreció una estrategia significativamente mejor que la mera inversión en la cartera de mercado: sólo en 172 de los 300 meses se consigue batir al mercado. De alguna manera, este resultado podría esperarse, en la medida en que el CAPM, tal como hemos indicado, es un modelo de valoración a largo plazo.

## LOS PROBLEMAS ETICOS DE LA ESPECULACIÓN

### 1. Ética y Mercado.

El mercado es un buen sistema de asignación de recursos, a pesar de sus limitaciones. Es decir, utiliza de forma eficiente los recursos que se ponen a su disposición para producir los bienes y servicios que la sociedad demanda. Los mercados mejoran su asignación si son más eficientes, es decir, si los precios reflejan rápida y correctamente toda la información disponible, en tales circunstancias los precios darán señales correctas sobre la abundancia o escasez de los diferentes bienes y servicios, indicando lo que es escaso y lo que es abundante. Las actuaciones que avancen en la mejora del funcionamiento del mercado (haciéndolos, por ejemplo, más eficientes, más completos, más líquidos) pueden considerarse socialmente positivas y, en consecuencia, éticamente correctas, pues van a colaborar en la creación de riqueza, y, si el resto de mecanismos funciona correctamente, en la mejora del bienestar de la sociedad.

En este sentido, la actuación de los especuladores ayudará, en muchas ocasiones, al mejor funcionamiento del mercado, y de ahí su justificación ética, pero también pueden manipular las cotizaciones o, simplemente, aprovecharse de la ignorancia ajena, lo que dará lugar a una negativa valoración ética de algunas de sus actuaciones. Lo que lleva a no pocas dudas éticas: ¿es moralmente correcto que una persona actúe movida por la búsqueda del máximo beneficio? El autor cree que lo importante es que las actuaciones de los individuos contribuyan al bien común, si estas actuaciones se ven recompensadas por el beneficio, éste puede ser interpretado como un "incentivo", que en sí no es malo.

Lo que parece mucho menos claro es que las actuaciones de los agentes (incentivados por la búsqueda de su propio beneficio) siempre contribuyan a la

consecución del bien común. Habrá ocasiones en que esto no sea así (como es el caso del que gana dinero especulando con información privilegiada). Es importante que la legislación trate de que tales situaciones se den lo menos posible.

## **2. Breve comentario sobre la postura de la Iglesia.**

Juan Pablo II, en la encíclica *Centesimus Annus*, indica algunas ideas generales que pueden ser de interés para aclarar la postura de la moral católica: el libre mercado es un instrumento eficaz (aunque con limitaciones) para asignar recursos y se reconoce la función de los beneficios como índice de la buena marcha de la empresa, aunque la Iglesia no tiene un modelo económico concreto, se reconoce el papel del estado en la economía y se declara la opción preferencial por los pobres, a la vez que se demandan organismos internacionales que orienten la economía hacia el bien común la búsqueda del propio beneficio, dentro de las reglas del mercado, es éticamente aceptable, siempre que las actuaciones que llevan al beneficio contribuyan al bien común. Es más, la búsqueda del bien común, debe considerarse como algo éticamente positivo, y el beneficio puede interpretarse como un incentivo para alcanzarlo. En consecuencia, la valoración ética de las conductas en el mercado se deberá guiar por si éstas contribuyen o no a la consecución del bien común.

## **3. La especulación en los mercados.**

Especular es comprar algo barato para revenderlo caro. Algunos autores distinguen entre especulación en el tiempo y en el espacio, la primera hace referencia a comprar hoy barato para vender caro más adelante, mientras la segunda está pensando en comprar allí donde es barato para vender donde es caro. También en ocasiones se distingue la especulación (con riesgo) del arbitraje

(sin riesgo); podríamos así entender por especulación aquella actividad en la que compramos barato, esperando vender más caro, pero corriendo riesgo en tal operación (si no ocurre lo previsto), mientras que arbitraje sería la operación que hace esto sin riesgo (comprando por ejemplo en una plaza y vendiendo automáticamente en otra donde el producto está más caro).

En el trabajo, el autor se refiere a la especulación en general, sea en el tiempo o en el espacio, con riesgo o sin riesgo, pues lo comentado es aplicable en los diferentes casos. Si muchos especuladores compran hoy para obtener una plusvalía vendiendo más caro en el futuro, presionarán al alza los precios, hasta que no resulte interesante la operación de especulación.

La actuación de los especuladores tiene tres importantes consecuencias:

- a) Introduce en el precio la información de que existen expectativas de que suba, presionándolo al alza. Esto hace el mercado más eficiente, mejorando la asignación de los recursos.
- b) Produce beneficios en el especulador, lo que significa un incentivo para que actúe. Pero no olvidemos que también corre un riesgo, pues puede equivocarse en sus predicciones. Si el mercado funciona correctamente la rentabilidad deberá estar ajustada al riesgo que corre. En caso contrario el propio mercado se encargará de hacer el ajuste, pues si los especuladores ganaran mucho dinero, mucha gente querría especular, y tal actividad se haría menos interesante y viceversa.
- c) La propia actuación de los especuladores agotará sus posibilidades de ganancia. Sus compras impulsan los precios hacia arriba, hasta que deja de ser interesante seguir comprando. De esta manera los especuladores que encuentran una ineficiencia, pueden lucrarse aprovechándola, pero al final

ellos mismos la agotan (la ineficiencia desaparece) y deben buscar una nueva.

En consecuencia, y centrados en los mercados bursátiles, los especuladores contribuyen de manera decisiva a la formación del precio de los activos. Sin su colaboración la valoración en bolsa sería mucho menos exacta.

Por otro lado, al actuar los especuladores, dotan al mercado de la necesaria liquidez. Muchas de las transacciones cotidianas están ordenadas por especuladores, sin cuyo concurso los mercados disminuirían dramáticamente su liquidez. Desde otro punto de vista, los especuladores se podrían definir como especialistas en correr riesgos. En efecto, cuando las cosas van mal y todo el mundo quiere vender, son los especuladores los que compran. Es cierto que compran barato, pero también es cierto que los que abandonan el mercado no quieren comprar ni a esos precios. Su esperanza es que los precios se recuperen, obteniendo así los correspondientes beneficios, pero para ello asumen un riesgo que otros no quieren correr.

Frecuentemente los especuladores han ganado dinero utilizando malas artes: marcando precios ficticios, utilizando informaciones privilegiadas, difundiendo información falsa, manipulando el precio en base a su importante volumen de negocio... Este tipo de actuaciones proporcionan beneficios al especulador, pero perjudican, o en el mejor de los casos no benefician, al conjunto de la sociedad.

#### **4. Valoración ética de la especulación.**

Según otros autores, los niveles éticos en Wall Street son muy altos, mayores que en otras profesiones. El profesor Antonio Argandoña (1995, pág. 44), en una línea similar, no cree que haya más inmoralidad en las finanzas que en otros

sitios. Probablemente, los problemas éticos que se plantean en otras actividades económicas (como en la dirección de personal o en el marketing), son más frecuentes y más complejos que los planteados en el mundo financiero ¿Cuál puede ser la causa de que los agentes financieros tengan tan mala fama?.

Probablemente habrá muchas causas, por ejemplo, la propia complejidad de las operaciones financieras, que hacen para muchas personas difícil la distinción entre una actuación correcta y un fraude; también el problema de que muchos han sufrido importantes pérdidas en los mercados, y prefieren culpar de ello a los especuladores; o la propia actitud de los medios de información, para los que la noticia es el que ha obrado incorrectamente y no todos los que lo hacen correctamente.

La primera idea que puede venir a la mente es que la especulación es innecesaria, pero esto ya se ha leído que es falso, pues existen unas funciones de la especulación, que refiriéndonos a los mercados de valores hemos resumido en tres:

- Mejorar la eficiencia, consiguiendo precios más correctos.
  
- Asumir riesgos, consiguiendo mercados más completos.
  
- Dar liquidez.

Según el autor, la valoración ética de la especulación pasará, en consecuencia, por calificar positivamente las actividades que promuevan el bien común, utilizando la especulación para lograr las funciones que una economía de mercado le reserva. Será en consecuencia lícito analizar la información existente para tratar de predecir los precios futuros, comprando lo que se considera infravalorado y viceversa. También será lícito aceptar riesgos a cambio de un precio, como puede hacer un vendedor de opciones.

## APLICACION PRÁCTICA DE LA TEORIA DE CARTERA

### 1. PROBLEMA BÁSICO SIN TÍTULOS SIN RIESGOS.

El problema básico es el más sencillo. En este caso podemos emitir los títulos, y por tanto no hay ningún tipo de restricción en forma de desigualdad. Tenemos el vector de rentabilidades, proporciones y matriz de varianzas y covarianzas y la matriz de varianzas y covarianzas:

$$\Sigma \begin{bmatrix} 3116 & 984 & 4569 & 2536 & 895 \\ 984 & 1244 & 2876 & 982 & 523 \\ 4569 & 2876 & 11206 & 4806 & 1333 \\ 2536 & 982 & 4806 & 3044 & 733 \\ 895 & 523 & 1333 & 733 & 625 \end{bmatrix}$$

Así, vamos a hallar la frontera de mínima varianza para estos títulos. Recordemos que resolvemos un problema en el que minimizamos la varianza de la cartera, sujeta a un valor dado de promedio de la misma ( $E^*$ ). Lógicamente, la suma de las proporciones invertidas en cada título debe dar la unidad.

$$\sum \begin{bmatrix} 0,00148 & 0,00077 & -0,0005 & -0,0005 & -0,0013 \\ 0,00077 & 0,00344 & -0,0013 & 0,00079 & -0,0022 \\ -0,0005 & -0,0013 & 0,00078 & -0,0006 & 0,0008 \\ -0,0005 & 0,00079 & -0,0006 & 0,00158 & -0,0005 \\ -0,0013 & -0,0022 & 0,0008 & -0,0005 & 0,00412 \end{bmatrix}$$

De esta forma podemos despejar los valores de los multiplicadores de Lagrange  $\lambda_1, \lambda_2$

$$\lambda_1 = 14,685 E(P) - 195,885 \quad (15 A)$$

$$\lambda_2 = 3400,8 - 195,885 E(P)$$

$$[DES(P)]^2 = 7,2733 E(P)^2 - 194,212 E(P) + 1685,95$$

$$0,00257 E(P)^2 - 0,06856 E(P) + (0,59514 - (0,00035 * [DES(P)]^2)) = 0$$

Ecuaciones de las asíntotas

En este caso la matriz de varianzas y covarianzas  $\Sigma$  es una matriz singular y no tiene inversa, por lo que debíamos sortear este problema de otro modo.

$$\text{VAR}(P) = (E(P) - 13)^2 / 0,13781$$

$$E(P) = 13 \pm \text{DES}(P) \sqrt{(0,59514 - 2 * 0,03428 * 13 + 0,00257 * 13^2)}$$

Una vez obtenida la frontera podemos ver que plasmamos cómo varía la composición de la cartera a medida que cambia el valor del multiplicador de Lagrange  $\lambda_1$ .

Esta relación la exponemos a continuación:

$$w_1 = -0,0003 \lambda_1$$

$$w_2 = -0,00068 \lambda_1$$

$$w_3 = 0,00087 \lambda_1$$

$$w_4 = 0,002783 \lambda_1$$

$$w_5 = -0,00222 \lambda_1$$

$$w_6 = -0,00045 \lambda_1 + 1$$

Es el teorema de separación: al existir un título sin riesgo, en la frontera, todos los vectores de proporciones (que en el fondo representan carteras) tendrán las mismas proporciones de títulos, variando sólo la proporción entre éstos y el título sin riesgo. Así, para un valor de  $\lambda_1 = 0$ , todo se invierte en título sin riesgo.

## 2. PROBLEMA BASICO CON TITULO SIN RIESGO.

En este caso introducimos el título sin riesgo, que suponemos tiene una rentabilidad del 13%. No lo referenciamos a ningún título en concreto. Así, los valores de los diferentes escalares se mantienen los mismos, con lo que se simplifica la obtención de los resultados, a partir de lo obtenido en el apartado anterior.

$$A = 0,03428$$

$$B = 0,59514$$

$$C = 0,00257$$

$$D = 0,00035$$

### **3. PROBLEMA ESTANDAR SIN TITULO SIN RIESGO.**

En este caso, vamos a introducir la restricción adicional de que NO SE PUEDEN EMITIR TITULOS. Es decir, que aparecen unas restricciones en desigualdad del tipo siguiente:

$$0 \leq w_i \leq \infty$$

En este caso, el gráfico de variación de la composición de la cartera no ofrece linealidad total con los valores del multiplicador, sino que aparecen tramos lineales entre diferentes valores de dicho multiplicador. Son los puntos singulares.

Dentro de cada intervalo nos encontramos con subproblemas básicos donde el problema se plantea exclusivamente con restricciones de igualdad. Por ello, podemos resolver el problema globalmente, o más cómodamente, resolver dichos subproblemas básicos dentro de cada intervalo. La solución es exactamente la misma. Los valores de los multiplicadores de Lagrange permanecen iguales, puesto que se mantiene la lógica de su valor: ese multiplicador nos refleja el impacto que tiene en la varianza de la cartera una variación de nuestras exigencias sobre el promedio de dicha cartera.

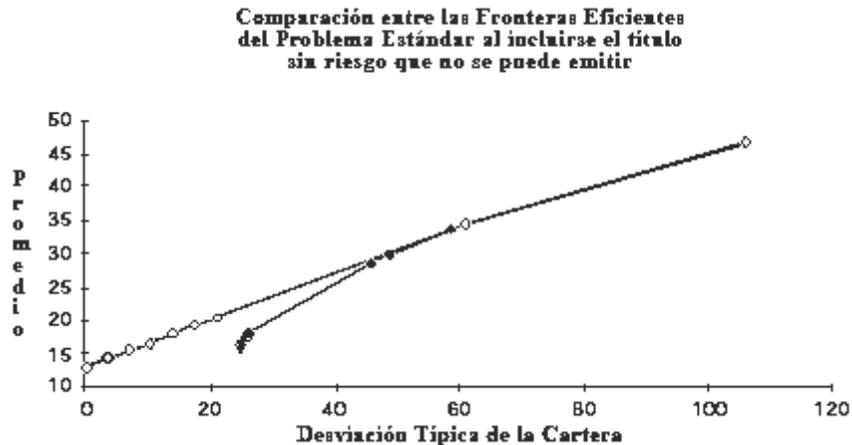
### **4. PROBLEMA ESTANDAR CON TITULO SIN RIESGO QUE SE PUEDE EMITIR.**

Es un caso bastante normal en el que no se pueden emitir títulos (excepto el título sin riesgo), pero que sí se pueden comprar.

En este caso tenemos sólo dos puntos singulares dentro de los cuales siempre adquirimos  $W_3$  y  $W_4$  mientras que podemos emitir o comprar título sin riesgo

## 5. PROBLEMA ESTANDAR CON TITULO SIN RIESGO.

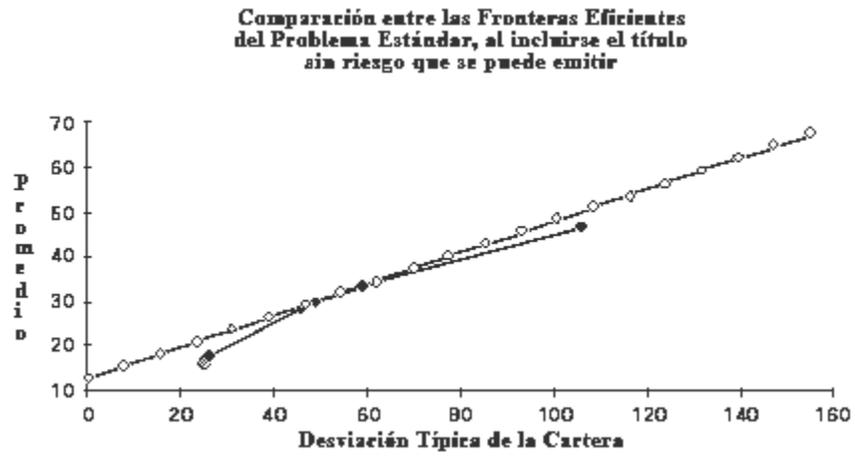
Finalmente incluimos el caso en el que la restricción en desigualdad,  $w_i \geq 0$ , también afecta al título sin riesgo y por tanto no podemos emitirlo, sólo comprarlo. Tenemos un problema estándar, con varios puntos singulares. Como en todo problema estándar podemos resolverlo por subproblemas básicos.



## 6. PROBLEMA ESTANDAR: INFLUENCIA DE LA EXISTENCIA DEL TITULO SIN RIESGO.

En este punto, analizamos el efecto de la introducción de un título sin riesgo en el mercado, con las dos posibilidades comentadas de emisión o no del título. Así, en este gráfico, en el que recogemos la influencia de un título sin riesgo que se puede emitir, la frontera eficiente (señalada con puntos blancos) es totalmente recta y tangente a la frontera eficiente del problema estándar normal (señalado con

puntos negros). Es tangente en el punto  $R^*$ , como aparece indicado en el gráfico 6 del apéndice IV-D. En nuestro caso,  $R^* = 34\%$ .



# **APROXIMACIÓN GRÁFICA A LA DIVERSIFICACIÓN INTERNACIONAL DE RIESGOS**

## **1. Base de Datos y Periodo de Análisis.**

La publicación emitida por Morgan Stanley Capital International Perspective es la que se utilizará para el análisis de los índices nacionales. Esta base de datos es una de las más frecuentemente utilizadas en los análisis de carácter internacional.

Los datos obtenidos sobre los bonos, se llevó a cabo según el criterio utilizado por Ferson y Harvey (1994). Los países que se tomaron son:

- Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Francia, Alemania, Hong Kong, Italia, Japón, Países Bajos, Noruega, Singapur, España, Suecia, Suiza, U.K., USA.

El periodo total manejado es desde 1980 – 1994, el cual se ha dividido en periodos de cinco años, puesto que es un periodo donde se supone que la relación de los activos es constante.

Las ventajas de la diversificación internacional se basan en la inexistencia de elevados coeficientes de correlación entre los mercados.

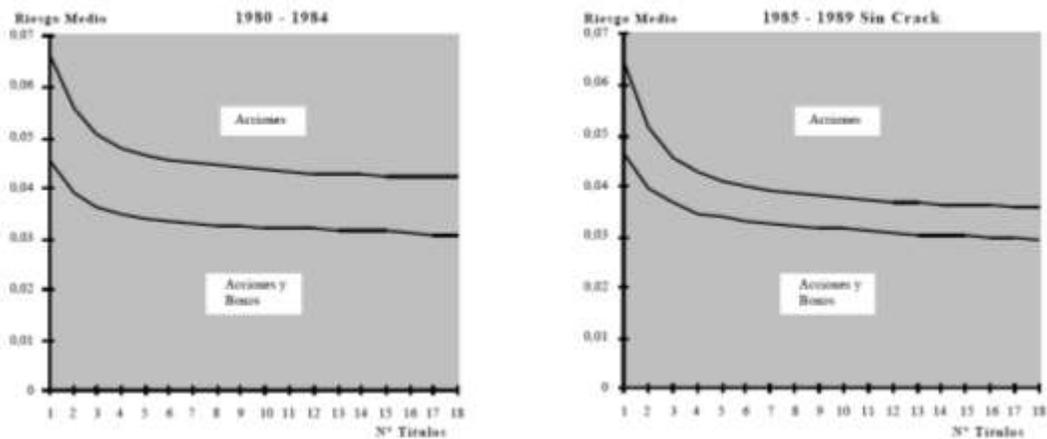
## **2. Diversificación vía dimensionamiento.**

Se trató de comprobar si se podía incrementar la dimensión de la cartera nacional para acceder a otros índices extranjeros con riesgo suponía ventajas en términos de reducción de riesgo.

Finalmente, se obtuvo el promedio de riesgo para cada uno de los posibles tamaños de carteras.

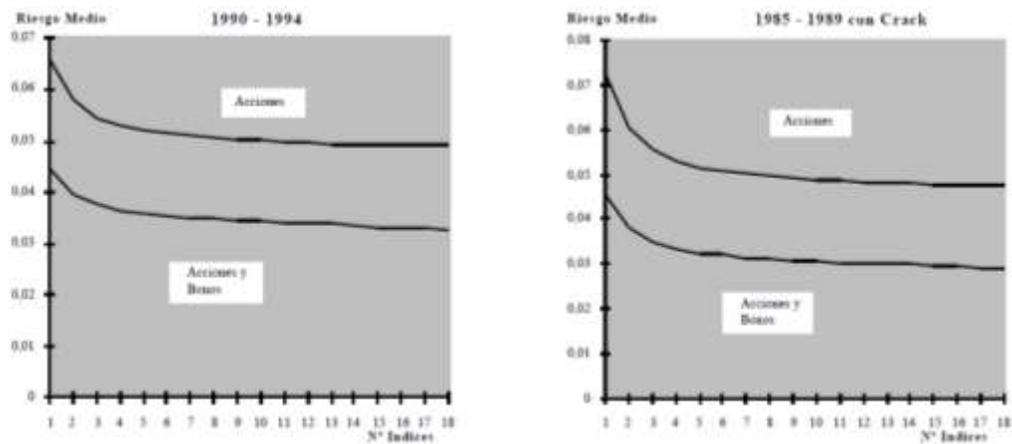
En los gráficos I y II las abscisas representan el número de índices que componen la cartera y en el eje de las ordenadas el riesgo medio.

**Gráfico n° 1**



Vemos una característica que es común a todos los periodos: en general, a partir de 5 ó 6 índices, la reducción de riesgo no es tan significativa.

**Gráfico n° 2**

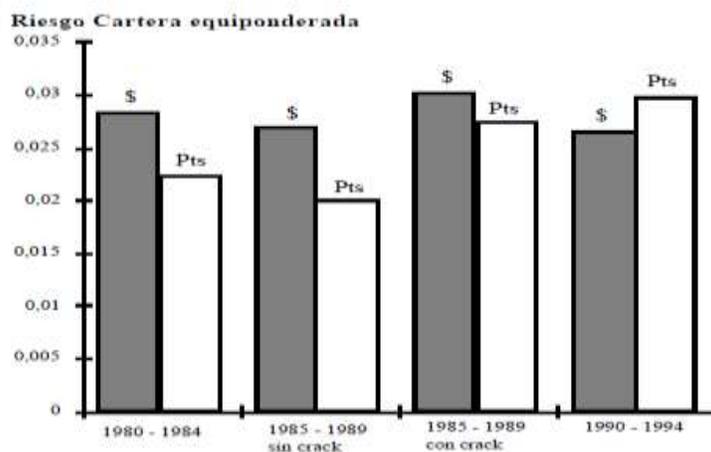


Desde el punto de vista del inversor español la situación no ofrece grandes diferencias, en cuanto al hecho de que, mediante la inversión en 5 ó 6 índices el riesgo de la cartera ha decrecido notablemente.

En cambio desde el punto de vista de diversificación del riesgo para el inversor español, supone el acceder a un mercado global de acciones y bonos. Es importante destacar que en el periodo de análisis las diferencias no son tan abultadas.

En el grafico III se puede evidenciar el riesgo de una cartera con la máxima dimensión posible, que no es más que una cartera equiponderada con todos los índices.

**Gráfico nº 3**



Como podemos ver, en todos los casos, el inversor puede llegar a una cartera más interesante en términos de riesgo, excepto en el último periodo. Lógicamente, la inclusión del dato de octubre de 1987 supone incrementar el riesgo para ambos inversores.

### 3. Diversificación vía optimización.

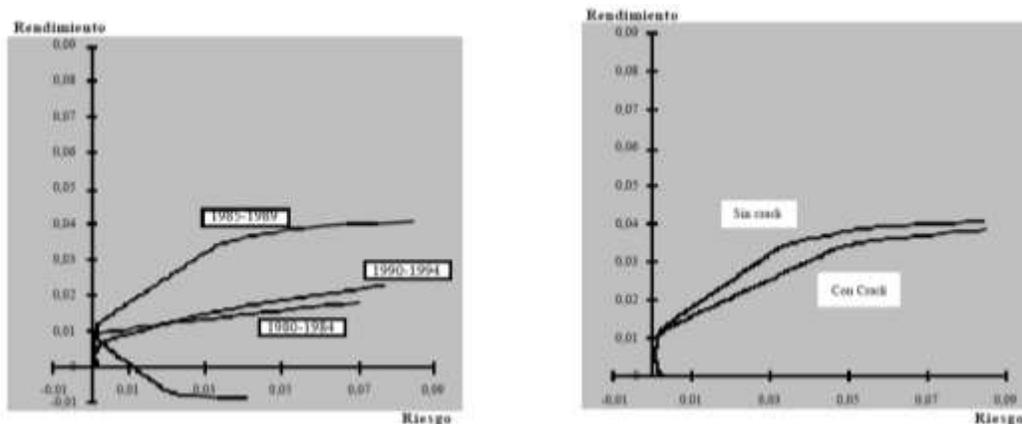
#### 3.1. Fronteras de Mínima Varianza.

Para realizar el análisis sobre los rendimientos obtenidos se plantean los mapas de carteras y, más concretamente, las fronteras de mínima varianza, según el esquema de Markowitz.

El planteamiento habitual puede o no permitir la posibilidad de ventas en corto de los diferentes índices. Los gráficos IV y V recogen la frontera de mínima varianza o el riesgo de desviación típica.

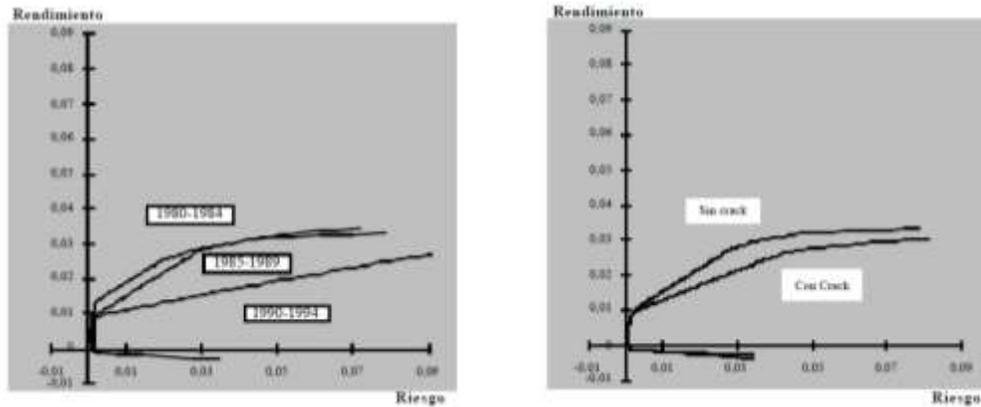
Para esos gráficos IV y V se ha planteado el problema cuadrático de minimizar la varianza de la cartera de inversión, sujeto a que la suma de las proporciones invertidas en cada índice suma la unidad, para cada posible valor de esperanza de rendimiento exigido a la misma.

Gráfico n° 4



Desde una perspectiva estadounidense, en el periodo 1985-1989 se puede acceder a carteras más interesantes que en el resto de periodos. Así, un riesgo de la cartera del 3% se ve asociado a algo más del 1% de rendimiento en los periodos 1980-1984 y 1990-1994.

**Gráfico n° 5**



En cambio, desde el punto de vista de un inversor español la situación es ligeramente diferente: si bien el periodo 1985-1989 aparece igualmente como interesante, es el periodo 1980-1984 en el que podíamos conseguir mejores niveles de rendimiento para cada nivel de riesgo.

En definitiva, según vamos escogiendo periodos más cercanos en el tiempo, las fronteras eficientes para el inversor español y estadounidense ofrecen similares perspectivas.

### 3.2. Comportamiento de los índices nacionales.

Se llevó a cabo un análisis similar al de Eun y Resnick (1994), para determinar el comportamiento de los índices nacionales con riesgo respectivos; planteándose el ratio de Sharpe como un indicador.

Para el cálculo del ratio, se utilizara la siguiente ecuación 1:

$$\text{Ratio de Sharpe} = \frac{\text{Promedio del Premio}}{\text{Desviación Típica de dicho Premio}} \quad (\text{Ecuación 1})$$

El análisis se realizó sin incluir el mes de octubre de 1987 y se pudo obtener las tablas I Y II en las que se recogen para el inversor estadounidense y español el comportamiento de carteras. Entre ellas tenemos de índice nacional, índice de acciones e índice mundial.

- ✚ Índice Nacional: la cartera está compuesta al 100% por el índice nacional de acciones.
- ✚ Índice Acciones: una cartera equiponderada de todos los índices nacionales de acciones.
- ✚ Índice Mundial: una cartera equiponderada de todos los índices nacionales de acciones y bonos.

La Tabla I recoge los datos medidos en dólares mientras que la Tabla II ofrece los resultados medidos en pesetas.

**Tabla nº 1**

1980-1984	Indice Nacional	Indice Acciones	Indice Mundial
PROMEDIO	0,33%	-0,18%	-0,54%
DESV. TIPICA	4,34%	4,28%	3,00%
RATIO DE SHARPE	0,07	-0,04	-0,18

1985-1989	Indice Nacional	Indice Acciones	Indice Mundial
PROMEDIO	1,47%	2,48%	1,64%
DESV. TIPICA	4,16%	3,58%	2,8%
RATIO DE SHARPE	0,35	0,69	0,58

1990-1994	Indice Nacional	Indice Acciones	Indice Mundial
PROMEDIO	0,39%	0,31%	0,31%
DESV. TIPICA	3,57%	4,24%	2,73%
RATIO DE SHARPE	0,10	0,07	0,11

**Tabla n° 2**

1980-1984	Indice Nacional	Indice Acciones	Indice Mundial
PROMEDIO	0,69%	1,05%	0,62%
DESV. TIPICA	4,96%	3,77%	2,28%
RATIO DE SHARPE	0,13	0,27	0,27

1985-1989	Indice Nacional	Indice Acciones	Indice Mundial
PROMEDIO	2,14%	1,47%	0,50%
DESV. TIPICA	6,50%	3,37%	2,00%
RATIO DE SHARPE	0,32	0,43	0,25

1990-1994	Indice Nacional	Indice Acciones	Indice Mundial
PROMEDIO	-0,34%	0,14%	0,04%
DESV. TIPICA	6,82%	4,91%	2,96%
RATIO DE SHARPE	-0,04	0,02	0,01

Para el caso del inversor estadounidense vemos que los resultados varían según el periodo. En la tabla II se ve claro que el inversor español obtiene ventajas por la diversificación, sobre todo con el índice de acciones.

# **MODELOS INTERNACIONALES DE VALORACIÓN DE ACTIVOS: CONTRASTACIÓN EMPÍRICA**

## **1. Base de Datos y Periodo de Análisis.**

Para nuestro análisis hemos manejado los índices nacionales proporcionados por la publicación mensual Morgan Stanley Capital International Perspective. Esta base de datos ha sido frecuentemente utilizada en los análisis de carácter internacional. Los países que se utilizaron son los mencionados en el capítulo 12. El análisis se llevara a cabo según el criterio utilizado por Ferson y Harvey.

El periodo total manejado, 1977-1994, ha sido dividido en dos subperiodos: 1977-1987 y 1987-1994. Dentro del segundo periodo analizado, aparece como dato más significativo el mes de octubre de 1987, fecha del crack bursátil. Por tanto, los resultados han sido obtenidos tras eliminar del estudio la referencia al mes de octubre de 1987.

## **2. Modelo de Valoración de Activos: IAPM.**

### **2.1. Breve descripción teórica.**

El modelo de valoración propuesto por Solnik ampara que el premio por riesgo de un activo de un país respecto al tipo sin riesgo de ese país es proporcional a su componente de riesgo sistemático internacional. Al medir las rentabilidades con neperianos, el valor del premio no se ve afectado por la moneda base en que se mida.

Así, la formulación explícita de este modelo es la siguiente:

$$E(R_i - R_{i0}) = \beta_i E(R_M - R_{M0}) \text{ (Ecuación 1)}$$

Donde:

- ✓  $E(R_i - R_{i0})$  recoge el valor esperado del premio por riesgo del índice de acciones del país  $i$  sobre el tipo sin riesgo de dicho país  $i$ .
- ✓  $\beta_i$  es un riesgo sistemático internacional.
- ✓  $E(R_M - R_{M0})$  recoge el valor esperado del premio por riesgo de una cartera mundial de acciones sobre una cartera de mundial de tipos sin riesgo.

Existen dos fases para realizar el contraste de datos las cuales son:

- i. El conocimiento de los coeficientes de riesgo sistemático internacional de cada índice.
- ii. Realizar el contraste propiamente dicho de la ecuación 1.

## 2.2. Modelo de Mercado.

Para la obtención de las betas internacionales, se planteó un modelo de mercado que propone el retraso entre el premio de cada índice y el del mercado; donde se plantea la siguiente ecuación.

$$R_{it} - R_{i0t} = \alpha_i + \beta_i (R_{Mt} - R_{M0t}) + \varepsilon_{it} \text{ (Ecuación 2)}$$

Con esta ecuación se puede estimar los parámetros del retraso (regresión), especialmente las betas, que representan la medición del riesgo sistemático de los índices.

## 2.3. Contrastes.

Una vez que se obtienen los coeficientes de riesgo sistemático, se pasan para realizar los contrastes propiamente dichos. La metodología a utilizar es la de Gómez- Bezares, Madariaga y Santibáñez. Los tipos de contrastes son:

- Contrastes de serie temporal
- Contrastes Cross – seccionales

### 2.3.1. Contraste de Serie Temporal.

Se aplicará la metodología de Black, Jensen y Scholes denominan de serie temporal, y, se ha utilizado en un contexto tanto nacional como internacional.

Comparando las ecuaciones 1 y 2, si el IAPM es cierto, los valores de  $\alpha_i$  para todos los índices son cero. Para realizar el contraste se deben plantear dos posibilidades:

- Test univariante para cada índice.
- Test multivariante de aceptación conjunta de igualdad a cero de los términos independientes; este test se realiza mediante dos estadísticos deferentes.

PERIODO	Test Multivariante		Test Multivariante de Gibbons, Ross y Shanken	
	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
Periodo 1977-1987	Acepto	Acepto	Acepto	Acepto
Periodo 1987-1994	Acepto	Acepto	Acepto	Acepto
Periodo Total	Acepto	Acepto	Acepto	Acepto

**Cuadro I:** Contraste del IAPM con la metodología de Serie Temporal.

Como podemos ver, el test multivariante acepta en todos los periodos la hipótesis de que todos los términos independientes de la regresión 2 son cero.

### 2.3.2. Contrastes Cross – Seccionales.

El contraste de Cross – seccionales es un modelo propuesto desde una perspectiva de corte transversal. Es decir, se analiza la validez del modelo para el conjunto de los índices dentro de un periodo de tiempo concreto.

El procedimiento se realiza en dos etapas.

- i. Se estiman las betas de los índices por la metodología de los mínimos cuadrados ordinarios.
- ii. Realizar un ajuste entre dichas betas y los premios de los índices.

Primero se plantea un análisis de corte transversal sin medidas, es decir, no se calculan rentabilidades medias, según la propuesta de Fama y Macbeth (1973). El modelo para cada momento de tiempo se expresa con la siguiente ecuación:

$$R_{it} - R_{i0t} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_{it} + \varepsilon_{it} \quad (\text{Ecuación 3})$$

Para determinar los valores de los parámetros  $\gamma_{0t}$ ,  $\gamma_{1t}$  se utilizaran dos métodos alternativos los cuales son:

1. Método de mínimos cuadrados ordinarios.
2. Metodología propuesta por Shanken.

Los resultados que se obtuvieron se encuentran en el cuadro II, donde aceptamos que la ordenada en el origen es cero y que la pendiente es igual al

premio teórico (sucede si comparamos las ecuaciones 1 y 2). Pero también aceptamos la nulidad de la pendiente.

Método	$\bar{g}_0$	Desv. $\bar{g}_0$	$t_{exp}$	$H_0: \gamma_0 = 0$	
				$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
MCO	0,005	0,0041	1,228	Acepto	Acepto
Shanken	0,0578	0,0409	1,413	Acepto	Acepto

Método	$\bar{g}_1$	Desv. $\bar{g}_1$	$t_{exp}$	$H_0: \gamma_1 = 0$		$\bar{R}_M - \bar{R}_{M0}$	$t_{exp}$	$H_0: \gamma_1 = \bar{R}_M - \bar{R}_{M0}$	
				$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$			$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
MCO	-0,0063	0,0097	-0,645	Acepto	Acepto	0,0042	-1,082	Acepto	Acepto
Shanken	-0,3457	0,1979	-1,747	Acepto	Acepto	0,0042	-1,768	Acepto	Acepto

**Cuadro II:** Contraste del IAPM con la metodología de Corte Transversal sin Medias.

En segundo lugar, se plantea un corte cross – seccional con medias, siguiendo las líneas de Miller y Scholes. El modelo a estimar es:

$$\bar{R}_i - \bar{R}_{i0} = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i + \omega_i \quad (\text{Ecuación 4})$$

Donde ponemos en regresión los premios medios de los índices en un periodo, con sus betas en ese periodo.

En los cuadros III y IV se recogen los datos de los resultados obtenidos mediante las dos metodologías de estimación de los dos parámetros propuestos.

Periodo	g <sub>0</sub>	Desv. g <sub>0</sub>	t <sub>exp</sub>	H <sub>0</sub> : γ <sub>0</sub> = 0	
				α = 5%	α = 1%
1977-1987	-0,00008	0,0032	-0,025	Acepto	Acepto
1987-1994	0,00294	0,0066	0,4434	Acepto	Acepto
Periodo Total	-0,00652	0,0046	-1,4010	Acepto	Acepto

Periodo	g <sub>1</sub>	Desv. g <sub>1</sub>	t <sub>exp</sub>	H <sub>0</sub> : γ <sub>1</sub> = 0		$\bar{R}_M - \bar{R}_{M0}$	t <sub>exp</sub>	H <sub>0</sub> : γ <sub>1</sub> = $\bar{R}_M - \bar{R}_{M0}$	
				α = 5%	α = 1%			α = 5%	α = 1%
1977-1987	0,0074	0,0030	2,484	Rechazo	Acepto	0,0073	0,033	Acepto	Acepto
1987-1994	0,0013	0,0065	0,2001	Acepto	Acepto	0,0042	-0,446	Acepto	Acepto
Periodo Total	0,0125	0,0045	2,7773	Rechazo	Acepto	0,0059	1,466	Acepto	Acepto

**Cuadro III:** Contraste de IAPM (corte transversal con medias). Mínimos cuadrados ordinarios.

Periodo	g <sub>0</sub>	Desv. g <sub>0</sub>	t <sub>exp</sub>	H <sub>0</sub> : γ <sub>0</sub> = 0	
				α = 5%	α = 1%
1977-1987	0,00118	0,0044	0,2653	Acepto	Acepto
1987-1994	0,00011	0,0042	0,0260	Acepto	Acepto
Periodo Total	-0,00178	0,0045	-0,3916	Acepto	Acepto

Periodo	g <sub>1</sub>	Desv. g <sub>1</sub>	t <sub>exp</sub>	H <sub>0</sub> : γ <sub>1</sub> = 0		$\bar{R}_M - \bar{R}_{M0}$	t <sub>exp</sub>	H <sub>0</sub> : γ <sub>1</sub> = $\bar{R}_M - \bar{R}_{M0}$	
				α = 5%	α = 1%			α = 5%	α = 1%
1977-1987	0,0063	0,0050	1,239	Acepto	Acepto	0,0073	-0,2	Acepto	Acepto
1987-1994	0,0040	0,0058	0,6875	Acepto	Acepto	0,0042	-0,034	Acepto	Acepto
Periodo Total	0,0077	0,0050	1,5418	Acepto	Acepto	0,0059	0,36	Acepto	Acepto

**Cuadro IV:** Contraste de IAPM (corte transversal con medias). Metodología de Shanken.

Estos resultados permiten aceptar la nulidad del término independiente mientras que los resultados no son concluyentes respecto a la pendiente.

### 3. Modelo de Valoración de Activos: IAPT.

#### 3.1. Breve Descripción Teórica.

El modelo IAPT se desarrolla en Solnik (1983) tomando en cuenta el modelo propuesto por Ross. Así, según Solnik. La rentabilidad de un título viene influida por una serie de factores. La ecuación de valoración es la siguiente:

$$E(R_i - R_0) = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_{i1} + \lambda_2 \beta_{i2} + \dots + \lambda_K \beta_{iK} \quad (\text{Ecuación 5})$$

Donde:

- ✓  $E(R_i - R_0)$  recoge la esperanza del premio de rendimiento de cada índice sobre el único tipo sin riesgo considerado.
- ✓  $\beta_{ik}$  es la sensibilidad del índice  $i$  al factor de riesgo  $k$ .
- ✓  $\lambda_k$  premio por unidad de riesgo del factos  $k$ .

Para el siguiente planteamiento (usando dólares y el tipo de riesgo USA), se pueden identificar claramente las principales diferencias, estas son:

- ✚ La rentabilidad explicada por los factores es el premio de cada índice sobre el tipo sin riesgo del país al que pertenece.
- ✚ Los valores concretos de la ecuación de valoración son los mismos cualquiera que sea la moneda base en la que se midan los rendimientos. Aquí se calcula las rentabilidades con neperianos (interés continuo), y en la ecuación 5 se usan rentabilidades mensuales normales.

Con lo mencionado anteriormente, se puede expresar la siguiente ecuación:

$$E(R_i - R_{i0}) = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_{i1} + \lambda_2 \beta_{i2} + \dots + \lambda_K \beta_{iK} \quad (\text{Ecuación 6})$$

Donde  $E(R_i - R_{i0})$  recoge el premio esperado del índice del país  $i$  sobre el tipo de riesgo de dicho país.

Este segundo planteamiento permite comparar mejor los resultados con el modelo IAPM propuesto, puesto que la variable a explicar es la misma en ambos casos.

### 3.2. Contrastes.

Los resultados de la ecuación de valoración se pueden apreciar en los cuadros V y VI donde, se obtuvieron las betas asociadas a los cuatro factores de riesgo. La elección de los factores se basa en trabajos de Cho, Eun y Senbet y para el modelo no lineal se encuentran Bansal, Hsieh.

PERIODO	Variable	Estimación	Desv.	$t_{exp}$	$H_0 : \lambda_i = 0$	
					$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
Periodo Total	Término Independiente	-0,001167	0,001056	-1,105	Acepto	Acepto
	$\lambda_1$	0,178344	0,032804	5,437	Rechazo	Rechazo
	$\lambda_2$	-0,082046	0,023848	-3,44	Rechazo	Rechazo
	$\lambda_3$	0,005768	0,030408	0,19	Acepto	Acepto
	$\lambda_4$	0,008147	0,030636	0,266	Acepto	Acepto

**Cuadro V:** Contraste de IAPT (versión Solnik). Test univariante de no significatividad de los premios asociados a los factores conservados

En el cuadro V se puede apreciar que aplicando el método de la versión de Solnik, el factor 1 aparece muy relacionado con una cartera equiponderada de acciones mientras que el segundo factor está más relacionado a una cartera de bonos.

					$H_0 : \lambda_i = 0$	
PERIODO	Variable	Estimación	Desv.	$t_{exp}$	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
Periodo	Término Independiente	-0,000844	0,00319556	-0,264	Acepto	Acepto
	$\lambda_1$	0,205196	0,09064159	2,264	Rechazo	Acepto
Total	$\lambda_2$	-0,119815	0,03513311	-3,41	Rechazo	Rechazo
	$\lambda_3$	-0,037389	0,03502249	-1,068	Acepto	Acepto
	$\lambda_4$	-0,036122	0,04017459	-0,899	Acepto	Acepto

**Cuadro VI:** Contraste del IAPT (nuestra versión). Test univariante de no significatividad de los premios asociados a los factores conservados

En nuestra versión, que se ve reflejada en el cuadro VI, el primer factor aparece relacionado con una cartera equiponderada de premios, y lo más importante es que no se puede tomar una decisión relevante en función del segundo factor ya que, no refleja su naturaleza.

## EL CAPM: METODOLOGÍAS DE CONTRASTE

### 1. El modelo teórico: problemas preliminares.

En este capítulo se van a identificar los problemas que se tiene a la hora de realizar la contrastación empírica.

Los problemas son los siguientes:

- ❖ El modelo teórico esta expresado en expectativas, tanto de rendimiento como de riesgo.
- ❖ La elección del periodo básico sobre el que se miden las rentabilidades.
- ❖ El conjunto de periodos sobre los que contrastamos el modelo.
- ❖ Elección de la cartera de mercado  $r_m$ .

La decisión que se toma al respecto lo hace el investigador en función de su conveniencia y suele tener en cuenta los criterios marcados por otros autores. Para la elección de cartera se debe tener en cuenta que sea eficiente, entonces el CAPM funcionará, y no lo hará en caso contrario.

Para realizar el análisis se tomara el conjunto de datos comprendidos entre 1959 y 1988 ambas posibilidades.

### 2. Metodología de serie temporal.

La metodología a utilizar es la que Black, Jensen y Scholes denominan de serie temporal, esta realiza el contraste del CAPM apoyándose del Modelo de Mercado. La ecuación a utilizar para el modelo (1) es:

$$(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0) = \alpha_i \mathbf{1}_n + \beta_i (\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_0) + \varepsilon_i \quad \forall t = 1, 2, \dots, n \quad (\text{Ecuación 1})$$

Donde:

- ✓  $(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0)$  vector columna (contiene los excesos de rentabilidades del título  $i$  sobre el tipo sin riesgo).
  - ✓  $\alpha_i$  ordenada en el origen delo título  $i$ .
  - ✓  $\mathbf{1}_n$  vector columna que contiene  $n$  unos.
  - ✓  $\beta_i$  riesgo sistemático del título  $i$ .
  - ✓  $(\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_0)$  vector columna (contiene los excesos de rentabilidad de la cartera de mercado sobre el tipo sin riesgo).
  - ✓  $\varepsilon_i$  vector que contiene los valores que toman las perturbaciones aleatorias del título  $i$  en cada uno de los momentos de tiempo.
- i. La hipótesis de comportamiento de los términos aleatorios se puede recoger de la siguiente manera:

$$\varepsilon_i \rightarrow \mathbf{DN}_n (0_n; \sigma_{\varepsilon_i}^2 \mathbf{I}_n) \quad (\text{Ecuación 2})$$

Además de éstas, también están implícitas las hipótesis de linealidad (relación lineal entre la variable explicada y la explicativa) y estructura única (coeficientes  $\alpha_i$  y  $\beta_i$  constantes durante los  $n$  periodos considerados).

- ii. La hipótesis que establece la independencia entre el regresor y las perturbaciones aleatorias.

$$\mathbf{Cov} (\varepsilon_i, \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_0) = \mathbf{0}_{nn} \quad (\text{Ecuación 3})$$

Esta hipótesis supone, en realidad, que las perturbaciones aleatorias son independientes de los valores pasados, presentes y futuros de la rentabilidad del mercado.

Para el modelo (2), donde se expresa los estimadores, se utilizara la siguiente ecuación que es una notación matricial convencional.

$$(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (\text{Ecuación 4})$$

Donde:

- ✓ X matriz que contiene las variables explicativas.
- ✓  $\boldsymbol{\beta}$  vector que contiene los parámetros de la relación: el termino independiente  $\alpha_i$  y el coeficiente angular  $\beta_i$ .

Si el CAPM es cierto, deben cumplirse las siguientes condiciones.

$$\alpha_i = 0 \quad \beta_i = \frac{\text{Cov}(r_{it} - r_{0t}, r_{mt} - r_{0t})}{V(r_{mt} - r_{0t})} \quad (\text{Ecuación 5})$$

Donde:

- ✓ Cov ( ) covarianza entre las variables que aparecen entre paréntesis.
- ✓ V ( ) varianza de la variable que esta entre paréntesis.

Es decir, el término independiente de la relación [2],  $\alpha_i$ , debe ser igual a cero, y el coeficiente angular,  $\beta_i$ , igual al cociente expresado. La comprobación de ambas condiciones exige la realización de sendas pruebas de hipótesis individuales.

La prueba supone que las perturbaciones aleatorias sigan una distribución normal, donde se realiza comparando el resultado del coeficiente entre la estimación puntual del termino independiente y la estimación insesgada de su desviación típica, con un valor teórico de la t Student con  $n=2$  grados de libertad para un error  $\alpha$  especificado.

Una alternativa, utilizada por los autores señalados, consiste en la realización del contraste a partir de carteras de títulos en lugar de activos individuales. Existen diferentes criterios para la construcción de carteras, en este caso se utilizó el contraste únicamente a títulos individuales.

Existen algunas hipótesis las cuales son:

- i. La hipótesis de los términos de error.
- ii. La hipótesis nula multivariante a comprobar, si el CAPM se cumple, es

$$H_0: \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \dots \\ \alpha_i \\ \dots \\ \alpha_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad H_a: \exists \alpha_i \neq 0$$

(Ecuación 6)

Para nuestro estudio realizamos la planteada en la ecuación 6 apoyándonos en la F de Fischer. Otra posibilidad es usar el estadístico que, bajo el supuesto de normalidad. El estadístico propuesto tiene una relación exacta co la de Fischer que viene dada por:

$$\left[ \frac{n(n-g-1)}{g(n-2)} \right] W_u \rightarrow F(g; n-g-1)$$

(Ecuación 7)

Otra alternativa es el Modelo de Mercado, ya que sirve para contrastar el CAPM, y que omitimos en este trabajo, consiste en la utilización del Método Generalizado de Momentos.

### 3. Metodología de corte transversal sin medias.

La metodología de corte transversal sin medias fue utilizada por Fama y MacBeth en su influyente trabajo. En esta ocasión, el contraste se basa en datos de corte transversal y consta de dos tipos:

- ✚ Periodo de estimación: a partir de observaciones anteriores al momento  $t$  del contraste del modelo.
- ✚ Periodo de contraste: se plantea una regresión para cada momento  $t$  que configura el periodo en su conjunto.

Suponiendo  $g$  activos, el modelo empírico planteado en rentabilidades para cada momento de tiempo  $t$ , y expresado en forma matricial, es:

$$r_t = \gamma_t \mathbf{1}_g + \delta_t \mathbf{b}_t + \mathbf{w}_t \quad \forall i=1, 2, \dots, g \text{ (Ecuación 8)}$$

La ecuación 8 planteada de forma convencional queda:

$$\mathbf{r}_t = \mathbf{X} \gamma_t + \mathbf{w}_t \quad \text{(Ecuación 9)}$$

Es importante destacar la existencia de dos problemas clásicos en las perturbaciones aleatorias de la ecuación 8, estas son:

- i. Heteroscedasticidad debido a las diferencias entre los riesgos específicos de los títulos, siendo un problema inevitable.
- ii. Autocorrelacion debido a las relaciones cruzadas significativas entre las perturbaciones de los diferentes activos.

El problema de este método es que no se considera la problemática introducida por los errores de observación en las betas. Para ello, se pueden adoptar dos posibles soluciones:

1. La utilización de series temporales más largas para la obtención de las estimaciones de las betas a partir del modelo de mercado.

2. La utilización de carteras, ya que se garantiza la disminución de variabilidad de las estimaciones.

Una alternativa que considera estas cuestiones es la utilización de MCG para la estimación del modelo, aunque dejaría de lado el problema de los errores de observación. Lo cierto es que, si las estimaciones de las betas fuesen precisas, podría ser considerado como método óptimo, aunque esta condición no se puede garantizar para las aproximaciones obtenidas a partir del Modelo de Mercado, ni siquiera agrupando los títulos en carteras.

#### 4. Metodología de corte transversal con medias.

La metodología de corte transversal con medias fue utilizada por Miller y Scholes. El contraste del procedimiento requiere de dos etapas:

- ✚ Periodo de estimación: a partir de las observaciones del periodo de contraste del modelo, se calculan las estimaciones de las betas de los títulos.
- ✚ Periodo de contraste: se plantea una regresión explicando las rentabilidades medias de los títulos mediante el riesgo sistemático en el periodo considerado.

El modelo empírico de corte transversal para el periodo del contraste, planteado en rentabilidades y expresado en forma matricial, es:

$$\bar{\mathbf{r}} = \gamma \mathbf{1}_g + \delta \mathbf{b} + \mathbf{w} \quad (\text{Ecuación 10})$$

En cuanto a las perturbaciones aleatorias tenemos que:

$$\mathbf{w} \rightarrow DN_{\mathbf{g}} \left[ \mathbf{0}_{\mathbf{g}}, \Sigma_{\mathbf{w}\mathbf{w}} \right] \quad (\text{Ecuación 11})$$

Los modelos de corte transversal, tanto el analizado en este apartado como en el estudiado en el anterior, tienen una característica especial que, en el caso que nos ocupa, se toma en dificultad adicional de cara a la estimación del mismo.

Desde el trabajo de Miller y Scholes han sido bastantes las soluciones ofrecidas de cara a la estimación y, en definitiva, contrastación del CAPM. Los métodos habituales de estimación son: MCO y MCG.

Así, los estimadores de los parámetros por el método de MCG para el modelo son:

$$\mathbf{g} = (\mathbf{X}' \mathbf{S}_{\bar{\epsilon}\bar{\epsilon}}^{-1} \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}' \mathbf{S}_{\bar{\epsilon}\bar{\epsilon}}^{-1} \bar{\mathbf{r}}); \text{ siendo } \mathbf{S}_{\bar{\epsilon}\bar{\epsilon}} = \frac{1}{n} \mathbf{S}_{\epsilon\epsilon} \quad (\text{Ecuación 12})$$

Una interesante posibilidad consiste en el planteamiento de un test multivariante en el contexto de los contrastes de corte transversal que comentaremos brevemente. La idea del mismo se basa en que, si el CAPM es cierto, los residuos derivados de la estimación del modelo 10, mediante la aplicación del estimador de Shanken, deben ser cero.

El estadístico utilizado para la realización del contraste, sugerido por Shanken, es:

$$Q = \frac{n \mathbf{e}' \mathbf{S}_{\bar{\epsilon}\bar{\epsilon}}^{-1} \mathbf{e}}{\left( 1 + \frac{d^2}{s_m^2} \right)} \quad (\text{Ecuación 13})$$

Donde:

- ✓ n número de momentos considerados para el contraste del modelo.
- ✓ e vector columna de residuos del modelo de corte transversal con medias.

- ✓  $S_{\varepsilon\varepsilon}$  estimación de la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones aleatorias por los grados de libertad.
- ✓  $d$  estimador consistente del premio por riesgo.

Para realizar la prueba hay que tener en cuenta la relación existente entre la T de Hotelling y la F de Fisher, que expresada para nuestro caso es:

$$F = \frac{Q(n-g+1)}{(g-2)(n-2)}; \quad F(g-2; n-g+1) \quad (\text{Ecuación 14})$$

La prueba se puede realizar teniendo en cuenta que en términos de F:

$$F = \frac{Q^*(n-g-1)}{(g)(n-2)}; \quad F(g; n-g-1) \quad (\text{Ecuación 15})$$

# EL PERFIL DE RIESGO DEL MERCADO DE FONDOS DE INVERSIÓN ESPAÑOL

## 1. La clasificación de los fondos. Objetivos del trabajo.

Es conocido el viejo teorema negociable, según las características relacionadas con el riesgo asociado a los distintos tipos de fondos, al establecer unos márgenes respecto a las proporciones que deben incorporar de los distintos tipos de productos existentes en el mercado, que el inversor debe considerar a la hora de decidir la composición de su cartera son la rentabilidad, el riesgo y la liquidez. En esta línea, la propia Comisión Nacional del Mercado de Valores (CNMV) propone una clasificación de los fondos de inversión, que recogemos en la Tabla 1 (CNMV, 2002).

Algunos aspectos clave en la gestión de un fondo, como la utilización de derivados o los cambios en la composición de la cartera dentro de un periodo concreto de análisis, no son tenidos en cuenta en la clasificación propuesta; y estos aspectos pueden variar considerablemente el perfil de riesgo de un fondo a lo largo del tiempo.

Todo ello pone de manifiesto el interés de los objetivos de nuestro trabajo: describir los perfiles de riesgo de las categorías de clasificación recomendadas por la CNMV para los fondos de inversión, realizar una clasificación alternativa, y describir las implicaciones prácticas de todo ello para el inversor medio que se enfrenta a la totalidad de fondos del mercado español.

**Tabla 1:** Categorías y características de los Fondos de Inversión

<b>Categoría</b>	<b>Características</b>
FIAMM EURO	Al menos el 90% debe estar invertido en productos del mercado de dinero. Máximo de un 5% en moneda no euro.
FIAMM INTERNACIONAL	Al menos el 90% debe estar invertido en productos del mercado de dinero. Más del 5% en moneda no euro.
RENTA FIJA A CORTO PLAZO	No incluye activos de renta variable en su cartera de contado, ni derivados cuyo subyacente no sea de renta fija. La duración media de la cartera no puede superar los dos años. Máximo de un 5% en moneda no euro.
RENTA FIJA A LARGO PLAZO	No incluye activos de renta variable en su cartera de contado, ni derivados cuyo subyacente no sea de renta fija. La duración media de la cartera debe ser superior a los dos años. Máximo de un 5% en moneda no euro.
RENTA FIJA INTERNACIONAL	No incluye activos de renta variable en su cartera de contado, ni derivados cuyo subyacente no sea de renta fija. Más del 5% en moneda no euro.
RENTA FIJA MIXTA	Menos del 30% de la cartera en activos de renta variable. Máximo del 5% en moneda no euro

RENDA FIJA MIXTA INTERNACIONAL	Menos del 30% de la cartera en activos de renta variable. Más del 5% en moneda no euro.
RENDA VARIABLE MIXTA	Entre el 30% y el 75% de la cartera en activos de renta variable. Máximo 30% en moneda no euro.
RENDA VARIABLE MIXTA INTERNACIONAL	Entre el 30% y el 75% de la cartera en activos de renta variable. Más de 30% en moneda no euro.
RENDA VARIABLE EURO	Más del 75% de la cartera en activos de renta variable; la inversión en renta variable nacional no podrá superar el 90% de la cartera. Máximo 30% en moneda no euro.
RENDA VARIABLE NACIONAL	Al menos 75% de la cartera en renta variable (de ésta al menos el 90% en valores de emisores españoles). Máximo 30% en moneda no euro.
RENDA VARIABLE INTERNACIONAL EEUU / JAPÓN / EUROPA / EMERGENTES / RESTO	Más del 75% de la cartera en activos de renta variable. Más de 30% en moneda no euro.
GARANTIZADO RENTA FIJA	Fondo para el que existe garantía de un tercero (bien a favor del fondo o de los partícipes), y que asegura exclusivamente un rendimiento fijo.
GARANTIZADO RENTA VARIABLE	Fondo para el que existe garantía de un tercero (bien a favor del fondo o de los partícipes), y que asegura una cantidad total o parcialmente vinculada a la

	evolución de instrumentos de renta variable o divisa.
FONDOS GLOBALES	Fondos sin identificación precisa de su vocación y que no encajen en ninguna de las anteriores clasificaciones.

## **2. Medidas de Riesgo.**

### **2.1. Algunas consideraciones previas.**

Consideramos en cualquier caso adecuado realizar algunas precisiones previas. En primer lugar, omitiremos la formalización econométrica de los diversos modelos y nos centraremos propiamente en el planteamiento de dichos modelos, señalando sus implicaciones de cara al problema que pretendemos abordar.

La segunda precisión hace referencia a la nomenclatura a utilizar. Estudiaremos una serie de medidas de la volatilidad, de entre las que seleccionaremos posteriormente algunas que resultan especialmente interesantes para nuestro análisis. En principio, los parámetros se obtienen a partir de la información contenida en un colectivo, y los estimadores a partir de una muestra. Aunque, es común en finanzas utilizar la nomenclatura paramétrica al hablar del binomio rentabilidad - riesgo. Una forma de entender este pequeño contrasentido estadístico consiste en suponer que las muestras utilizadas son suficientemente grandes, con lo que la distinción comentada pierde sentido y cobra fuerza la nomenclatura paramétrica.

Finalmente, un aspecto importante de nuestro trabajo es el hecho de que trataremos de plantear modelos que expliquen el cambio de las volatilidades a lo

largo del tiempo, estableciendo la distinción estadística fundamental entre volatilidades condicionales e incondicionales.

## 2.2. Algunas medidas de riesgo

- **La varianza**

El cálculo de las volatilidades se realizará sobre las series de rentabilidades asociadas a los fondos, utilizando un periodo determinado como base. Partiendo de los valores liquidativos de los fondos en cada uno de los momentos de tiempo -  $v_1, v_2, \dots, v_t, \dots$ -, la rentabilidad del periodo  $t$  se define como:

$$r_t = \frac{v_t - v_{t-1}}{v_{t-1}}$$

$r_t$ : es la rentabilidad del fondo en el periodo  $t$ .

$v_t$ : es el valor liquidativo del fondo en el periodo  $t$ .

El promedio de rentabilidad en el momento  $t$ , calculado a partir de la información hasta  $t-1$ , se calcula como:

$$\mu = \frac{\sum_{j=1}^s r_{t-j}}{s}$$

Donde:

- $s$ : es el número de periodos utilizados para el cálculo de la media.

Llamando  $\sigma^2$  a la desviación de la rentabilidad respecto al promedio en un periodo concreto, la varianza en el momento  $t$ , calculada a partir de la información hasta  $t-1$ , se obtiene mediante:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^s (r_{t-j} - \mu)^2}{s} = \frac{\sum_{j=1}^s \varepsilon_{t-j}^2}{s}$$

Obsérvese que la ausencia de subíndices temporales en ambas expresiones  $\mu$  y  $\sigma^2$  indica que, tanto el promedio como la varianza, permanecen constantes a lo largo del tiempo.

La varianza es ya un criterio que puede servirnos para clasificar un conjunto de productos en función de su riesgo, esta medida tendrá gran utilidad para aquellos inversores cuya vocación sea de largo plazo y quieran tener una idea del riesgo asociado a su inversión.

Un primer método con el que pueden abordarse los cambios en la variabilidad dentro de un mismo periodo consiste en calcular una varianza móvil obtenida a partir de  $q$  observaciones previas ( $q < s$ ) en cada momento  $t$ . El cálculo se realizaría a partir de la expresión:

$$\sigma_t^2 = \frac{\sum_{j=1}^q (r_{t-j} - \mu)^2}{q} = \frac{\sum_{j=1}^q \varepsilon_{t-j}^2}{q}$$

Donde:

- $\mu$ : es el promedio de rentabilidad de los  $q$  periodos utilizados.

Frente a la propuesta anterior, la varianza móvil permite recoger más rápidamente el efecto que las nuevas informaciones tienen en la medida de la volatilidad, ya que se calcula sobre un número de datos inferior ( $q < s$ ), lo que hace que a cada dato se le asigne un peso superior en el cálculo de dicha volatilidad.

- **Varianza calculada como Media Móvil con Ponderación Exponencial (a partir de ahora método MMPE)**

Las dos formas de cálculo de la varianza propuestas anteriormente tienen un problema común, al asignar el mismo peso a cada una de las desviaciones respecto del promedio, y parece que si se está interesado en calcular la volatilidad en cada momento de tiempo es más razonable dar un mayor peso a los datos más próximos en el tiempo, es decir:

$$\sigma_t^2 = \sum_{j=1}^q \alpha_j (r_{t-j} - \mu)^2 = \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2$$

Donde, para la secuencia temporal  $t-1, t-2, \dots, t-q$ , sucede que  $a_{t-1} > a_{t-2} > \dots > a_{t-q}$ , siendo además todos los pesos  $\alpha_j$  positivos ( $>0$ ) y su suma igual a 1.

Un caso particular de lo anterior es el que permite calcular la varianza como MMPE, en el que los pesos  $\alpha_j$  son:

$$\alpha_j = (1 - \lambda) \lambda^{j-1} \quad \text{donde} \quad 0 < \lambda < 1$$

y, por tanto, dichos pesos decrecen exponencialmente a la tasa  $\lambda$  según la expresión:

$$\alpha_{j+1} = \lambda \alpha_j$$

El esquema propuesto, suponiendo que  $q$  tiende a infinito, lleva a la siguiente expresión general bastante intuitiva:

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda) \varepsilon_{t-1}^2$$

En la que se aprecia que la volatilidad de un periodo  $t$  depende de la volatilidad del periodo anterior y de la desviación respecto al promedio producida en  $t-1$ .

El parámetro  $\lambda$  tiene una importancia en la determinación de la volatilidad, cuanto mayor sea más cercano a uno, menor es la importancia que se le asigna a la desviación respecto del promedio del periodo anterior en el cálculo de la volatilidad, y mayor a la volatilidad del periodo anterior.

- **Modelo GARCH (1, 1)**

Bollerslev, desarrollo una técnica que permite que la varianza condicional siga un proceso autorregresivo de medias móviles. El modelo más sencillo es el GARCH (1, 1), cuya expresión:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 \sigma^2 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

La estabilidad del modelo GARCH (1, 1) requiere que se cumpla la condición:

$$\alpha_1 + \beta_1 < 1$$

y, lógicamente, si el primer sumando se anula, el modelo GARCH (1, 1) se reduce al analizado en el subapartado anterior.

Llegados a este punto, es claro que existe la posibilidad de plantear modelos que incorporen más retardos, tanto en la parte autorregresivo como en la de medias móviles, llegando así al modelo GARCH (p, q) más general.

### **2.3. Procedimiento de estimación.**

Anteriormente se presentaban diferentes alternativas de cara a la medición del riesgo. El procedimiento de estimación del parámetro  $\lambda$  del modelo MMPE descrito por RiskMetrics es el de la minimización de la raíz cuadrada del error cuadrático medio. Lógicamente, al ser el modelo MMPE un caso particular del GARCH (1, 1), ambos pueden estimarse por el método de máxima verosimilitud, que es el que utilizaremos.

No obstante, la alternativa que se aborda en el estudio consiste en estimar el modelo GARCH por el método *Variance Targeting*, que consiste en dar un valor a la varianza a largo plazo  $\sigma^2$  igual a la varianza muestral, lo que hace que el GARCH (1, 1) se transforme en un modelo que depende únicamente de dos parámetros, y la ecuación resultante:

$$\sigma_t^2 = \sigma^2(1 - \alpha_1 - \beta_1) + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Se estima mediante el método de máxima verosimilitud.

### **2.4. “Promedio de riesgo” y “factor de cambio del riesgo”.**

Una vez calculadas las series y de cara a abordar los objetivos propuestos anteriormente, resumiremos la información contenida en las mismas en dos parámetros: el “promedio de riesgo”, que es la media de la volatilidad y lo que llamaremos el “factor de cambio del riesgo”, es una medida muy sensible a valores

extremos de la serie de volatilidades, al estar basada en el “recorrido” o “rango” de los datos.

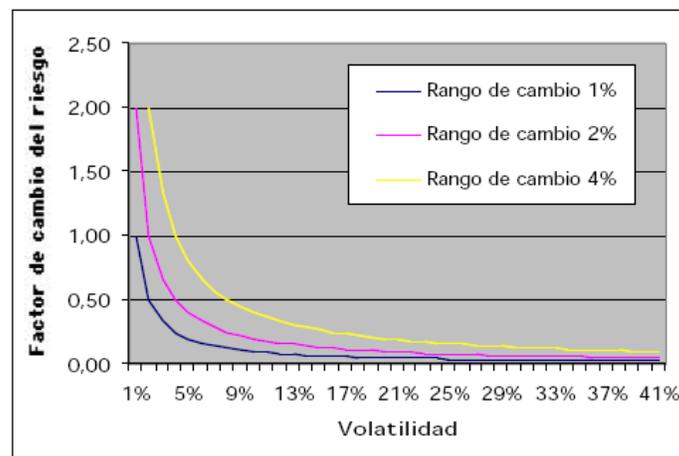
El factor de cambio del riesgo es una medida de la dispersión de la serie obtenida a partir de:

$$\text{Factor de cambio del riesgo} = \frac{\sigma_{\text{Máx}} - \sigma_{\text{Mín}}}{\bar{\sigma}}$$

Al tipificar el recorrido se consigue una medida comparable para diferentes productos, de forma que puedan obtenerse conclusiones sobre la estabilidad relativa del riesgo.

La Figura 4 muestra a continuación la función teórica del factor de cambio del riesgo, se puede observar que éste es más grande cuanto mayor es el rango de los datos, y disminuye a medida que aumenta la volatilidad media.

**Figura 4: Función teórica del factor de cambio del riesgo para diferentes rangos de cambio de la volatilidad.**



Fuente: Elaboración propia

Aunque sería factible utilizar otras medidas de dispersión, el interés de la que proponemos radica en que puede ayudar a detectar con mayor facilidad aquellos productos en los que la medida de riesgo es menos estable.

### **3. Análisis Empírico.**

#### **3.1. Base de datos.**

La realización del estudio requiere disponer de las series temporales de valores liquidativos de una muestra representativa de los fondos de inversión comercializados en España. El primer problema consiste en tomar una decisión con respecto a la frecuencia con la que se tomarán los datos, cabiendo diversas alternativas: datos diarios, semanales, etc.

En este sentido, es preciso tener en cuenta que la Ley establece la obligación de publicación diaria de los valores liquidativos de los fondos de inversión, aunque se permite un plazo de hasta siete días consecutivos, cuando el precio no puede ser publicado bajo ciertas circunstancias. Esta falta de obligación de publicación de valores liquidativos diarios provoca que las series históricas diarias tengan huecos, por lo que optamos por trabajar con series semanales.

La segunda hace referencia al horizonte temporal que cubrirán los datos. El problema es que, el mercado español de fondos de inversión es relativamente joven, por lo que disponer de un número de fondos amplio obliga a fijar el punto de partida muestral en la segunda mitad de los noventa.

### 3.2. Cálculo de las varianzas en cada uno de los momentos de tiempo t.

El primer paso consiste en obtener las series de varianza para cada fondo. Esto lo haremos mediante tres de las metodologías descritas anteriormente, utilizando el método de máxima verosimilitud y con la ayuda de la macro Solver de la hoja de cálculo Excel en los dos últimos casos. Concretamente, y para cada fondo, se obtienen las series de varianza siguientes:

- Ventana móvil de volatilidades basadas en 52 semanas.
- Método MMPE.
- *Variance Targeting* de la volatilidad, como versión restringida del modelo GARCH (1,1).

A la vista de los resultados obtenidos se puede apreciar, en primer lugar, algo que ya se ha sugerido antes al comparar la varianza con la ventana móvil, en la que todos los datos tienen idéntico peso, la series obtenidas reaccionan con demasiada lentitud ante cambios de riesgo, por lo que decidimos prescindir de las mismas.



Fuente: Elaboración propia

Tal y como se puede observar en la Figura 5 se puede suponer en este problema, que se representan las series de volatilidades para el DJ Eurostoxx-50 entre diciembre de 2000 y febrero de 2002. Donde la serie de volatilidad calculada por el método ventana móvil alcanza máximos cuando la crisis de los mercados provocada por el atentado de las Torres Gemelas ya había pasado, mientras que en las series calculadas por los otros dos métodos, MMPE y *Variance Targeting*, este elemento se recoge de una manera mucho más precisa.

Comparando los resultados de las series de varianza para cada fondo se observa que estas son similares. De hecho, el valor máximo de la verosimilitud al que se llega es bastante parecido en ambos modelos, tal y como puede verse en la Tabla 2

**Tabla 2: Comparación MMPE - *Variance Targeting***

	<b>MMPE</b>	<b><i>Variance Targeting</i></b>
Suma total MAX Verosimilitud	1.405.065,19	1.426.650,30
Media verosimilitud por cada producto	990,88	1.320,97
Nº Fondos con solución óptima	1418	1080
Nº procesos de optimización fallida con Solver	2	340

Fuente: Elaboración propia

Pero el optimizador Solver tiene problemas cuando trata de alcanzar soluciones sobre dos parámetros a la vez. El porcentaje de soluciones fallidas parece demasiado alto como para optar por el modelo de *Variance Targeting* Por ello, se decidió utilizar únicamente las series de varianza obtenidas por el método MMPE, lo que permitirá disponer de un mayor número de fondos de cara al análisis posterior.

### 3.3. Promedios de riesgo y factores de cambio del riesgo.

Una vez calculadas las series de varianza de cada uno de los fondos, se procede al cálculo del promedio de volatilidad de cada uno de ellos y el factor de cambio del riesgo.

En la Tabla 3 presentamos los perfiles de riesgo de los 1418 fondos agrupados por categorías y utilizando distintas medidas obtenidas por el método MMPE. Se puede ver con claridad cómo el promedio de riesgo aumenta a medida que las categorías incorporan una mayor exposición a la renta variable. Además se puede observar cómo las categorías mixtas y garantizadas muestran valores más altos en el factor de cambio del riesgo que las de renta variable pura.

**Tabla 3: Perfil de riesgo (modelo MMPE de volatilidad)**

	Última volatilidad	Media	Mínima	Máxima	Factor de decaimiento ( $\lambda$ )	Factor de Cambio del Riesgo
FIAMM	0,23%	0,23%	0,12%	0,49%	0,86	1,68
RENTA FIJA CORTO PLAZO EURO	0,73%	0,73%	0,42%	1,42%	0,89	1,46
GARANTIZADO RENTA FIJA	1,19%	1,49%	0,72%	2,84%	0,90	1,59
RENTA FIJA LARGO PLAZO EURO	1,65%	1,89%	1,06%	3,15%	0,91	1,16
RENTA FIJA INTERNACIONAL	0,68%	2,19%	0,43%	6,47%	0,84	2,76
RENTA FIJA MIXTA EURO	4,84%	4,59%	2,86%	7,56%	0,92	1,16
RENTA FIJA MIXTA INTERNACIONAL	6,83%	5,96%	3,24%	10,74%	0,90	1,33
GARANTIZADO INTERNACIONAL	4,18%	6,05%	2,69%	11,57%	0,90	1,75
GARANTIZADO RENTA VARIABLE	4,45%	7,19%	2,75%	16,57%	0,89	2,03
RENTA VARIABLE MIXTA	11,53%	10,96%	7,28%	17,46%	0,92	1,01
RENTA VARIABLE EURO	18,19%	17,97%	12,78%	26,84%	0,94	0,80
RENTA VARIABLE ESPAÑA	19,68%	18,77%	13,22%	28,90%	0,93	0,86
RENTA VARIABLE INTERNACIONAL	21,40%	20,44%	15,20%	26,43%	0,95	0,66
TOTAL	7,35%	7,57%	4,83%	12,34%	0,90	1,40

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, en la Tabla 4 se comparan los valores estimados del factor de decaimiento  $\lambda$  del modelo MMPE con los valores obtenidos en RiskMetrics, apreciándose una consistente reducción de los valores de dicho factor  $\lambda$  en las diferentes categorías.

**Tabla 4: Comparación de los valores de I**

	Renta Fija Corto Plazo	Renta Fija Largo Plazo	Renta Variable
RiskMetrics	0,945	0,935	0,98
Nuestras estimaciones	0,89	0,91	0,94

Fuente: Elaboración propia

Para completar el análisis anterior presentamos en la Tabla 5 el comportamiento de cada categoría en escenarios particularmente desfavorables. Así, para cada categoría de fondos se ofrece la rentabilidad semanal media, la volatilidad media muestral, la pérdida media semanal y la máxima pérdida semanal.

**Tabla 5: Perfil de riesgo (análisis de pérdidas)**

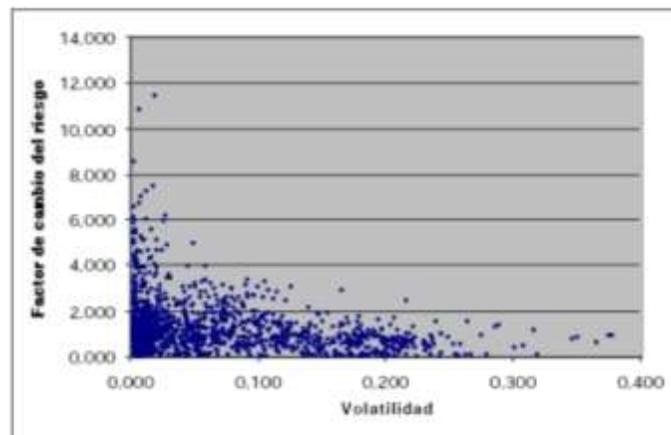
	Rentabilidad semanal media anualizada	Volatilidad media muestral anualizada	Pérdida media semanal	Máxima pérdida semanal	VaR95 semanal	% empírico fuera del VaR95	Pérdida media en la cola
FIAMM	2,71%	0,24%	-0,04%	-0,07%	0,00%	3,48%	-0,03%
RENDA FIJA CORTO PLAZO EURO	2,79%	0,79%	-0,13%	-0,37%	-0,13%	4,13%	-0,25%
GARANTIZADO RENTA FIJA	3,38%	1,64%	-0,20%	-0,84%	-0,31%	4,83%	-0,52%
RENDA FIJA LARGO PLAZO EURO	3,15%	1,91%	-0,23%	-0,99%	-0,38%	5,57%	-0,63%
RENDA FIJA INTERNACIONAL	4,48%	2,79%	-0,52%	-1,75%	-0,55%	4,95%	-0,99%
RENDA FIJA MIXTA EURO	3,06%	4,85%	-0,55%	-2,38%	-1,05%	5,33%	-1,52%
RENDA FIJA MIXTA INTERNACIONAL	2,97%	6,40%	-0,73%	-3,56%	-1,40%	5,36%	-2,19%
GARANTIZADO INTERNACIONAL	4,32%	7,06%	-0,75%	-3,80%	-1,53%	4,88%	-2,36%
GARANTIZADO RENTA VARIABLE	5,82%	9,61%	-0,97%	-5,84%	-2,08%	4,77%	-3,37%
RENDA VARIABLE MIXTA	3,66%	11,79%	-1,33%	-5,79%	-2,61%	5,60%	-3,77%
RENDA VARIABLE EURO	7,42%	19,17%	-2,12%	-9,03%	-4,21%	5,44%	-5,90%
RENDA VARIABLE ESPAÑA	5,11%	20,58%	-2,24%	-9,84%	-4,57%	5,23%	-6,60%
RENDA VARIABLE INTERNACIONAL	6,10%	20,78%	-2,38%	-9,67%	-4,60%	5,43%	-6,39%
TOTAL	4,23%	8,28%	-0,94%	-4,15%	-1,80%	5,00%	-2,66%

Fuente: Elaboración propia

### 3.4. Clasificación de los fondos en base al perfil de riesgo.

Se Tomaran como medidas descriptivas del perfil de riesgo de los diferentes fondos el promedio de volatilidades anualizadas calculadas por el método MMPE y el factor de cambio del riesgo definido. Partiendo de lo anterior, puede representarse el comportamiento de los 1.418 fondos finalmente considerados en un mapa “factor de cambio del riesgo - volatilidad”, tal como presentamos en la Figura 6, en la que cada punto representa un fondo.

**Figura 6: Mapa “factor de cambio del riesgo” - “volatilidad”**



Fuente: Elaboración propia

La forma del mapa indica que los fondos de menor riesgo tienen mayor variabilidad en la variable factor de cambio del riesgo; lo cual es razonable, ya que la medida adimensional propuesta anteriormente expresa el cociente entre el recorrido de la desviación típica y la media de esta última.

A partir de los datos representados en la Figura 6, procedemos a la obtención de grupos homogéneos de fondos mediante la aplicación del Análisis Cluster. A la vista del dendrograma obtenido, optamos por analizar los resultados si conservamos 13, 10, 7 y 5 grupos de fondos. El criterio que utilizamos para ello

consistió en analizar el punto a partir del cual el incremento de variabilidad interna por el hecho de unir grupos empezaba a ser exponencial. Así, a partir de 14 ó 13 grupos dicho incremento comenzaba a ser importante.

El siguiente paso consiste en estudiar si existe relación entre la clasificación a la que llegamos mediante la técnica Cluster y la propuesta por la CNMV32. Para ello, calculamos la tabla de contingencia que se obtiene al cruzar ambas variables, y que se presenta en la Tabla 6.

**Tabla 6: Tabla de contingencia**

Tipo de Fondo (CNMV con correcciones)	Grupos de fondos (Análisis Cluster)					Total
	Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3	Cluster 4	Cluster 5	
FIAMM EURO	0	0	48	12	116	176
GARANTIZADO INTERNACIONAL	3	27	15	2	4	51
GARANTIZADO RENTA FIJA	0	8	50	9	101	168
GARANTIZADO RENTA VARIABLE	9	45	49	3	3	109
RENTA FIJA CORTO PLAZO	0	0	42	8	107	157
RENTA FIJA INTERNACIONAL	0	25	9	3	5	42
RENTA FIJA LARGO PLAZO	0	5	18	1	96	120
RENTA FIJA MIXTA	2	65	39	0	50	156
RENTA FIJA MIXTA INTERNACIONAL	0	17	2	1	5	25
RENTA VARIABLE EURO	56	3	0	0	0	59
RENTA VARIABLE INTERNACIONAL	87	9	3	0	0	99
RENTA VARIABLE MIXTA	54	102	12	1	2	171
RENTA VARIABLE NACIONAL	82	3	0	0	0	85
Total	293	309	287	40	489	1418

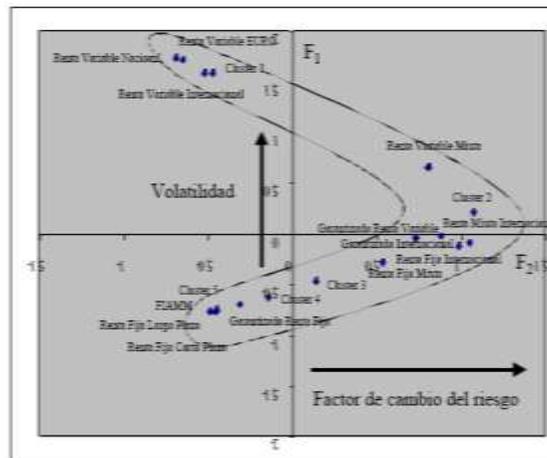
Fuente: Elaboración propia

Al realizar la prueba de la chi-cuadrado de cara a comprobar la independencia entre ambos atributos se obtiene un valor experimental de 1.723,329, con lo que se podría afirmar que hay relación entre ambos con una probabilidad de error casi nula. De hecho, la observación de las frecuencias absolutas de la Tabla 6 pone de manifiesto dicha relación.

Una explicación más clara del sentido de la relación puede hallarse mediante la aplicación de la técnica de Análisis de Correspondencias a los datos contenidos en la Tabla 6. La Figura 7 muestra la proyección de las filas y las columnas en el espacio definido por los dos primeros factores, que explican aproximadamente el 95% de la inercia total. Fijándonos exclusivamente en las filas de la Tabla 6 podemos ver con claridad que hay básicamente tres grupos:

- Los FIAMM, RENTA FIJA A LARGO PLAZO, RENTA FIJA A CORTO PLAZO y GARANTIZADOS DE RENTA FIJA.
- Los fondos de RENTA VARIABLE NACIONAL, RENTA VARIABLE EURO y RENTA VARIABLE INTERNACIONAL.
- El grupo que recoge el resto de fondos, constituido por los MIXTOS, GARANTIZADOS e INTERNACIONALES.

**Figura 7: Representación Análisis de Correspondencias**



Fuente: Elaboración propia

Los perfiles o frecuencias condicionales de los fondos incluidos en cada uno de estos tres grupos son parecidos, lo que implica que se reparten en proporciones parecidas en cada una de las modalidades del atributo columna, constituido por los cinco cluster.

La proximidad fila - columna, aunque no tiene sentido interpretar distancias, implica frecuencias anormalmente elevadas en la intersección de ambas. Así, la frecuencia, tanto absoluta como relativa, de todos los tipos de fondos de RENTA VARIABLE en el cluster 1 es elevada, tal y como puede comprobarse en la Tabla 6.

A la vista de la Figura 7,  $F_1$  sería el factor riesgo, siendo los fondos de RENTA VARIABLE los que aparecen como más arriesgados, los FIAMM y los fondos de RENTA FIJA los menos arriesgados, y situándose entre ambos los GARANTIZADOS y los MIXTOS.

El segundo factor  $F_2$  podría demostrarse como el factor de cambio del riesgo, posicionándose a la derecha del mismo aquellos fondos y clusters que tienen

como característica principal el tener mucho factor de cambio del riesgo, y viceversa. Así, los fondos con mayor factor de cambio del riesgo son los GARANTIZADOS y los MIXTOS.

- En el caso de los productos GARANTIZADOS, hay que tener en cuenta además que al ser sus estructuras “cerradas” , estas categorías quedan expuestas en ocasiones a los momentos más extremos y de mayores nervios de mercado, sin que sus gestores puedan “cubrir” las posiciones abiertas.
- Los productos MIXTOS tienden a tener perfiles más cambiantes de riesgo por las posibilidades que las políticas de inversión ofrecen a sus gestores a la hora de reducir o ampliar su exposición a la renta variable en determinadas circunstancias, en función de su visión de mercado.
- Hay que tener en cuenta además que los productos MIXTOS son los más proclives a poder estructurar sus estrategias a través de los productos derivados cuyo perfil de riesgo variable antes describíamos. Este hecho contribuye aún más a su perfil de riesgo cambiante.
- Finalmente, hay categorías que por su heterogeneidad (las INTERNACIONALES y, sobre todo, la GLOBAL) tienden a recoger fuentes de riesgo muy dispares dentro de sus carteras, y por tanto, el riesgo del producto en sí puede cambiar de forma importante al cambiar esas fuentes de riesgo.

### **3.5. Detección de “outlie”.**

No se puede obviar la importante complejidad y amplitud de las estrategias implementadas por los fondos de inversión. Por ello, es necesario reconocer la existencia de productos que “no encajan” en las categorías en las que quedan

encuadrados. En muchas ocasiones la razón para ello será seguramente que ni siquiera existe una categoría adecuada para ellos. El fenómeno de constante incremento del número de categorías en los últimos años y su especialización es una prueba clara de la existencia de este problema.

Por todo ello, reconocemos la necesidad de identificar los “intrusos” que hay en cada categoría como una limpieza necesaria dentro de todo proceso de clasificación para detectar los fondos que muestran unos niveles de volatilidad o del factor de cambio del riesgo significativamente diferente a los de su categoría. Fijándonos sólo en la variable factor de cambio del riesgo, y en base a las distancias de Mahalanobis respecto al centro de gravedad de cada grupo, hemos conseguido separar del total de fondos, 1.418, un grupo de 51, cuya característica especial consiste en tener un factor de cambio del riesgo elevado respecto a los del grupo al que pertenecen. Puede verse el reparto de este número de fondos en las diferentes categorías en la Tabla 7.

**Tabla 7: Número de fondos con alto factor de cambio del riesgo detectado**

Tipo de fondo	Número
FIAMM EURO	8
GARANTIZADO INTERNACIONAL	2
GARANTIZADO RENTA FIJA	9
GARANTIZADO RENTA VARIABLE	3
RENDA FIJA CORTO PLAZO	7
RENDA FIJA INTERNACIONAL	1
RENDA FIJA LARGO PLAZO	1
RENDA FIJA MIXTA	8
RENDA FIJA MIXTA INTERNACIONAL	1
RENDA VARIABLE EURO	1
RENDA VARIABLE INTERNACIONAL	6
RENDA VARIABLE MIXTA	1
RENDA VARIABLE NACIONAL	3
Total	51

Fuente: Elaboración propia

Como hemos señalado, la decisión de inversión en cada uno de estos fondos o la comparación de su *performance* con el resto de productos de sus

correspondientes categorías, debe venir precedida de un análisis detallado de los mismos.

## **MEDIDAS DE *PERFORMANCE*: ALGUNOS INDICES CLASICOS Y RELACION DE LA TRIP CON LA TEORIA DE CARTERA**

### **1. LA DECISIÓN DE INVERSIÓN EN CONDICIONES DE RIESGO: CRITERIOS CLÁSICOS**

El análisis de un proyecto de inversión parte de la construcción y análisis de su perfil de fondos, el cual presenta tres características fundamentales: es un perfil de tesorería, analiza los impactos que el proyecto tiene en la tesorería de la empresa, y no en el beneficio; es un perfil incremental, recoge sólo las variaciones experimentadas en la tesorería de la compañía; y se construye con total independencia de cómo se financie, la financiación, que aparece al calcular las medidas del interés del proyecto.

Construido el perfil de fondos, la Teoría Financiera pone a nuestra disposición una serie de criterios de decisión, de entre los que los más interesantes son el Valor Actualizado Neto, el cual propone comparar en valor actual las entradas y salidas de fondos provocadas por el proyecto y la Tasa de Rentabilidad Interna, se define como la rentabilidad asociada al proyecto, y se calcula sobre el mismo perfil de fondos, igualando a cero el VAN y despejando el tipo de descuento que cumple tal condición.

El Valor Actualizado Neto (VAN) exige estimar la tasa de descuento apropiada, que es entendida siempre como rentabilidad de la mejor alternativa de riesgo

similar a la que se renuncia al afrontar el proyecto en cuestión. En condiciones de certeza, esta rentabilidad sería el tipo de interés sin riesgo a un plazo similar. Así:

$$VAN = -DI + \sum_{t=1}^{t=n} \frac{GF_t}{(1+k)^t}$$

Donde:

**DI:** Desembolso Inicial asociado al proyecto

**GF<sub>t</sub>:** Impacto en caja del proyecto en el año “t” (supuestos proyectos a largo plazo y generaciones de fondos definidas en términos anuales) n Vida útil del proyecto (número de años en los que el proyecto tiene impacto en la tesorería de la empresa)

**k:** Rentabilidad exigida al proyecto (tipo de interés sin riesgo)

Se aceptarán aquellos proyectos cuyo VAN sea mayor que cero, o lo que es lo mismo, los que presenten una TRI mayor que k. Los dos criterios son consistentes a la hora de aceptar o rechazar un proyecto, aunque pueden discrepar cuando se trata de ordenar varios proyectos en función de su interés para la compañía, situación en la que el VAN aparece como un mejor criterio.

En ambientes de riesgo, la Teoría Financiera propone dos criterios clásicos para el tratamiento de la decisión de inversión: el ajuste del tipo de descuento y el equivalente de certeza. El ajuste del tipo de descuento propone penalizar el interés de los proyectos en función del riesgo que aportan a su propietario a través de los denominadores del VAN. Así:

$$VAN_{ajustado} = -DI + \sum_{t=1}^{t=n} \frac{E(GF_t)}{(1+k+p)^t} = -DI + \sum_{t=1}^{t=n} \frac{E(GF_t)}{(1+r)^t}$$

Donde:

**E (GF<sub>t</sub>):** Generación de Fondos “esperada” del proyecto en el año “t”

**P:** Prima de riesgo asociada al proyecto

**r:** Rentabilidad exigida al proyecto en función de su riesgo ( $r = k + p$ )

La rentabilidad exigida al proyecto está compuesta por el tipo de interés sin riesgo ( $k$ ), al que se añade una prima de riesgo ( $p$ ). El criterio sería aceptar proyectos cuyo VAN ajustado sea mayor que cero; o lo que es lo mismo, aceptar aquellos que tengan una TRI (esperada) mayor que el tipo primado “ $r$ ”.

El equivalente de certeza realiza la penalización en los numeradores de la fórmula. Así, de lo que se trata es de convertir las generaciones esperadas en aquellas cantidades seguras que reportan la misma utilidad:

$$VAN_{\text{ajustado}} = -DI + \sum_{t=1}^{t=n} \frac{\alpha_t \cdot E(GF_t)}{(1+k)^t} = -DI + \sum_{t=1}^{t=n} \frac{GF'_t}{(1+k)^t}$$

Donde:

$\alpha_t$ : Coeficiente corrector (entre 0 y 1, supuestos individuos enemigos del riesgo) correspondiente a la generación de fondos esperada del año “ $t$ ”

**GF' $_t$** : Generación de fondos equivalente cierta del año “ $t$ ”

Obsérvese que el tipo de descuento es en este caso “ $k$ ”, el tipo de interés sin riesgo, ya que la penalización por el riesgo se hace ahora a través del numerador. El criterio de actuación sería nuevamente el de aceptar aquellos proyectos cuyo VAN sea mayor que cero, o lo que es lo mismo, aquellos cuya TRI sea mayor que  $k$ .

El VAN se presenta como un criterio superior a la TRI, y ello por una serie de motivos: supone un tipo de reinversión más lógico, no tiene problemas de inconsistencia, no necesita, para comparar proyectos, que sus desembolsos sean

iguales, tiene la propiedad aditiva, sirve directamente al objetivo financiero de la empresa. Sin embargo, la Teoría de cartera, se basan en la TRI, y ello es justificable porque en estos modelos se suponen proyectos uniperiodo, en los que sólo se invierte, y se retiran los resultados de la inversión.

## **2. UNA ALTERNATIVA A LOS CRITERIOS CLÁSICOS: EL VALOR ACTUALIZADO PENALIZADO (VAP) Y LA TASA DE RENTABILIDAD INTERNA PENALIZADA (TRIP)**

Frente a los criterios clásicos de tratamiento del riesgo surge el Valor Actualizado Penalizado (VAP). La idea del VAP es sencilla propone penalizar directamente el promedio de VAN con su desviación típica, calculados ambos al tipo de interés sin riesgo. De entre todas las formas posibles, nos inclinamos por la penalización lineal, que nos llevaría a la siguiente formulación:

$$VAP = E(VAN) - t \cdot \sigma(VAN)$$

Donde:

**E (VAN):** Esperanza matemática de VAN (calculado al tipo de interés sin riesgo).

**t:**Parámetro de penalización (mayor que cero para enemigos del riesgo).

**s: (VAN)** Desviación típica (medida del riesgo -total- del proyecto) de VAN (calculado al tipo de interés sin riesgo).

Según el criterio, serían interesantes los proyectos cuyo VAP fuera positivo; y a la hora de jerarquizar, serían más interesantes los proyectos que tuvieran un VAP mayor.

El VAP nos indicaría la ordenada en el origen de la recta de pendiente “t” en la que el proyecto nos permite situarnos; si suponemos rectas en lugar de curvas de indiferencia, el VAP puede entenderse como el VAN equivalente cierto de un E sujeto a riesgo; y de esta forma, el VAP sería una medida de utilidad.

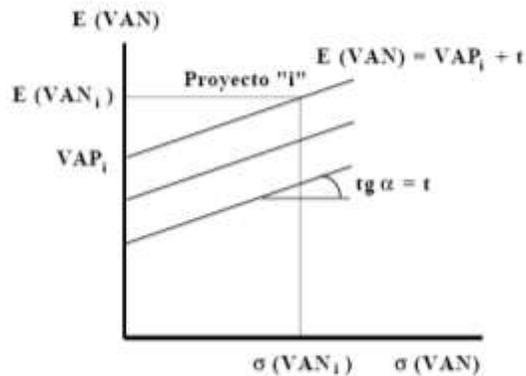


Figura 1

En la figura 1 se muestra lo explicado anteriormente.

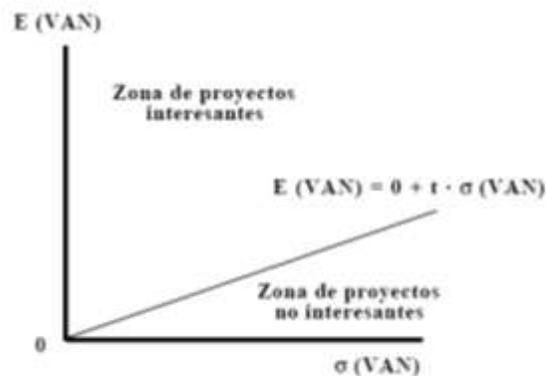


Figura 2

En la figura 2 se observa también que la recta que delimita la “zona de proyectos interesantes” es la que nace del origen de coordenadas, ya que el VAN = 0 (sin riesgo) siempre es alcanzable.

Por otro lado, el parámetro “t” nos está indicando el número de desviaciones típicas que el VAP se aleja del promedio de VAN (por la izquierda, supuestos

enemigos del riesgo). Desde este punto de vista, el valor de “t” elegido llevaría aparejada una probabilidad “a” a la izquierda (y, por tanto, “1-a” a la derecha) del VAP, por lo que éste puede interpretarse también como un VAN mínimo garantizado con una probabilidad “1-a” que depende del valor de “t” elegido. Supuestas distribuciones normales de VAN tales probabilidades son fáciles de conocer: en la figura 3 se ofrecen algunos valores especialmente interesantes.

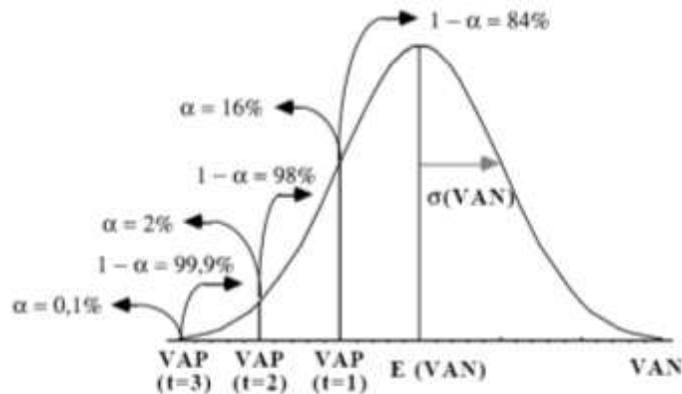


Figura 3

Estos mismos razonamientos pueden trasladarse a la TRI, dando lugar a un criterio que hemos llamado TRIP (Tasa de Rentabilidad Interna Penalizada). Su formulación, de manera coherente con lo indicado hasta ahora, sería la siguiente:

$$\text{TRIP} = E(\text{TRI}) - t \cdot \sigma(\text{TRI})$$

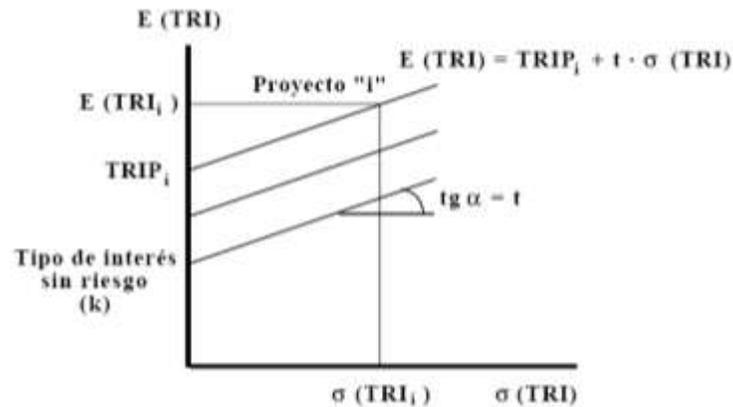
Donde:

**E (TRI):** TRI esperada del proyecto<sup>7</sup>

**T:** Parámetro de penalización (mayor que cero para enemigos del riesgo)

**S:** (TRI) Desviación típica de TRI (medida del riesgo -total- del proyecto)

El criterio de actuación sería aceptar aquellos proyectos cuya TRIP fuera superior al tipo de interés sin riesgo (k).



Efectivamente, en la figura 4 puede verse que, supuestas rectas de indiferencia, la TRIP del proyecto puede interpretarse como la TRI equivalente cierta de una E sujeta a riesgo, siendo "t" la pendiente de dichas recta, la mínima tasa equivalente cierta que estaremos dispuestos a aceptar será dicho tipo de interés sin riesgo. Finalmente, el parámetro t indica el número de desviaciones típicas que el valor tomado como referencia se aleja del promedio (por la izquierda), por lo que TRIP puede entenderse como la tasa mínima garantizada con un determinado nivel de probabilidad, que depende del propio valor de t elegido.

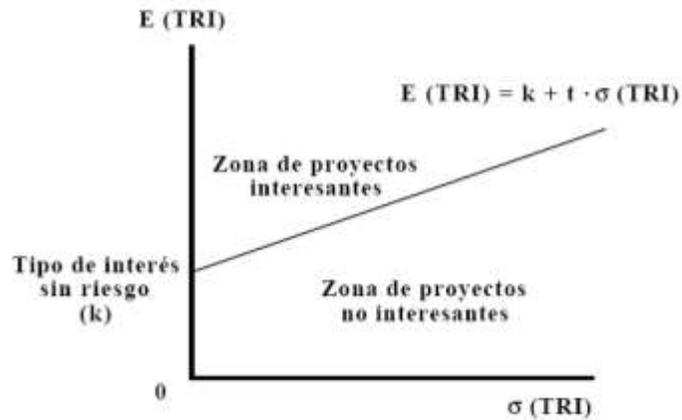


Figura 5

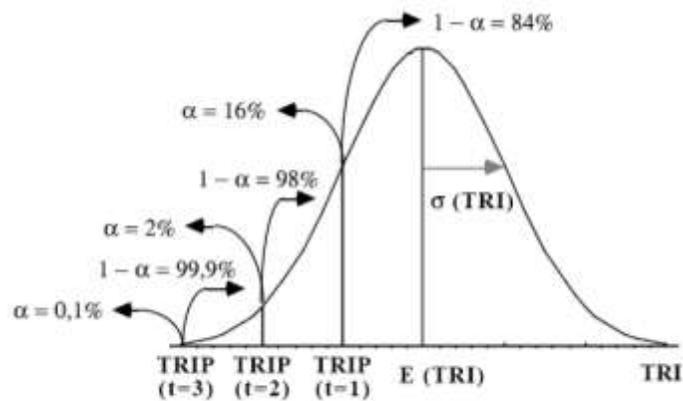


Figura 6

En la figura 6 se ofrece un gráfico con algunos valores de  $t$  que consideramos especialmente relevantes, supuesta normalidad de la TRI.

### 3. UNA BREVISIMA REFERENCIA A LA TEORIA DE CARTERA Y AL CAPM.

La Teoría de cartera de Markowitz parte de una serie de hipótesis simplificadoras de la realidad, de entre las que cabe destacar:

- Se suponen mercados perfectos
- Se considera un único horizonte temporal idéntico para todos los agentes
- Existe un tipo de interés sin riesgo al que los agentes pueden prestar y pedir prestado de manera ilimitada.
- En sus decisiones, los individuos se comportan como enemigos del riesgo.

En estas condiciones, puede demostrarse que la “frontera eficiente”, es decir, la parte del “mapa de oportunidades posibles” cumple la propiedad de dar el máximo promedio para cada nivel de riesgo y el mínimo riesgo para cada promedio de rentabilidad, es una recta en el mapa m-s. Esta recta, llamada Línea del Mercado de Capitales (LMC), es la recta tangente al mapa de oportunidades posibles formado por los títulos y carteras con riesgo que nace del tipo de interés sin riesgo. Y en ella se situarán todos los individuos. Cuando el mercado ha llegado al equilibrio, el punto de tangencia es lo que llamamos cartera de mercado ( $R^*$ ), ya que todos los individuos que inviertan en títulos con riesgo lo harán en las proporciones dadas por dicha cartera. Y los individuos no intervienen en la composición de su cartera con riesgo, sino únicamente en el peso que ésta tendrá en la cartera total del individuo, que siempre invertirá en una combinación de título sin riesgo y cartera de mercado. La ecuación de la LMC es la siguiente:

$$\text{LMC: } \mu_i = r_0 + \frac{\mu^* - r_0}{\sigma^*} \cdot \sigma_i$$

Donde:

**$\mu_i$** : Rentabilidad esperada del título o cartera “i”

**$r_0$** : Tipo de interés sin riesgo

**$\mu^*$** : Rentabilidad esperada de la cartera de mercado

**$\sigma_i$** : Riesgo total estimado (medido con la desviación típica de rentabilidad) del título o cartera “i”

$s^*$ : Riesgo total estimado (medido con la desviación típica de la rentabilidad) asociado a la cartera de mercado

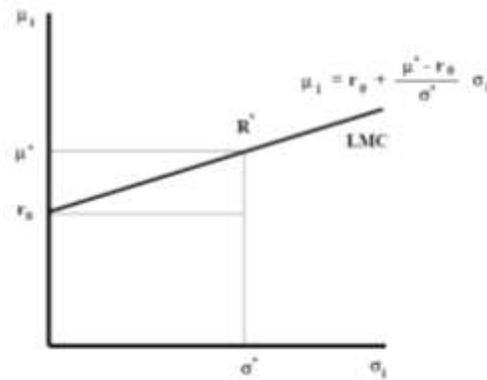


Figura 7

El Modelo de mercado, establece una relación lineal entre las rentabilidades de cada título o cartera y el mercado. Y permite distinguir dos tipos diferentes de riesgo: el sistemático, relacionado con la marcha general de la economía, y el diversificable, que puede ser eliminado mediante una adecuada diversificación. En el Modelo de mercado se estima la cantidad de riesgo sistemático, siendo la beta la medida de dicho riesgo sistemático de los títulos y carteras.

El Capital Asset Pricing Model (CAPM) deduce la relación entre la rentabilidad de los títulos y su riesgo sistemático que en las condiciones del modelo será lineal (véase la figura 8). Así, en equilibrio, todos los títulos y carteras deberían situarse en la Línea del Mercado de Títulos (LMT):

$$\text{LMT: } \mu_i = r_0 + (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i$$

Donde:

$\beta_i$ : Medida del riesgo sistemático (propuesta por el CAPM) del título o cartera "i"

Es fácil relacionar el CAPM con los criterios clásicos de tratamiento del riesgo, pudiendo estimarse tanto la prima de riesgo propuesta por el “ajuste del tipo de descuento” como los coeficientes correctores que propone el “equivalente de certeza” de manera coherente con el modelo.

#### 4. MEDIDAS CLÁSICAS DE PERFORMANCE.

En todos los casos, se trata de recoger la idea de que las rentabilidades obtenidas por los títulos o carteras no son directamente comparables, ya que los riesgos asumidos pueden haber sido diferentes. Y las diferencias entre las distintas medidas están precisamente en el riesgo que consideran relevante, así como en la manera de medir la forma de batir al mercado.

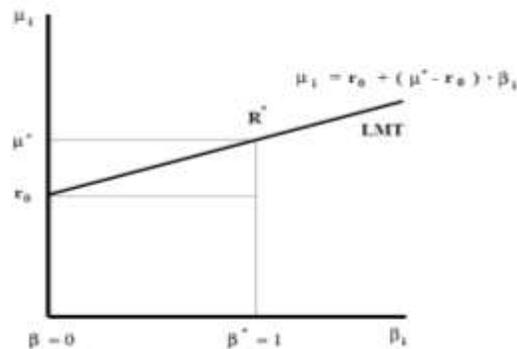


Figure 8

- **Índice de Sharpe:**

$$S_i = \frac{\mu_i - r_0}{\sigma_i}$$

Donde:

**S<sub>i</sub>**: Índice de Sharpe asociado al título o cartera “i”

**μ<sub>i</sub>**: Promedio de rentabilidad obtenido por el título o cartera “i”

**r<sub>0</sub>**: Tipo de interés sin riesgo

**σ<sub>i</sub>**: Riesgo total (medido con la desviación típica de rentabilidad) del título o cartera “i”

Como puede verse, el índice de Sharpe calcula el premio de rentabilidad obtenido por el título o cartera por unidad de riesgo total medido por la desviación típica de rentabilidad.

- **Índice de Treynor:**

$$T_i = \frac{\mu_i - r_0}{\beta_i}$$

Donde:

**T<sub>i</sub>**: Índice de Treynor asociado al título o cartera “i”

**β<sub>i</sub>**: Medida del riesgo sistemático (propuesta por el CAPM) del título o cartera “i”

Como puede verse, el índice de Treynor calcula el premio de rentabilidad obtenido por el título o cartera por unidad de riesgo sistemático soportado medido por beta.

**Índice de Jensen:**

$$J_i = (\mu_i - r_0) - (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i$$

donde:

**J<sub>i</sub>**: Índice de Jensen asociado al título o cartera “i”

**μ\***: Promedio de rentabilidad obtenido por la cartera de mercado

Como puede verse, el índice de Jensen calcula la diferencia entre el exceso de rentabilidad obtenido por el título o cartera “i” con respecto al título sin riesgo y el exceso que debería haber obtenido según el CAPM.

- **Índice de Jensen dividido por beta:**

$$\frac{J_i}{\beta_i} = \frac{\mu_i - r_0}{\beta_i} - \frac{(\mu^* - r_0) \cdot \beta_i}{\beta_i} = T_i - T^*$$

Donde:

**Ji / βi:** Índice de Jensen dividido por beta asociado al título o cartera “i”

**T\*:** Índice de Treynor asociado a la cartera de mercado

Como puede verse, el índice de Jensen relativizado por beta calcula la diferencia entre el premio por unidad de riesgo sistemático (medido por beta) obtenido por el título o cartera “i” y el asociado a la cartera de mercado. Puede también verse que es en realidad la diferencia entre los índices de Treynor asociados al título o cartera “i” y al mercado.

## **5. COMPARACION ENTRE LAS MEDIDAS DE PERFORMANCE CLASICAS Y LA TRIP.**

### **5.1. Índice de Sharpe vs TRIP.**

El índice de Sharpe analiza el interés de los títulos o carteras en función del premio que dan relativizado por su riesgo total medido por la desviación típica de rendimiento. Considera que un título o cartera bate al mercado cuando el premio por unidad de riesgo total es superior al conseguido por dicho mercado.

La TRIP propone calcular la ordenada en el origen de la recta de pendiente “t” en la que cada título o cartera permite situarse. En el contexto de la Teoría de cartera, definiremos dicha “t” como la pendiente de la LMC. Así:

$$\text{TRIP}_i \text{ (coherente con el Índice de Sharpe)} = \mu_i - t \cdot \sigma_i = \mu_i - \frac{\mu^* - r_0}{\sigma^*} \cdot \sigma_i$$

Serán interesantes aquellos títulos o carteras que permitan situarse en una recta (paralela) superior a la propia LMC en la figura 10 se muestra lo dicho anteriormente. La Teoría de cartera, y en las condiciones que hemos descrito, que el rendimiento de la cartera de mercado (sujeta a riesgo) reporta la misma utilidad que el tipo de interés sin riesgo.

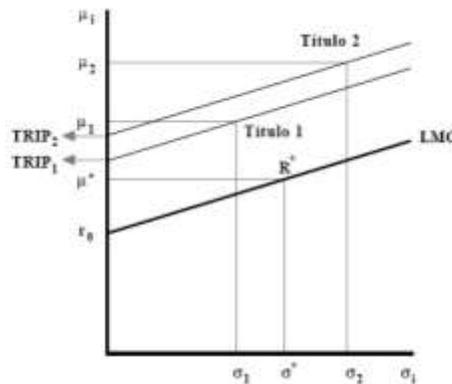


Figura 10

Esto naturalmente no tiene por qué ser así para todos los individuos, de hecho algunos preferirán, en función de su grado de aversión al riesgo, invertir toda su riqueza en título sin riesgo, mientras que otros lo harán en la cartera de mercado. El mercado se ha puesto de acuerdo, en premiar de esa manera la asunción de riesgos. Es decir, la sociedad en su conjunto premia la asunción de riesgos (totales) en términos de la pendiente de la LMC.

Como puede verse, el índice de Sharpe y la TRIP no pueden discrepar a la hora de juzgar un título o cartera como interesante, ya que ello exige para los dos criterios que el título o cartera en cuestión se sitúe por encima de la LMC. Sin embargo, pueden discrepar a la hora de jerarquizar el interés de los títulos o carteras analizados.

El hecho de elegir una medida u otra depende de lo que el analista considere más conveniente: si busca minimizar la probabilidad de obtener una rentabilidad inferior al tipo de interés sin riesgo optará por el índice de Sharpe; mientras que si considera más importante elegir aquellos títulos o carteras con una mayor rentabilidad garantizada, con una probabilidad que se considera suficiente, lo hará por la TRIP.

## **5.2. Índice de Treynor vs TRIP.**

El índice de Treynor valora los distintos títulos o carteras en función del premio por unidad de riesgo que otorgan a su propietario, considerando como relevante únicamente el riesgo sistemático. Como es sabido, el modelo propone que, en equilibrio, todos los títulos y carteras deberían cumplir la ecuación fundamental del CAPM, es decir, todos deberían situarse en la LMT:

$$\text{LMT: } \mu_i = r_0 + (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i$$

Es decir, según el modelo, el premio de rentabilidad por unidad de riesgo sistemático medido por beta debería ser  $(\mu^* - r_0)$ . El índice de Treynor mide el premio conseguido por los títulos o carteras por unidad de riesgo sistemático soportado, y considera que son interesantes aquellos títulos o carteras que presentan un premio mayor que el propuesto por el modelo.

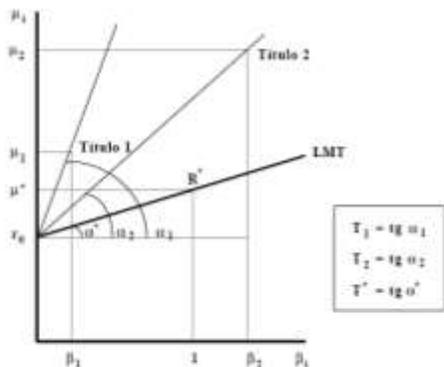


Figura 11

Como puede verse en la figura 11, el índice de Treynor mide, en el mapa m-b, la pendiente de la recta que une el tipo de interés sin riesgo con el comportamiento del título o cartera en cuestión, considerando que es interesante cuando bate al mercado. Serán interesantes, aquellos títulos o carteras que queden por encima de la LMT, lo cual es perfectamente coherente con lo propuesto por el CAPM.

Los dos criterios son consistentes a la hora de determinar los títulos y carteras interesantes: son todos aquellos que se sitúen por encima de la LMT. Pero pueden discrepar a la hora de jerarquizar, efectivamente, el índice de Treynor considera más interesantes aquellos títulos o carteras que, batiendo al mercado, conceden un mayor premio por unidad de riesgo sistemático. Mientras que la TRIP definida en este punto considera mejores aquellos que permiten conseguir una rentabilidad equivalente cierta.

**5.3. Índice de Jensen vs TRIP**

El índice de Jensen mide la diferencia que hay entre el exceso de rentabilidad ofrecido por el título o cartera analizado con respecto al título sin riesgo y el premio por riesgo que según el CAPM debería haber conseguido.

Tomando en cuenta la fórmula de CPM y haciéndole ciertos cambios la rentabilidad promedio asociada al título. Puede presentarse de manera más clara:

$$J_i = \mu_i - [r_0 + (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i]$$

Las únicas diferencias entre ambos criterios son puramente formales, en el sentido de que el índice de Jensen incorpora directamente la comparación con el mercado y la TRIP debe compararse con el tipo sin riesgo, siendo mejores los títulos y carteras que presenten una mayor diferencia (positiva) con él; y por otro lado, el índice de Jensen mide la diferencia en el propio punto, mientras que la TRIP lo hace en el eje de ordenadas. Es decir, los dos criterios son conceptualmente idénticos, por lo que podríamos decir que la TRIP no aporta nada sobre el índice de Jensen, simplemente nos permite realizar una interpretación de lo que estamos haciendo, coherente con el concepto de equivalente cierto.

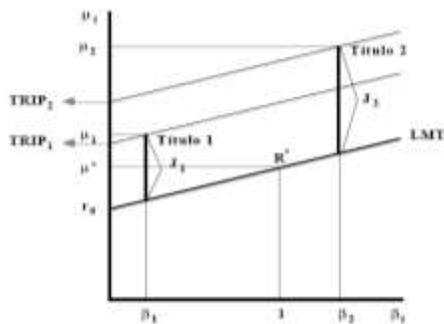


Figura 13

En la figura 13 se muestra lo dicho anteriormente.

#### 5.4. Índice de Jensen relativizado por beta vs TRIP.

El índice de Jensen relativizado por beta coincide con la diferencia entre los índices de Treynor del título o cartera analizado y el mercado. Efectivamente, el índice de Jensen dividido por beta trata de relativizar la información dada por el

índice de Jensen, haciendo que la diferencia entre el premio que el título da y el que debería haber dado se vea relativizada por el riesgo sistemático asumido. Veámoslo matemáticamente:

$$J_i = (\mu_i - r_0) - (\mu^* - r_0) \cdot \beta_i$$

$$\frac{J_i}{\beta_i} = \frac{\mu_i - r_0}{\beta_i} - \frac{(\mu^* - r_0) \cdot \beta_i}{\beta_i} = \frac{\mu_i - r_0}{\beta_i} - \frac{\mu^* - r_0}{1} = T_i - T^*$$

El índice de Treynor mide la pendiente de la recta que nace del tipo de interés sin riesgo y pasa por el comportamiento, en términos de m-b, del título o cartera analizada. Por lo tanto, lo único que aporta el índice de Jensen relativizado por beta frente al de Treynor es realizar la comparación entre el comportamiento del título o cartera analizado y el mercado, dándonos la diferencia de pendiente existente entre ambos.

## **6. UN INTENTO DE LIGAR EL PARAMETRO DE PENALIZACIÓN DE LA TRIP COHERENTE CON TREYNOR (MAPA) CON LA IDEA DE MINIMO GARANTIZADO.**

Es fácil ligar el índice de Sharpe con la TRIP, interpretando la pendiente de la LMC como el parámetro de penalización “t”, que fijaría para este último criterio el nivel de garantía que sería aceptable por el analista. También en el caso del índice de Treynor la ligazón con el concepto de equivalente cierto que se encuentra detrás de la TRIP es sencilla, pero en este caso perdemos la interpretación propuesta por TRIP para el parámetro de penalización t’. Y la diferencia entre los índices de Treynor y Jensen sería la que existe entre el índice de Sharpe y la TRIP en su versión primigenia (en el mapa m-s, donde el parámetro “t” coincide con la pendiente de la LMC).

En este punto se estudiara la interpretación de la pendiente de la LMT en términos de sus implicaciones para el riesgo total, y por tanto, del nivel de garantía exigido implícitamente en el índice de Jensen (o en la TRIP definida de manera coherente con el índice de Treynor).

Al aplicar el concepto TRIP a un título o cartera, lo que hacemos es:

$$TRIP_i = \mu_i - t' \cdot \beta_i$$

$$TRIP_i = \mu_i - (\mu^* - r_0) \cdot \rho_{i,m} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma^*}$$

$$TRIP_i = \mu_i - \frac{\mu^* - r_0}{\sigma^*} \cdot \rho_{i,m} \cdot \sigma_i$$

La penalización es igual que en el caso de la TRIP propuesta anteriormente con el índice de Sharpe, salvo que ahora el parámetro “t” se ve multiplicado por una cifra  $\rho_{i,m}$ , evidentemente menor o igual que la unidad en términos absolutos. Significa que:

- En primer lugar, que supuesta correlación positiva entre el título y el mercado, la penalización entendida como nivel de garantía exigido va a ser tanto menor cuanto menor sea la relación entre el título y el mercado, la penalización coincidiría con la de la TRIP coherente con el índice de Sharpe. Y si la relación fuera negativa, la penalización sería negativa, es decir, el equivalente cierto sería superior a la rentabilidad esperada.

- En segundo lugar, que la garantía exigida a cada título ya no es la misma, sino que depende de la cantidad de riesgo sistemático asociado al título. Pero podemos siempre interpretar el parámetro de penalización en términos de nivel de garantía exigido. En general, a mayor “t” mayor nivel de garantía; ahora, supuesta una “t” dada por la pendiente de la LMC, el CAPM lo que haría sería relativizar ese nivel de garantía en función del grado de relación con el mercado.

## CONCLUSIÓN

Para terminar el estudio del APT sería preciso realizar un proceso de regresión cross - seccional similar al realizado en el CAPM, sin embargo diferentes motivos me impulsan a no seguir adelante: Así sabemos que existen dificultades econométricas; otro problema es si procedemos o no a la rotación, si no lo hacemos los factores son difícilmente interpretables, si lo hacemos perdemos una serie de propiedades que pueden ser importantes. Pero lo más desalentador son los resultados, pues el primer factor nos lleva al CAPM y los cuatro factores restantes quedan lejos de alcanzar la explicación del primero, ganando así mucho en complejidad y poco en explicación.

De todo lo anterior puede colegirse que el CAPM da resultados desiguales en la bolsa española, al menos a la vista de estos estudios; careciendo de interés para el caso de datos diarios, lo que puede justificarse por el hecho de que la bolsa española no es tan rápida como para ajustarse diariamente. También puede influir el que el mercado continuo se ha tomado en sus inicios, faltándole el necesario rodaje.

El modelo de mercado da en todos los casos resultados bastante satisfactorios y similares al del primer factor del modelo factorial. El resto de los factores son escasamente relevantes, lo que no anima a continuar con el estudio del APT.

En primer lugar, y como ya quedaba explicitado en un artículo anterior (Gómez-Bezares, 1.990a), puede observarse cómo la utilización de la “cartera no ponderada” como aproximación a la cartera de mercado mejora el modelo de mercado si lo comparamos con el obtenido utilizando la “cartera ponderada”.

Diferencias más importantes se obtienen en el CAPM. Así, puede verse cómo el resultado mejor corresponde a la “cartera no ponderada”, seguida de la “cartera

factor” y dejando en último lugar a la “cartera ponderada”. Ello parece deberse a que la “cartera no ponderada” ha resultado ser más eficiente<sup>3</sup> ex-post que la “factor”, y ésta más que la “ponderada”.

Es evidente que la especulación tiene efectos positivos sobre la economía, así como que se puede prestar a abusos. Será bueno que los poderes públicos frenen esos abusos, para que quede sólo el efecto positivo; pero todo no puede ser regulado, por lo que será fundamental que los individuos hagan una valoración ética de sus conductas. Un tema que se puede plantear desde la Administración es el socializar una parte de las ganancias de los especuladores (con impuestos especiales u otros procedimientos). En el caso de la Bolsa supongo que un trato discriminatorio sería perjudicial, pero esto podría ser objeto de otro trabajo. En todo caso me parece claro que un individuo puede verse impulsado a devolver sus ganancias a la sociedad por su ideal ético.

Como podemos comprobar, a la luz de los resultados propuestos, las ventajas de la diversificación internacional parecen comunes para los dos inversores analizados, aunque con diferencias según los periodos. De todos modos, en aras a reforzar estas ventajas, queremos concluir este artículo con un gráfico en el que recogemos el interés de poder llegar a planteamientos de composiciones de carteras en los que sean posibles las ventas en corto.

El objetivo del artículo radica en presentar y justificar el interés de una medida alternativa a las utilizadas tradicionalmente a la hora de evaluar la *performance* de títulos y carteras (y fondos) en bolsa. En lo que se refiere a la coherencia del criterio TRIP con las medidas clásicas de *performance*, hemos comprobado que es total a la hora de determinar si el título o cartera bate o no al mercado, pero pueden aparecer discrepancias entre las jerarquizaciones dadas por los diferentes criterios, y entre éstos y la TRIP.