

SERIES DE TIEMPO EMPLEANDO EXCEL Y GRAPH

1) DEFINICIÓN

Las series de tiempo llamadas también series cronológicas o series históricas son un conjunto de datos numéricos que se obtienen en períodos regulares y específicos a través del tiempo, los tiempos pueden ser en años, meses, semanas, días o otra unidad adecuada al problema que se esté trabajando. Ejemplos de series de tiempo son: Ventas mensuales de un producto en una empresa, producción total anual de petróleo en Ecuador durante un cierto número años o las temperaturas anunciadas cada hora por el meteorólogo para un aeropuerto.

Matemáticamente, una serie de tiempo se define por los valores Y_1, Y_2, Y_3, \dots de una variable Y (ventas mensuales, producción total, etc.) en tiempos t_1, t_2, t_3, \dots . Si se reemplaza a X por la variable tiempo, estas series se definen como distribuciones de pares ordenados (X, Y) en el plano cartesiano, siendo Y una función de X ; esto se denota por:

$$Y = f(t) \rightarrow Y = f(X)$$

El principal objetivo de las series de tiempo es hacer proyecciones o pronósticos sobre una actividad futura, suponiendo estables las condiciones y variaciones registradas hasta la fecha, lo cual permite planear y tomar decisiones a corto o largo plazo. Después, con base en esa situación ideal, que supone que los factores que influyeron en la serie en el pasado lo continuarán haciendo en el futuro, se analizan las tendencias pasadas y el comportamiento de las actividades bajo la influencia de ellas; por ejemplo, en la proyección de ventas de un producto o de un servicio de una empresa se calculan los posibles precios, la reacción del consumidor, la influencia de la competencia, etc.

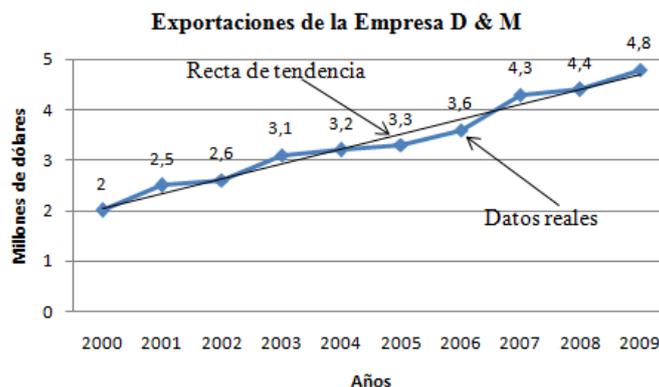
2) MOVIMIENTOS O COMPONENTES

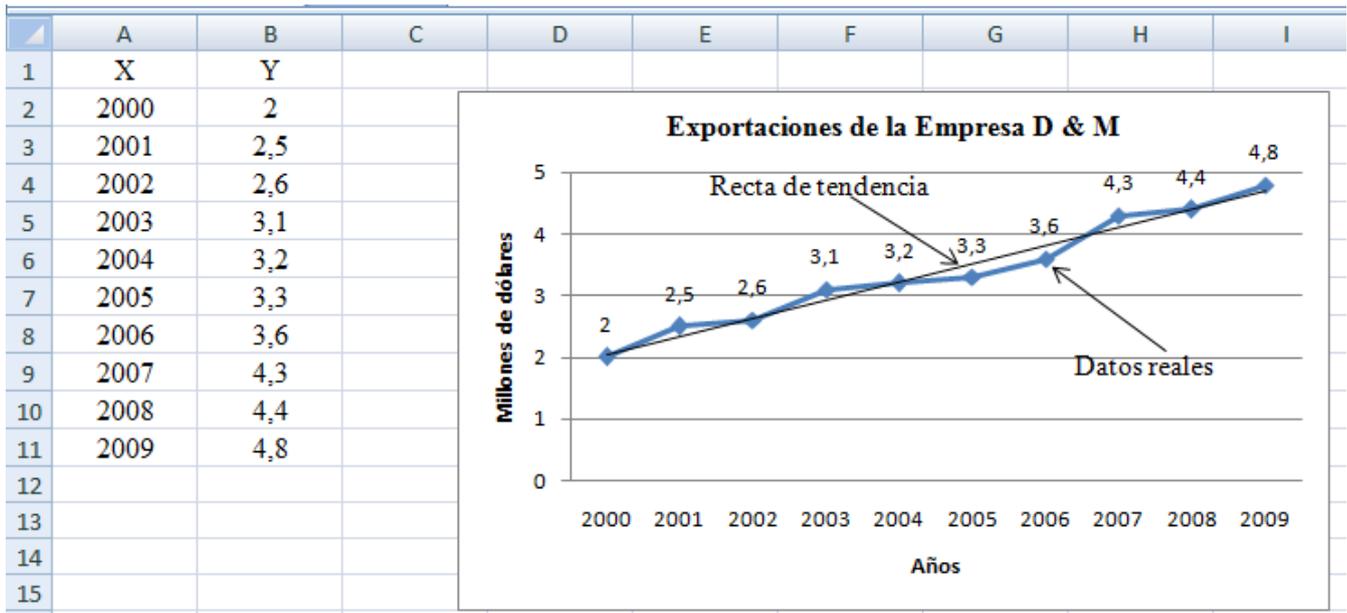
El modelo clásico o de descomposición, considera que los datos de series de tiempo están compuestas de los siguientes cuatro patrones básicos:

2.1) TENDENCIA SECULAR

La tendencia secular o simplemente tendencia, son movimientos o variaciones continuas de la variable de modo uniforme y suave, por encima o por debajo, que se observan en el largo plazo durante un período de longitud prolongada. Representan el comportamiento predominante o dirección general de la serie de tiempo como ascendente o descendente. La gráfica de la tendencia suele ser una curva suave y aun una línea recta que muestra la tendencia de las variaciones. Ejemplos de tendencia secular son las ventas, exportaciones, producción y el empleo.

La siguiente gráfica muestra la tendencia de exportaciones de la Empresa D & M en período 2000-2009. Aunque los datos muestran ciertas variaciones están por encima y por debajo de la recta de tendencia, la tendencia secular es ascendente.

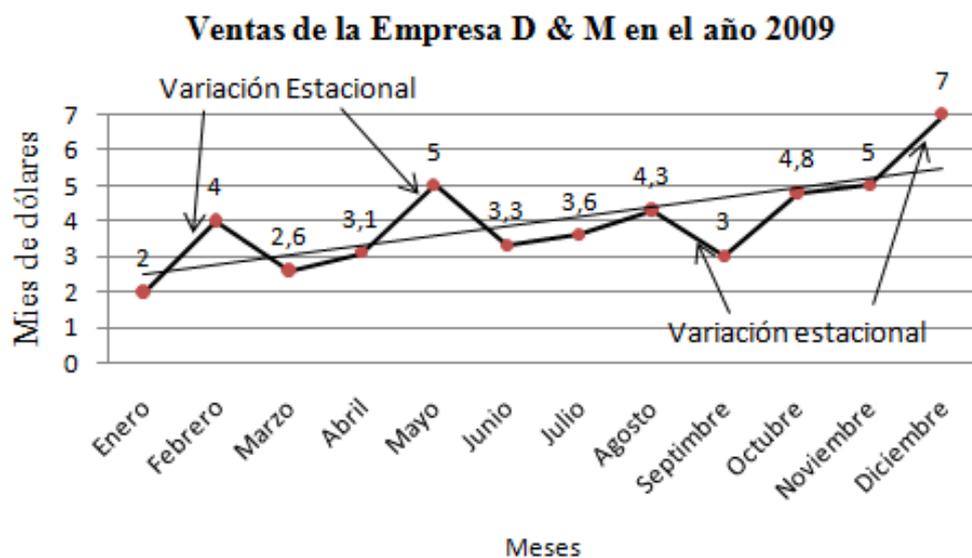




2.2) MOVIMIENTOS ESTACIONALES

Representa un movimiento periódico que se producen en forma similar cada año por la misma época, en correlación con los meses o con las estaciones del año y aun con determinadas fechas. Si los sucesos no se repiten anualmente, los datos deben recolectarse trimestral, mensual o incluso semanalmente. Ejemplos de movimientos estacionales son la variación de precios de ciertos productos, incremento de ventas de juguetes y disminución de ventas de útiles Navidad, incremento de ventas de flores por el día del amor y la amistad, etc.

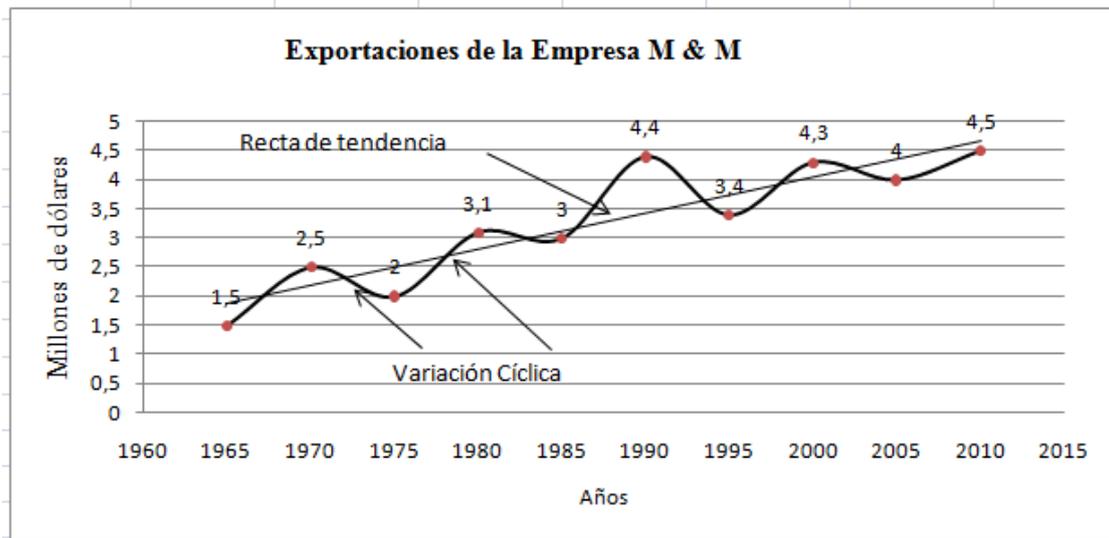
A continuación se muestra un ejemplo de gráfica que representa este tipo de movimientos estacionales:



2.3) MOVIMIENTOS CÍCLICOS

Son variaciones hacia arriba y hacia abajo de la tendencia que se presentan cada cierto número de intervalos, en forma periódica de manera ondular a modo de oscilaciones más o menos regulares durante un período relativamente prolongado, que por lo general abarca tres o más años de duración. La producción, empleo, promedio industrial, etc. son ejemplos de este tipo de movimientos.

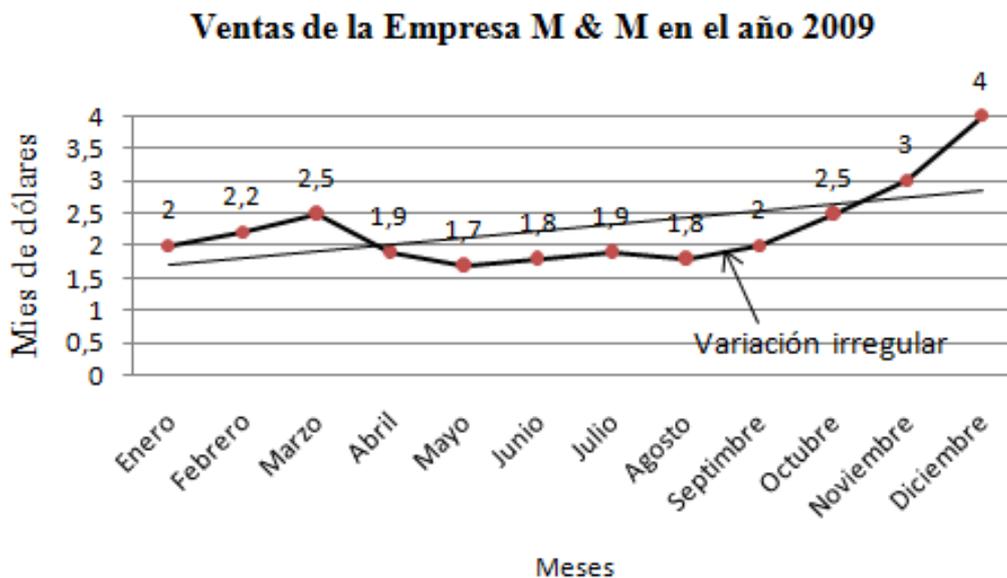
A continuación se muestra un ejemplo de gráfica que representa este tipo de movimientos cíclicos:



2.4) MOVIMIENTOS IRREGULARES O ALEATORIOS

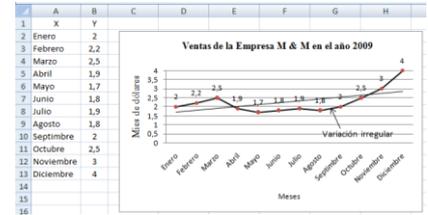
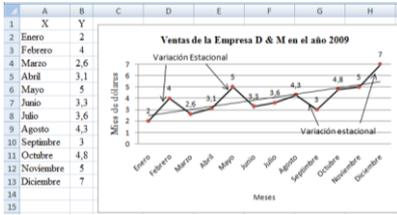
Son aquellas variaciones producidas por sucesos de ocurrencia imprevisible o accidental que producen movimientos sin un patrón discernible; así por ejemplo, las exportaciones de una empresa pueden ser afectadas por sucesos inusuales no previsible tales como huelgas, guerras, terremotos, inundaciones, etc. Estas variaciones irregulares son de corta duración y de magnitud muy variable.

A continuación se muestra un ejemplo de gráfica que representa este tipo de movimientos irregulares:



TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

- 1) Realice un organizador gráfico sobre las series de tiempo.
- 2) Elabore empleando Excel las gráficas de los ejemplos presentados en los movimientos estacionales, cíclicos e irregulares.



- 3) Cree y elabore una gráfica que represente a cada uno de los movimientos de las series de tiempo de manera manual y empleando Excel.

3) MODELOS DE SERIES DE TIEMPO

Son expresiones matemáticas de relación entre los movimientos de tendencia secular (T), movimientos cíclicos (C), movimientos estacionales (E) y movimientos irregulares (I) que generan la variable Y. Hay dos modelos para la definición de Y, los cuales son:

3.1) MODELO MULTIPLICATIVO

En el que Y queda definida por el producto de las variaciones.

$$Y = T \cdot C \cdot E \cdot I$$

3.2) MODELO ADITIVO

En el que Y queda definida por la suma de las variaciones.

$$Y = T + C + E + I$$

En el modelo multiplicativo, las variaciones se expresan en términos relativos o porcentuales de la tendencia, en tanto que en el modelo aditivo las variaciones se expresan como residuos en las mismas unidades originales. El modelo aditivo sufre el supuesto irreal de que los movimientos o componentes son independientes uno de otro, algo que difícilmente se da en el caso de la vida real. El modelo multiplicativo supone que los movimientos o componentes interactúan entre sí y no se mueven independientemente, por lo que este modelo es más utilizado que el aditivo. Sin embargo, el criterio fundamental que se debe seguir en el caso de una situación dada es emplear el modelo que mejor se ajuste a los datos.

4) MÉTODOS DE SUAVIZAMIENTO Y PRONÓSTICO

Estos métodos eliminan las fluctuaciones aleatorias de la serie de tiempo, proporcionando datos menos distorsionados del comportamiento real de misma.

4.1) MÉTODO DE LOS PROMEDIOS MÓVILES

El movimiento medio de orden N de una serie de valores $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ se define por la sucesión de valores correspondientes a las medias aritméticas:

$$\frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_N}{N}; \frac{Y_2 + Y_3 + \dots + Y_{N+1}}{N}; \frac{Y_3 + Y_4 + \dots + Y_{N+2}}{N}; \dots$$

Por ejemplo: Dados los valores 4, 6, 8, 10, 12 tendríamos para el movimiento medio de orden 2

$$\frac{4 + 6}{2}; \frac{6 + 8}{2}; \frac{8 + 10}{2}; \frac{10 + 12}{2}$$

O sea los valores 5; 7; 9; 11

Para el movimiento medio de orden 3 se tiene la serie

$$\frac{4 + 6 + 8}{3}; \frac{6 + 8 + 10}{3}; \frac{8 + 10 + 12}{3}$$

O sea los valores 6; 8; 10

Para el movimiento de orden 4

$$\frac{4 + 6 + 8 + 10}{4}; \frac{6 + 8 + 10 + 12}{4}$$

O sea los valores 7, 12

Nota:

Utilizando adecuadamente estos movimientos medios se eliminan los movimientos o variaciones estacionales, cíclicas e irregulares, quedando sólo el movimiento de tendencia. Este método presenta el inconveniente de que se pierden datos iniciales y finales de la serie original. También se puede observar que a medida que N crece, la cantidad de nuevos datos se reduce.

*Si se emplean medias aritméticas ponderadas en el método de los promedios móviles, el método toma de nombre **Promedios Móviles Ponderados de Orden N**.*

Ejemplo ilustrativo

Con los siguientes datos acerca de la ventas en miles de dólares de la Empresa D & M durante los últimos 3 años tomados en períodos de trimestres:

Trimestre	Ventas
1	12
2	16
3	20
4	34
5	23
6	19
7	20
8	35
9	11
10	19
11	24
12	36

- 1) Suavizar los datos empleando el método de los promedios móviles de orden 3 (longitud de 3 períodos).
- 2) Pronosticar las ventas para el trimestre número 13.
- 3) Suponga que para el Gerente de Ventas la última venta realizada es el doble de importante que la penúltima, y la antepenúltima venta tiene la mitad de importancia que la penúltima. Realizar el pronóstico de ventas para el trimestre número 13 empleando el método de los promedios móviles ponderados de orden 3.
- 4) Elaborar un gráfico en el que consten las ventas y los promedios móviles (ventas suavizadas).

Solución:

- 1) El cálculo de los promedios móviles de orden 3 se presentan en la siguiente tabla:

Trimestre	Ventas	Pronóstico (Promedios móviles)
1	12	
2	16	$(12+16+20)/3 = 16,00$
3	20	$(16+20+34)/3 = 23,33$
4	34	$(20+34+23)/3 = 25,67$
5	23	$(34+23+19)/3 = 25,33$
6	19	$(23+19+20)/3 = 20,67$
7	20	$(19+20+35)/3 = 24,67$
8	35	$(20+35+11)/3 = 22,00$
9	11	$(35+11+19)/3 = 21,67$
10	19	$(11+19+24)/3 = 18,00$
11	24	$(19+24+36)/3 = 26,33$
12	36	

Empleando Excel se muestra en la siguiente figura:

	A	B	C	D
1	Trimestre	Ventas	Pronóstico (Promedios móviles)	
2	1	12		
3	2	16	16,00	=PROMEDIO(B2:B4)
4	3	20	23,33	=PROMEDIO(B3:B5)
5	4	34	25,67	=PROMEDIO(B4:B6)
6	5	23	25,33	=PROMEDIO(B5:B7)
7	6	19	20,67	=PROMEDIO(B6:B8)
8	7	20	24,67	=PROMEDIO(B7:B9)
9	8	35	22,00	=PROMEDIO(B8:B10)
10	9	11	21,67	=PROMEDIO(B9:B11)
11	10	19	18,00	=PROMEDIO(B10:B12)
12	11	24	26,33	=PROMEDIO(B11:B13)
13	12	36		

2) El último valor del promedio móvil, que en este ejemplo es 26,33, representa el pronóstico de las ventas para el trimestre número 13, y teóricamente para todo trimestre futuro.

3) Para resolver lo planteado se toma en cuenta las 3 últimas ventas con sus respectivos pesos o ponderaciones. Estos datos se presentan en la siguiente tabla:

Trimestre	Ventas	Pesos (w)
10	19	0,5
11	24	1
12	36	2

Reemplazando valores en la fórmula de la media aritmética ponderada se obtiene:

$$\text{Pronóstico} = \bar{x} = \frac{w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + w_3 \cdot x_3 + \dots + w_k \cdot x_k}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_k} = \frac{\sum w \cdot x}{\sum w}$$

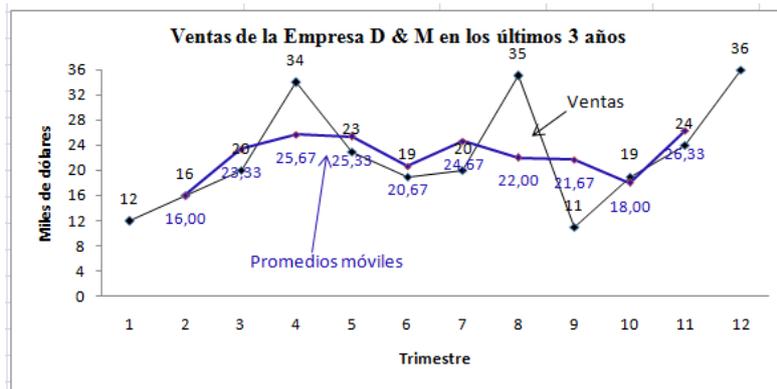
$$\text{Pronóstico} = \frac{0,5 \cdot 19 + 1 \cdot 24 + 2 \cdot 36}{0,5 + 1 + 2} = \frac{105,5}{3,5} = 30,14$$

El valor 30,14 es el pronóstico de ventas para el trimestre número 13.

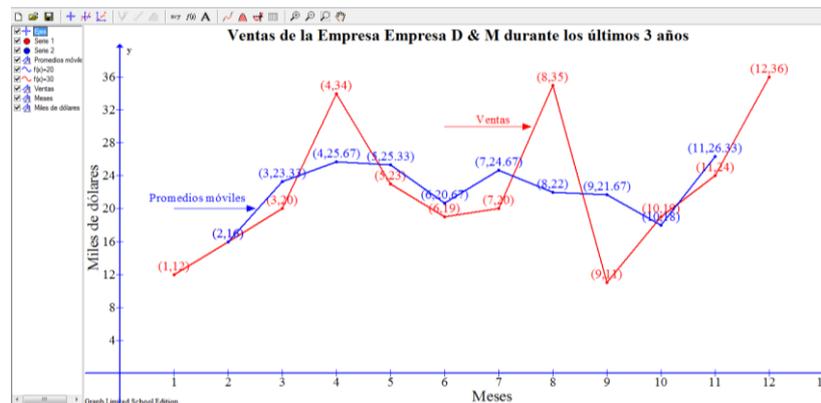
Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F
1	Trimestre	Ventas	Pesos (w)			
2	10	19	0,5			
3	11	24	1			
4	12	36	2			
5						
6	Pronóstico	30,143	=SUMAPRODUCTO(C2:C4;B2:B4)/SUMA(C2:C4)			

4) El gráfico en el que constan las ventas y los promedios móviles se muestra en la siguiente figura elaborado empleando Excel:



Empleando Graph se muestra en la siguiente figura:



4.2) SUAVIZACIÓN EXPONENCIAL

Este método contiene un mecanismo de autocorrección que ajusta los pronósticos en dirección opuesta a los errores pasados. Es un caso particular de promedios móviles ponderados de los valores actuales y anteriores en el cual las ponderaciones disminuyen exponencialmente. Se emplea tanto para suavizar como para realizar pronósticos. Se emplea la siguiente fórmula:

$$Y_{t+1} = \alpha \cdot X_t + (1 - \alpha) \cdot Y_t$$

Donde:

Y_{t+1} = pronóstico para cualquier período futuro.

α = constante de suavización, a la cual se le da un valor entre 0 y 1.

X_t = valor real para el período de tiempo.

Y_t = pronóstico hecho previamente para el período de tiempo

Cuando exista menos dispersión en los datos reales respecto a los datos pronosticados entonces será más confiable el método empleado. Para saber cuán preciso es el método empleado en la realización del pronóstico se utiliza la siguiente fórmula del **cuadrado medio del error (CME)** como *indicador de precisión del pronóstico*:

$$CME = \frac{\sum(Y_t - X_t)^2}{n}$$

Siendo n el número de errores

Ejemplo ilustrativo

Con los siguientes datos acerca de la ventas en miles de dólares de la Empresa D & M durante los últimos 12 meses:

Meses	Ventas
Septiembre	6
Octubre	7
Noviembre	6
Diciembre	12
Enero	7
Febrero	10
Marzo	6
Abril	4
Mayo	9
Junio	7
Julio	8
Agosto	6

- 1) Suavizar los datos empleando el método de suavización exponencial con $\alpha = 0,5$. Pronosticar las ventas para el mes de septiembre. Calcular el cuadrado medio del error. Elaborar un gráfico en el que consten las ventas y los pronósticos.
- 2) Suavizar los datos empleando el método de los promedios móviles de orden 3. Pronosticar las ventas para mes de septiembre. Calcular el cuadrado medio del error. Elaborar un gráfico en el que consten las ventas y los promedios móviles.
- 3) ¿Qué método es el más preciso?

Solución:

1) Realizando los cálculos se suavizamiento se obtienen los resultados respectivos de pronóstico, los cuales se presentan en la siguiente tabla:

Meses	Ventas (X_t)	Pronóstico con $\alpha = 0,5$ $Y_{t+1} = \alpha \cdot X_t + (1 - \alpha) \cdot Y_t$	
Septiembre	6		
Octubre	7	$Y_{Oct.} = X_{Sep.} = 6$	
Noviembre	6	$Y_{Nov.} = \alpha \cdot X_{Oct.} + (1 - \alpha) \cdot Y_{Oct.} = 0,5 \cdot 7 + (1 - 0,5) \cdot 6$	= 6,5
Diciembre	12	$Y_{Dic.} = \alpha \cdot X_{Nov.} + (1 - \alpha) \cdot Y_{Nov.} = 0,5 \cdot 6 + (1 - 0,5) \cdot 6,5$	= 6,25
Enero	7	$Y_{Ene.} = \alpha \cdot X_{Dic.} + (1 - \alpha) \cdot Y_{Dic.} = 0,5 \cdot 12 + (1 - 0,5) \cdot 6,25$	= 9,125
Febrero	10	$Y_{Feb.} = \alpha \cdot X_{Ene.} + (1 - \alpha) \cdot Y_{Ene.} = 0,5 \cdot 7 + (1 - 0,5) \cdot 9,125$	= 8,063
Marzo	6	$Y_{Mar.} = \alpha \cdot X_{Feb.} + (1 - \alpha) \cdot Y_{Feb.} = 0,5 \cdot 10 + (1 - 0,5) \cdot 8,063$	= 9,032
Abril	4	$Y_{Abr.} = \alpha \cdot X_{Mar.} + (1 - \alpha) \cdot Y_{Mar.} = 0,5 \cdot 6 + (1 - 0,5) \cdot 9,032$	= 7,516
Mayo	9	$Y_{May.} = \alpha \cdot X_{Abr.} + (1 - \alpha) \cdot Y_{Abr.} = 0,5 \cdot 4 + (1 - 0,5) \cdot 7,516$	= 5,758
Junio	7	$Y_{Jun.} = \alpha \cdot X_{May.} + (1 - \alpha) \cdot Y_{May.} = 0,5 \cdot 9 + (1 - 0,5) \cdot 5,758$	= 7,379
Julio	8	$Y_{Jul.} = \alpha \cdot X_{Jun.} + (1 - \alpha) \cdot Y_{Jun.} = 0,5 \cdot 7 + (1 - 0,5) \cdot 7,379$	= 7,189
Agosto	6	$Y_{Agt.} = \alpha \cdot X_{Jul.} + (1 - \alpha) \cdot Y_{Jul.} = 0,5 \cdot 8 + (1 - 0,5) \cdot 7,189$	= 7,595
		$Y_{t+1} = \alpha \cdot X_{Agt.} + (1 - \alpha) \cdot Y_{Agt.} = 0,5 \cdot 6 + (1 - 0,5) \cdot 7,595$	= 6,798

Observando la tabla anterior se tiene que el pronóstico de ventas para el mes de septiembre es de 6,798, o para cualquier período futuro, ya que los datos no presentan una tendencia sino que se supone que varían o fluctúan a largo plazo alrededor de este valor promedio.

Calculando el cuadrado medio del error se obtienen los siguientes resultados, los cuales se presentan en la siguiente tabla:

Meses	Ventas (X _t)	Pronóstico Y _t	Error (Y _t - X _t) ²
Septiembre	6		
Octubre	7	6	1
Noviembre	6	6,5	0,25
Diciembre	12	6,25	33,063
Enero	7	9,125	4,516
Febrero	10	8,063	3,752
Marzo	6	9,032	9,193
Abril	4	7,516	12,362
Mayo	9	5,758	10,511
Junio	7	7,379	0,144
Julio	8	7,189	0,658
Agosto	6	7,595	2,544
		Total	77,993

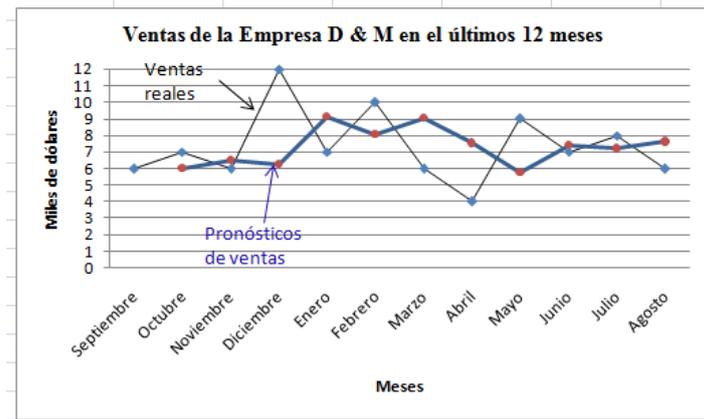
Aplicando la fórmula se obtiene el cuadrado medio del error:

$$CME = \frac{\sum(Y_t - X_t)^2}{n} = \frac{77,993}{11} = 7,09$$

Los cálculos realizados en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F
1	Meses	Ventas (X _t)	Pronóstico con α=0,5	Y _{t+1} = α · X _t + (1 - α) · Y _t	Error	(Y _t - X _t) ²
2	Septiembre	6				
3	Octubre	7	6,000	=B2	1,000	=(B3-C3)^2
4	Noviembre	6	6,500	=B\$15*B3+(1-B\$15)*C3	0,250	=(B4-C4)^2
5	Diciembre	12	6,250	=B\$15*B4+(1-B\$15)*C4	33,063	=(B5-C5)^2
6	Enero	7	9,125	=B\$15*B5+(1-B\$15)*C5	4,516	=(B6-C6)^2
7	Febrero	10	8,063	=B\$15*B6+(1-B\$15)*C6	3,754	=(B7-C7)^2
8	Marzo	6	9,031	=B\$15*B7+(1-B\$15)*C7	9,188	=(B8-C8)^2
9	Abril	4	7,516	=B\$15*B8+(1-B\$15)*C8	12,360	=(B9-C9)^2
10	Mayo	9	5,758	=B\$15*B9+(1-B\$15)*C9	10,512	=(B10-C10)^2
11	Junio	7	7,379	=B\$15*B10+(1-B\$15)*C10	0,144	=(B11-C11)^2
12	Julio	8	7,189	=B\$15*B11+(1-B\$15)*C11	0,657	=(B12-C12)^2
13	Agosto	6	7,595	=B\$15*B12+(1-B\$15)*C12	2,543	=(B13-C13)^2
14		Y _{t+1}	6,797	=B\$15*B13+(1-B\$15)*C13		
15	α	0,5		CME	7,090	=PROMEDIO(E3:E13)

La gráfica de las ventas y los pronósticos con el método de suavización exponencial elaborada en Excel se muestra en la siguiente figura:



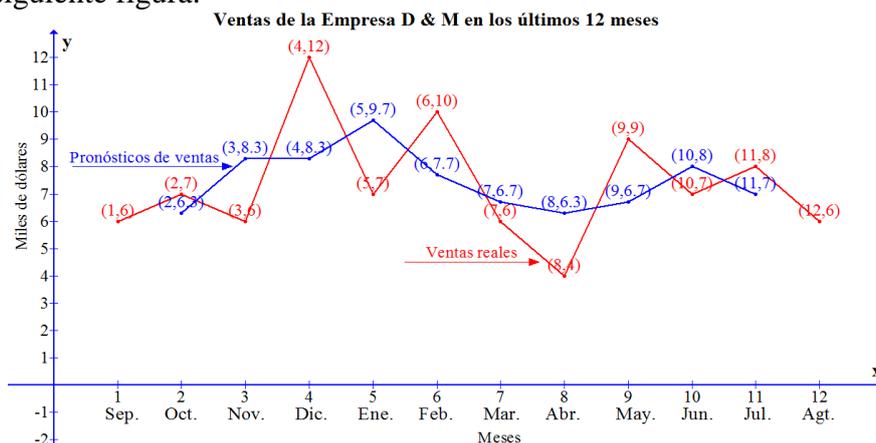
2) Suavizando los datos empleando el método de los promedios móviles de orden 3 elaborado en Excel se muestra en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F
1	Meses	Ventas (X_t)	Pronósticos (promedios móviles)		Error	$(Y_t - X_t)^2$
2	Septiembre	6				
3	Octubre	7	6,333	=PROMEDIO(B2:B4)	0,444	=(B3-C3)^2
4	Noviembre	6	8,333	=PROMEDIO(B3:B5)	5,444	=(B4-C4)^2
5	Diciembre	12	8,333	=PROMEDIO(B4:B6)	13,444	=(B5-C5)^2
6	Enero	7	9,667	=PROMEDIO(B5:B7)	7,111	=(B6-C6)^2
7	Febrero	10	7,667	=PROMEDIO(B6:B8)	5,444	=(B7-C7)^2
8	Marzo	6	6,667	=PROMEDIO(B7:B9)	0,444	=(B8-C8)^2
9	Abril	4	6,333	=PROMEDIO(B8:B10)	5,444	=(B9-C9)^2
10	Mayo	9	6,667	=PROMEDIO(B9:B11)	5,444	=(B10-C10)^2
11	Junio	7	8	=PROMEDIO(B10:B12)	1,000	=(B11-C11)^2
12	Julio	8	7	=PROMEDIO(B11:B13)	1,000	=(B12-C12)^2
13	Agosto	6				
14				CME	4,522	=PROMEDIO(E3:E12)

Observando el gráfico anterior se tiene que el último pronóstico calculado es de 7, por lo que el pronóstico para septiembre es de 7.

Observando el gráfico anterior se tiene que el cuadrado medio del error es de 4,522.

La gráfica de las ventas y los pronósticos con el método de los promedios móviles elaborada en Graph se muestra en la siguiente figura:



3) Como CME en el método de suavización exponencial es de 7,09 y con el método de los promedios móviles es de 4,52, se concluye que el método de los promedios móviles es el más preciso para este ejemplo ilustrativo.

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

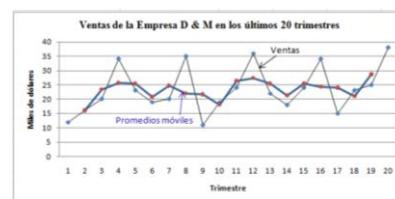
- 1) Realice un organizador gráfico sobre los modelos de series de tiempo.
- 2) Realice un organizador gráfico sobre los métodos de suavizamiento y pronóstico.
- 3) Con los siguientes datos acerca de la ventas en miles de dólares de la Empresa D & M durante los últimos 20 trimestres:

Trimestre	Ventas	Trimestre	Ventas
1	12	11	24
2	16	12	36
3	20	13	22
4	34	14	18
5	23	15	24
6	19	16	34
7	20	17	15
8	35	18	23
9	11	19	25
10	19	20	38

3.1) Suavice los datos empleando el método de los promedios móviles de orden 3 de manera manual y empleando Excel. Pronostique las ventas para el trimestre número 21.

28,67

3.2) Elaborar un gráfico en el que consten las ventas y los promedios móviles elaborado de manera manual y empleando Excel.



4) Cree y resuelva un ejercicio de aplicación de promedios móviles con datos reales sobre cualquier tema de su preferencia.

5) Con los siguientes datos acerca de la ventas en miles de dólares de la Empresa M & M durante los últimos 12 meses:

Meses	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Ventas (X_t)	5	6	7	9	8	12	7	10	7	8	11	8

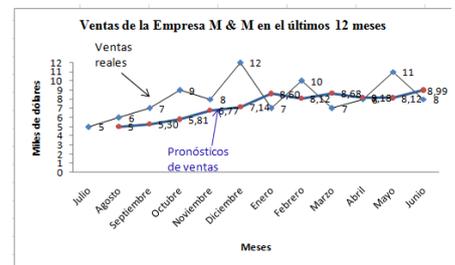
5.1) Suavice los datos utilizando el método de suavización exponencial con $\alpha = 3$ de manera manual y empleando Excel. Pronostique las ventas para el mes de julio.

8,7

5.2) Calcule el cuadrado medio del error del método anterior de manera manual y empleando Excel

5,2

5.3) Elabore un gráfico en el que consten las ventas y los pronósticos de suavización exponencial de manera manual y empleando Excel.



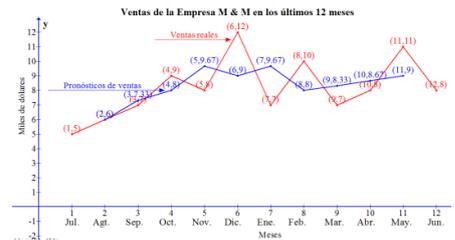
5.4) Suavice los datos empleando el método de los promedios móviles de orden 3 de manera manual y utilizando Excel. Pronosticar las ventas para mes de julio.

9

5.5) Calcular el cuadrado medio del error del método anterior de manera manual y utilizando Excel.

3,02

5.6) Elabore un gráfico en el que consten las ventas y los promedios móviles de manera manual y empleando Graph.



5.7) ¿Qué método es el más preciso para este ejercicio?

El método de los promedios móviles

6) Cree y resuelva un ejercicio similar al anterior (5,1 a 5.6) con datos reales sobre cualquier tema de su preferencia.

5) ANÁLISIS DE TENDENCIA

Es necesario describir la tendencia ascendente o descendente a largo plazo de una serie cronológica por medio de alguna línea, y la más adecuada será la que mejor represente los datos y sea útil para desarrollar pronósticos. Para lograr la estimación de la tendencia se utilizan con más frecuencia los siguientes métodos:

5.1) MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS

Este método ya se estudió en el capítulo anterior, en el que se indicó las formas para hallar la ecuación de una recta de mínimos cuadrados. Con esta recta se obtendrán los valores de tendencia.

Ejemplo ilustrativo:

Con los siguientes datos acerca de las ventas en millones de dólares de la Empresa M & M:

Año (X)	Ventas (Y)
1995	3,4
1996	3,1
1997	3,9
1998	3,3
1999	3,2
2000	4,3
2001	3,9
2002	3,5
2003	3,6
2004	3,7
2005	4
2006	3,6
2007	4,1
2008	4,7
2009	4,2
2010	4,5

- 1) Hallar la ecuación de tendencia por el método de los mínimos cuadrados.
- 2) Pronosticar la tendencia de exportación para el 2011.
- 3) Elaborar la gráfica para los datos y la recta de tendencia.

Solución:

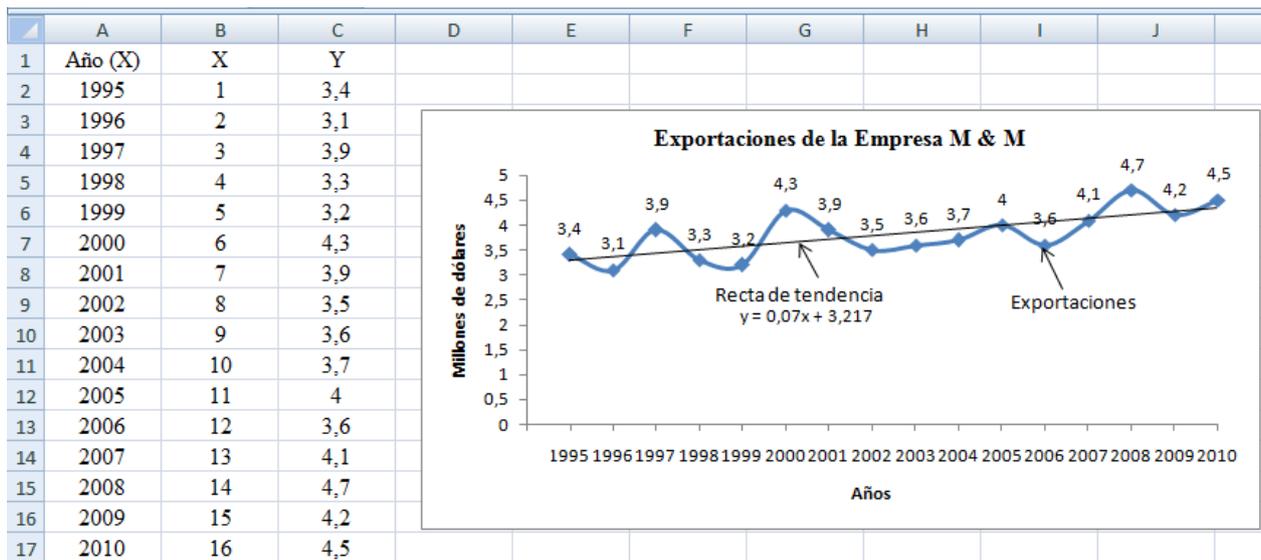
1) Para hallar la ecuación de tendencia por el método de los mínimos cuadrados se llena la siguiente tabla, codificando la numeración de los años 1995 como 1, 1996 como 2, y así consecutivamente para facilitar los cálculos.

Año (X)	X	Y	XY	X ²	Y ²
1995	1	3,4	3,40	1	11,56
1996	2	3,1	6,20	4	9,61
1997	3	3,9	11,70	9	15,21
1998	4	3,3	13,20	16	10,89
1999	5	3,2	16,00	25	10,24
2000	6	4,3	25,80	36	18,49
2001	7	3,9	27,30	49	15,21
2002	8	3,5	28,00	64	12,25
2003	9	3,6	32,40	81	12,96
2004	10	3,7	37,00	100	13,69
2005	11	4	44,00	121	16,00
2006	12	3,6	43,20	144	12,96
2007	13	4,1	53,30	169	16,81
2008	14	4,7	65,80	196	22,09
2009	15	4,2	63,00	225	17,64
2010	16	4,5	72,00	256	20,25
Total	136	61	542,3	1496	235,86

3) La gráfica de los datos y la recta de tendencia elaborada en Excel se muestran en la siguiente figura:



En Excel:



5.2) MÉTODO DE LOS SEMIPROMEDIOS

Este método se aplica con el objeto de simplificar los cálculos y consiste en:

- Agrupar los datos en dos grupos iguales
- Obtener el valor central (mediana) de los tiempos y la media aritmética de los datos de cada grupo, consiguiéndose así dos puntos de la recta de tendencia (X_1, Y_1) y (X_2, Y_2) .
- Estos valores se reemplazan en el siguiente sistema:

$$\begin{cases} Y_1 = a_0 + a_1 X_1 \\ Y_2 = a_0 + a_1 X_2 \end{cases}$$

d) Resolviendo el sistema se encuentran los valores de a_0 y a_1 , los cuales se reemplazan en la ecuación de la recta de tendencia, la cual es:

$$Y = a_0 + a_1 X$$

Con esta recta de tendencia se puede realizar pronósticos, los cuales son menos exactos que los obtenidos con el método de los mínimos cuadrados, sin embargo, su diferencia es mínima.

Ejemplo ilustrativo N° 1: Con los siguientes datos sobre las ventas en millones de dólares de la Empresa D & M

Año (X)	Ventas (Y)
2000	1,5
2001	1,8
2002	2
2003	1,5
2004	2,2
2005	2
2006	3
2007	2,8
2008	2,4
2009	2,9
2010	3

- 1) Hallar la ecuación de tendencia por el método de los semipromedios.
- 2) Pronosticar la tendencia de ventas para el 2011.
- 3) Elaborar la gráfica para los datos y la recta de tendencia.

Solución:

1) Se codifica la numeración de los años 2000 como 1, 2001 como 2, y así consecutivamente para facilitar los cálculos. Se agrupa en dos grupos iguales.

Año	X	Y	Valor central X	Semipromedio Y
2000	1	1,5	3	1,8
2001	2	1,8		
2002	3	2		
2003	4	1,5		
2004	5	2,2		
2005	6	2		
2006	7	3	9	2,82
2007	8	2,8		
2008	9	2,4		
2009	10	2,9		
2010	11	3		

El año 2005 se dejó por fuera para tener grupos con el mismo número de años. El valor central de 3 corresponde a la mediana del primer grupo 1, 2, 3, 4 y 5. El valor central de 9 corresponde a la mediana del segundo grupo 7, 8, 9, 10 y 11. El semipromedio 1,8 corresponden a la media aritmética del primer grupo. El semipromedio 2,82 corresponden a la media aritmética del segundo grupo. De esta manera se obtienen dos puntos (3, 1.8) y (9, 2.82) de la recta de tendencia.

Reemplazando los puntos en el siguiente sistema se obtiene:

$$\begin{cases} Y_1 = a_0 + a_1 X_1 \\ Y_2 = a_0 + a_1 X_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,8 = a_0 + 3a_1 \\ 2,82 = a_0 + 9a_1 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema empleando la regla de Cramer se obtiene:

$$a_0 = \frac{\Delta_{a_0}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 1,8 & 3 \\ 2,82 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{7,74}{6} = 1,29$$

$$a_1 = \frac{\Delta_{a_1}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1,8 \\ 1 & 2,82 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{1,02}{6} = 0,17$$

Como a_1 es positiva, la recta tiene una tendencia ascendente (pendiente positiva).

Reemplazando los valores calculados se tiene la recta de tendencia, la cual es:

$$Y = a_0 + a_1X$$

$$Y = 1,29 + 0,17X$$

2) Para pronosticar la tendencia de exportación para el 2011 se reemplaza $X = 12$ en la recta de tendencia, obteniendo el siguiente resultado:

$$Y = 1,29 + 0,17X$$

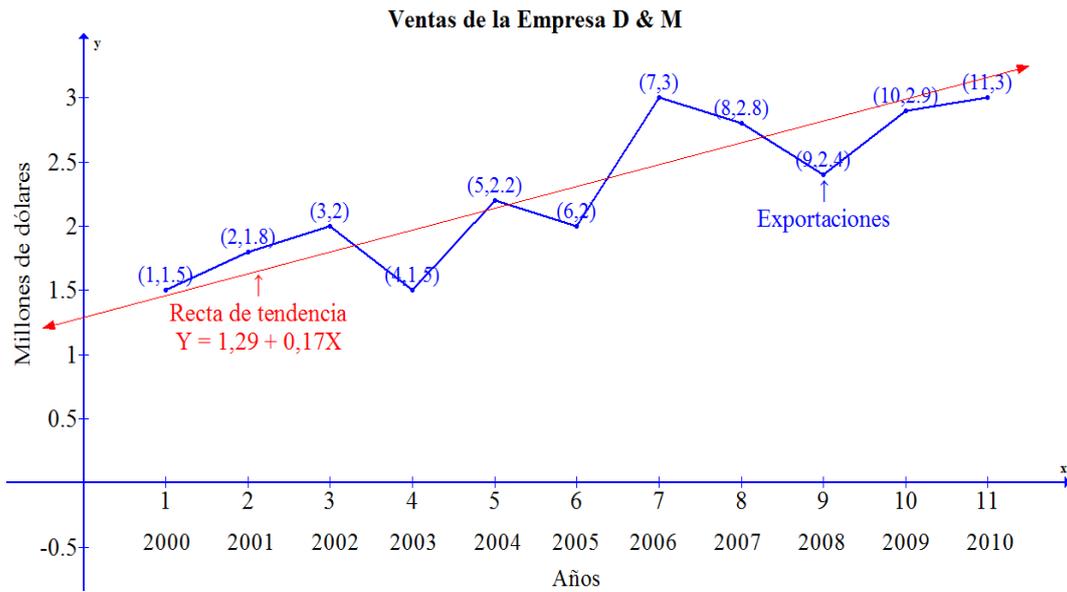
$$Y = 1,29 + 0,17 \cdot 12 = 3,33$$

Interpretación: Existe una tendencia ascendente a un cambio promedio de 0,17 millones de dólares por cada año, por lo que el Gerente de ventas de la empresa debe seguir aplicando las políticas necesarias para mantener la tendencia ascendente y mejorar la tasa de crecimiento.

Los cálculos realizados en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Año (X)	X	Y	Valor central X		Semipomedio Y		Pronóstico	
2	2000	1	1,5						
3	2001	2	1,8						
4	2002	3	2	3	=MEDIANA(B2:B6)	2	=PROMEDIO(C2:C6)		
5	2003	4	1,5						
6	2004	5	2,2						
7	2005	6	2						
8	2006	7	3						
9	2007	8	2,8						
10	2008	9	2,4	9	=MEDIANA(B8:B12)	2,82	=PROMEDIO(C8:C12)		
11	2009	10	2,9						
12	2010	11	3						
13	2011	12						3,33	=H19+H22*B13
14									
15		$Y = a_0 + a_1X$							
16	1,8	1	3		6	=MDETERM(B16:C17)			
17	2,82	1	9						
18									
19		1,80	3		7,74	=MDETERM(B19:C20)		1,29	=E19/E16
20		2,82	9						
21									
22		1	1,80		1,02	=MDETERM(B22:C23)		0,17	=E22/E16
23		1	2,82						

3) La gráfica de los datos y la recta de tendencia elaborada en Graph se muestran en la siguiente figura:



Ejemplo ilustrativo N° 2

Con los siguientes datos acerca de la ventas en miles de dólares de la Empresa D & M durante los últimos 12 meses:

Meses (X)	Ventas (Y)
Septiembre	6
Octubre	7
Noviembre	6
Diciembre	12
Enero	7
Febrero	10
Marzo	6
Abril	4
Mayo	9
Junio	7
Julio	8
Agosto	6

- 1) Hallar la ecuación de tendencia por el método de los semipromedios.
- 2) Pronosticar la tendencia de ventas para el mes de septiembre.
- 3) Elaborar la gráfica para los datos y la recta de tendencia.

Solución:

1) Se codifica la numeración de los años 2000 como 1, 2001 como 2, y así consecutivamente para facilitar los cálculos. Se agrupa en dos grupos iguales.

Meses (X)	X	Y	Valor central X	Semipromedio Y
Septiembre	1	6	3,5	8
Octubre	2	7		
Noviembre	3	6		
Diciembre	4	12		
Enero	5	7		
Febrero	6	10		
Marzo	7	6	9,5	6,667
Abril	8	4		
Mayo	9	9		
Junio	10	7		
Julio	11	8		
Agosto	12	6		

Reemplazando los valores centrales y los semipromedios puntos en el siguiente sistema se obtiene:

$$\begin{cases} Y_1 = a_0 + a_1X_1 \\ Y_2 = a_0 + a_1X_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 = a_0 + 3,5a_1 \\ 6,667 = a_0 + 9,5a_1 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema se obtiene:

$$a_0 = 8,778$$

$$a_1 = -0,222$$

Como a_1 es negativa, la recta tiene una tendencia descendente (pendiente negativa).

Reemplazando los valores calculados se tiene la recta de tendencia, la cual es:

$$Y = a_0 + a_1X$$

$$Y = 8,778 - 0,222X$$

2) Para pronosticar la tendencia de ventas para el mes de septiembre se reemplaza $X = 13$ en la recta de tendencia, obteniendo el siguiente resultado:

$$Y = 8,778 - 0,222X$$

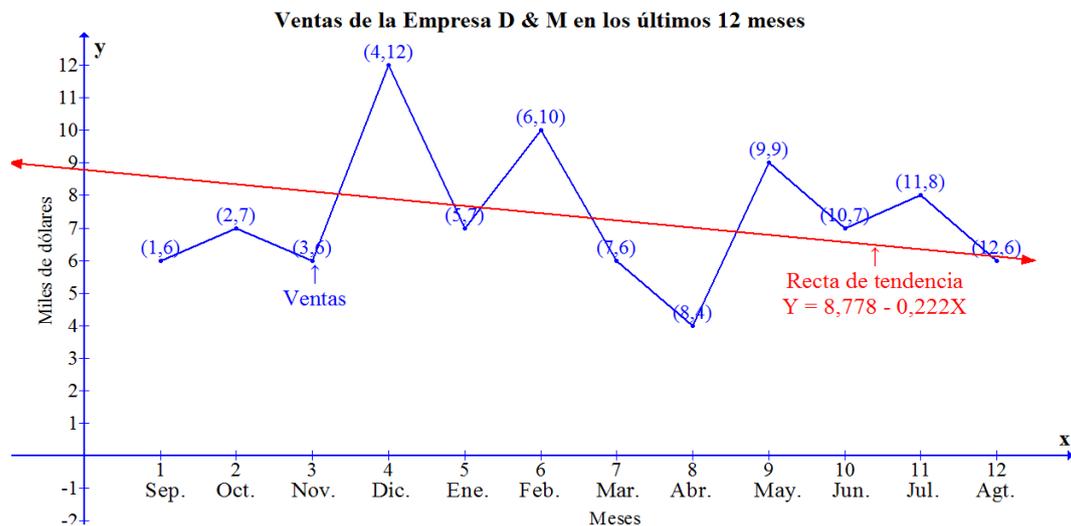
$$Y = 8,778 - 0,222 \cdot 13 = 5,89$$

Interpretación: Existe una tendencia descendente a un cambio promedio de 0,222 miles de dólares por cada mes, por lo que el Gerente de ventas de la empresa debe aplicar los correctivos pertinentes para salir de esta situación.

Los cálculos realizados en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
4	Noviembre	3	6						
5	Diciembre	4	12	3,5	=MEDIANA(B2:B7)	8	=PROMEDIO(C2:C7)		
6	Enero	5	7						
7	Febrero	6	10						
8	Marzo	7	6						
9	Abril	8	4						
10	Mayo	9	9						
11	Junio	10	7	9,5	=MEDIANA(B8:B13)	6,667	=PROMEDIO(C8:C13)		
12	Julio	11	8						
13	Agosto	12	6						
14	Septiembre	13						5,89	=I19+I22*B13
15									
16		$Y = a_0 + a_1 X$							
17	8,0	1	3,5		6	=MDETERM(B16:C17)			
18	6,667	1	9,5						
19									
20		8,00	3,5		52,667	=MDETERM(B19:C20)		a_0	8,778 =E19/E16
21		6,67	9,5						
22									
23		1	8,00		-1,333	=MDETERM(B22:C23)		a_1	-0,222 =E22/E16
24		1	6,67						

3) La gráfica de los datos y la recta de tendencia elaborada en Graph se muestran en la siguiente figura:



TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

- 1) Realice un organizador gráfico del análisis de tendencia
- 2) ¿Qué interpretación tiene el valor de a_0 y a_1 en la recta de tendencia?

3) Con los siguientes datos sobre las exportaciones en millones de dólares de la Empresa M & M

Año (X)	Exportaciones (Y)
2000	4,3
2001	3,9
2002	3,5
2003	3,6
2004	3,7
2005	4
2006	3,6
2007	4,1
2008	4,7
2009	4,2
2010	4,5

3.1) Halle la recta de tendencia por el método de los mínimos cuadrados de manera manual y empleando Excel. Codifique la numeración de los años 2000 como 1, 2001 como 2, y así consecutivamente. Realice la interpretación respectiva.

$$Y = 3,644 + 0,061X$$

3.2) Pronostique la tendencia para el 2011

4,38

3.3) Grafique los datos y la recta de tendencia empleando Excel



3.4) Halle la recta de tendencia por el método de los semipromedios de manera manual y empleando Excel. Codifique la numeración de los años 2000 como 1, 2001 como 2, y así consecutivamente. Realice la interpretación respectiva.

$$Y = 3,59 + 0,07X$$

3.5) Pronostique la tendencia para el 2011.

4,43

3.6) Grafique los datos y la recta de tendencia empleando Graph.



4) Con los siguientes datos acerca de las exportaciones en millones de dólares de la Empresa M & M

Año (X)	Exportaciones (Y)
1995	3,4
1996	3,1
1997	3,9
1998	3,3
1999	3,2
2000	4,3
2001	3,9
2002	3,5
2003	3,6
2004	3,7
2005	4
2006	3,6
2007	4,1
2008	4,7
2009	4,2
2010	4,5

4.1) Halle la recta de tendencia por el método de los semipromedios de manera manual y empleando Excel. Realice la interpretación respectiva.

$$Y = 3,308 + 0,059X$$

4.2) Pronostique la tendencia para el 2011

4,3

4.3) Grafique los datos y la recta de tendencia empleando Graph.



5) Cree un ejercicio de estimación de tendencia con datos reales sobre cualquier tema de su preferencia. Resuélvalo empleando los dos métodos aprendidos de manera manual, empleando Excel y Graph. Realice las interpretaciones y pronósticos respectivos.

6) ANÁLISIS DE MOVIMIENTOS ESTACIONALES

Para analizar el movimiento estacional debemos estimar cómo varían los datos de la serie cronológica en el período de tiempo. Un conjunto de números que muestra los valores relativos de una variable durante los períodos de tiempo se llama un **índice estacional** para la variable. El índice estacional medio del año ha de ser 100%; esto es, la suma de los números índice de los 12 meses suman 1200%, o de los cuatro trimestres suman el 400%, en caso contrario ha de corregirse multiplicado por el factor de ajuste, el mismo que es:

$$\text{Factor de ajuste mensual} = \frac{1200}{\text{suma de medias mensuales}}$$

$$\text{Factor de ajuste trimestral} = \frac{400}{\text{suma de medias trimestrales}}$$

6.1) CÁLCULO DEL ÍNDICE ESTACIONAL POR EL MÉTODO DEL PORCENTAJE MEDIO

Este método consiste en calcular los índices estacionales como porcentajes de los períodos de tiempo (mensual o trimestral). Para lo cual se calcula de cada año la media mensual o trimestral, según sea el caso, luego se divide el dato de cada mes o trimestre por la media mensual o trimestral del correspondiente año y se multiplica por 100, y luego se calcula la media de cada mes o trimestre, obteniéndose el índice estacional.

6.2) DESESTACIONALIZACIÓN DE LOS DATOS O AJUSTE DE LOS DATOS A LA VARIACIÓN ESTACIONAL

Una vez obtenidos los índices estacionales es posible eliminar el movimiento estacional de los datos, para lo cual se divide todos los datos originales por el índice estacional del período de tiempo (mes o trimestre) correspondiente. Los valores desestacionalizados reflejan cómo sería la variable si se corrigiera la influencia estacional.

Ejemplo ilustrativo:

Con los datos de la siguiente tabla que muestra las exportaciones mensuales en millones de dólares de la Empresa D & M.

Trimestre \ Año	I	II	III	IV
2008	20	32	22	40
2009	25	35	30	45
2010	28	38	36	44

- 1) Calcular el índice estacional
- 2) Desestacionalizar los datos

Solución:

- 1) Se calcula la media trimestral, la cual se presenta en la siguiente tabla:

Trimestre \ Año	I	II	III	IV	Media trimestral
2008	20	32	22	40	28,5
2009	25	35	30	45	33,75
2010	28	38	36	44	36,5

Se divide el dato de cada trimestre por la media trimestral del correspondiente año y se multiplica por 100, como se muestra en la siguiente tabla:

Trimestre \ Año	I	II	III	IV
2008	70,175	112,281	77,193	140,351
2009	74,074	103,704	88,889	133,333
2010	76,712	104,110	98,630	120,548

Se calcula la media de cada trimestre como se muestra en la siguiente tabla:

Trimestre \ Año	I	II	III	IV
2008	70,175	112,281	77,193	140,351
2009	74,074	103,704	88,889	133,333
2010	76,712	104,110	98,630	120,548
<i>Media</i>	<i>73,654</i>	<i>106,698</i>	<i>88,237</i>	<i>131,411</i>

Se suma las medias de cada trimestre, las cuales deben dar como resultado 400. Al sumar $73,654 + 106,698 + 88,237 + 131,411$ se obtiene 399,999, por lo que no existe la necesidad de multiplicar la media trimestral por el factor de ajuste trimestral. Por lo tanto las medias trimestrales representan el índice estacional, como se muestra en la siguiente tabla:

Trimestre \ Año	I	II	III	IV
2008	70,175	112,281	77,193	140,351
2009	74,074	103,704	88,889	133,333
2010	76,712	104,110	98,630	120,548
<i>Media</i>	<i>73,654</i>	<i>106,698</i>	<i>88,237</i>	<i>131,411</i>
Índice estacional	73,654%	106,698%	88,237%	131,411%

Interpretación:

El índice estacional de 73,654% para el primer trimestre significa que las exportaciones de empresa D & M son de 73,654% del promedio del año total. Las exportaciones son $100\% - 73,654\% = 26,346\%$ por debajo del promedio trimestral del año.

El índice estacional de 106,698% para el segundo trimestre significa que las exportaciones de empresa D & M son de 106,698% del promedio del año total. Las exportaciones son $100\% - 106,698\% = 6,698\%$ por encima del promedio trimestral del año.

2) Dividiendo los valores reales por sus índices estacionales respectivos se obtienen los valores desestacionalizados también denominados *corregidos estacionalmente*. En la siguiente tabla se muestra los valores desestacionalizados:

2008 - I: $20/0,73654 = 27,15$, y así sucesivamente

Trimestre \ Año	I	II	III	IV
2008	27,15	29,99	24,93	30,44
2009	33,94	32,80	33,99	34,24
2010	38,02	35,61	40,80	33,48

Interpretación: El valor de 27,15 significa que si las exportaciones de la empresa D & M no estuvieran sujetas a la variación estacional, las exportaciones para el primer trimestre del año 2008 hubieran sido de 27,15 millones de dólares.

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Trimestre							
2	Año	I	II	III	IV	Media trimestral		
3	2008	20	32	22	40	28,50	=PROMEDIO(B3:E3)	
4	2009	25	35	30	45	33,75	=PROMEDIO(B4:E4)	
5	2010	28	38	36	44	36,50	=PROMEDIO(B5:E5)	
6	Total	73	105	88	129			
7	Media	24,333	35	29,333	43,000			
8								
9	Trimestre							
10	Año	I	II	III	IV			
11	2008	70,175	112,281	77,193	140,351	=(E3/\$F\$3)*\$A\$17		
12	2009	74,074	103,704	88,889	133,333	=(E4/\$F\$4)*\$A\$17		
13	2010	76,712	104,110	98,630	120,548	=(E5/\$F\$5)*\$A\$17		
14	Media	73,654	106,698	88,237	131,411	=PROMEDIO(E11:E13)	400	=SUMA(B14:E14)
15	Índice	73,654	106,698	88,237	131,411	=E14*\$C\$18		
16								
17	100							
18	Factor de ajuste		1	=400/G14				
19								
20		Datos desestacionalizados						
21	Trimestre	I	II	III	IV			
22	Año							
23	2008	27,154	29,991	24,933	30,439	=(E3/\$E\$15)*\$A\$17		
24	2009	33,943	32,803	33,999	34,244	=(E4/\$E\$15)*\$A\$17		
25	2010	38,016	35,615	40,799	33,483	=(E5/\$E\$15)*\$A\$17		

TAREA INTERAPRENDIZAJE

- 1) Realice un organizador gráfico sobre el análisis de movimientos estacionales.
- 2) Con los datos de la siguiente tabla que muestra las exportaciones trimestrales en millones de dólares de la empresa M & D durante los años 2008-2009.

Trimestre Año	I	II	III	IV
2008	24	31	21	42
2009	27	32	26	41
2010	28	27	35	44

- 2.1) Calcule el índice estacional de manera manual y empleando Excel.

Índice	83,551	95,756	86,068	134,625
--------	--------	--------	--------	---------

- 2.2) Desestacionalice los datos de manera manual y empleando Excel.

Trimestre Año	I	II	III	IV
2008	28,725	32,374	24,399	31,198
2009	32,316	33,418	30,209	30,455
2010	33,513	28,197	40,666	32,683

- 3) Con los datos de la siguiente tabla que muestra las exportaciones mensuales en millones de dólares de la empresa M & D durante los años 2005-2009.

Mes Año	En	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ag.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
2005	4	8	6	4	8	6	4	6	8	4	4	10
2006	3	9	7	6	7	8	7	5	8	6	7	11
2007	5	8	10	6	8	10	8	7	8	6	8	12
2008	6	10	12	9	11	9	8	7	10	7	7	12
2009	6	10	12	8	10	12	10	10	10	8	10	14

3.1) Calcule el índice estacional de manera manual y empleando Excel.

Índice 59,74 114,60 115,67 81,48 111,11 111,86 9,11 87,34 111,75 77,03 88,89 149,43

3.2) Desestacionalice los datos de manera manual y empleando Excel.

Mes Año	En	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ag.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
2005	6,70	6,98	5,19	4,91	7,20	5,36	4,39	6,87	7,16	5,19	4,50	6,69
2006	5,02	7,85	6,05	7,36	6,300	7,15	7,68	5,73	7,16	7,79	7,88	7,36
2007	8,37	6,99	8,65	7,36	7,20	8,94	8,78	8,02	7,16	7,79	9,00	8,03
2008	10,04	8,73	10,38	11,05	9,90	8,05	8,78	8,02	8,95	9,09	7,88	8,03
2009	10,04	8,73	10,38	9,82	9,00	10,73	10,98	11,45	8,95	10,39	11,25	9,37

4) Cree y resuelva un ejercicio similar al anterior sobre cualquier tema de su preferencia.

7) ANÁLISIS DE MOVIMIENTOS CÍCLICOS E IRREGULARES

Los movimientos cíclicos son de tipo periódico y presentan más de un año de duración. Comúnmente, tales movimientos o variaciones no se pueden apartar de la naturaleza irregular, por lo que se analizarán juntas.

Recordemos que $Y = T \cdot C \cdot E \cdot I$ de donde $C \cdot I = Y / T \cdot E$. Por lo que los movimientos cíclicos e irregulares se obtienen dividiendo los datos originales entre el valor de tendencia estimado, y este cociente multiplicando por 100% de la siguiente manera:

$$CI = \frac{Y}{Y_{est.}} \cdot 100\%$$

Donde:

Y = Variable Y

$Y_{est.}$ = Valor de tendencia estimado

C = Movimientos cíclicos e irregulares

El cociente se *multiplica por 100* a fin de que la media cíclica sea 100. Un valor cíclico relativo de 100 indicará la ausencia de toda influencia cíclica en el valor de la serie de tiempo anual.

Para facilitar la interpretación de relativos ciclos suele elaborarse una *gráfica de ciclos*, en el que se describen los ciclos relativos según el año correspondiente. Las cumbres y valles asociados con el componente cíclico de las series de tiempo pueden resultar más evidentes por medio de la elaboración de una gráfica de este tipo.

Ejemplo ilustrativo

Con los siguientes datos acerca de las ventas en millones de dólares de la Empresa M & M:

Año (X)	Ventas (Y)
1995	3,4
1996	3,1
1997	3,9
1998	3,3
1999	3,2
2000	4,3

2001	3,9
2002	3,5
2003	3,6
2004	3,7
2005	4
2006	3,6
2007	4,1
2008	4,7
2009	4,2
2010	4,5

1) Determinar el componente cíclico de cada uno de los valores de la serie cronológica usando la ecuación de tendencia

2) Elaborar una gráfica de ciclos

Solución:

1) La ecuación de tendencia lineal obtenida empleando el método de los mínimos cuadrados es:

$$Y = 3,22 + 0,07X$$

Con esta ecuación se calcula los valores estimados de Y reemplazando los valores de X en la recta de tendencia. Luego se divide los datos originales Y entre el valor de tendencia estimado, y este cociente se multiplica por 100%, como se muestra en la siguiente tabla:

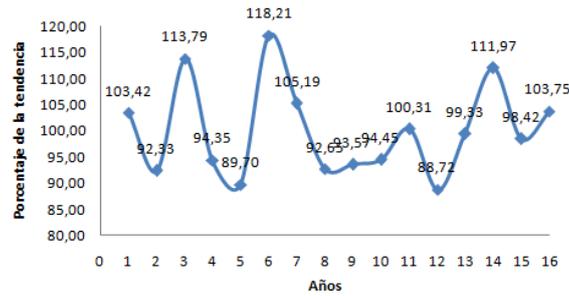
Año (X)	Ventas (Y)	$Y_{est} = 3,22 + 0,07X$	$C \cdot I = (Y/Y_{est}) \cdot 100$
1995	3,4	3,29	103,42
1996	3,1	3,36	92,33
1997	3,9	3,43	113,79
1998	3,3	3,50	94,35
1999	3,2	3,57	89,70
2000	4,3	3,64	118,21
2001	3,9	3,71	105,19
2002	3,5	3,78	92,65
2003	3,6	3,85	93,57
2004	3,7	3,92	94,45
2005	4	3,99	100,31
2006	3,6	4,06	88,72
2007	4,1	4,13	99,33
2008	4,7	4,20	111,97
2009	4,2	4,27	98,42
2010	4,5	4,34	103,75

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

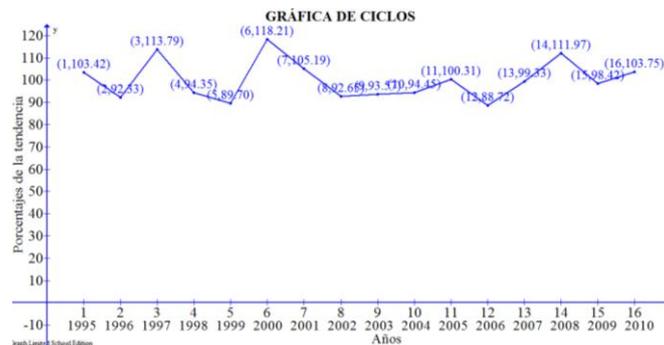
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Año (X)	X	Y	XY		X ²		Y ²		Y _{est.} = 3,22 + 0,07X	C-I = (Y/Y _{est.}) · 100	
2	1995	1	3,4	3,40	=B2*C2	1	=B2^2	11,56	=C2^2	3,29	103,42	=(C2/I2)*100
3	1996	2	3,1	6,20	=B3*C3	4	=B3^2	9,61	=C3^2	3,36	92,33	=(C2/I2)*101
4	1997	3	3,9	11,70	=B4*C4	9	=B4^2	15,21	=C4^2	3,43	113,79	=(C2/I2)*102
5	1998	4	3,3	13,20	=B5*C5	16	=B5^2	10,89	=C5^2	3,50	94,35	=(C2/I2)*103
6	1999	5	3,2	16,00	=B6*C6	25	=B6^2	10,24	=C6^2	3,57	89,70	=(C2/I2)*104
7	2000	6	4,3	25,80	=B7*C7	36	=B7^2	18,49	=C7^2	3,64	118,21	=(C2/I2)*105
8	2001	7	3,9	27,30	=B8*C8	49	=B8^2	15,21	=C8^2	3,71	105,19	=(C2/I2)*106
9	2002	8	3,5	28,00	=B9*C9	64	=B9^2	12,25	=C9^2	3,78	92,65	=(C2/I2)*107
10	2003	9	3,6	32,40	=B10*C10	81	=B10^2	12,96	=C10^2	3,85	93,57	=(C2/I2)*108
11	2004	10	3,7	37,00	=B11*C11	100	=B11^2	13,69	=C11^2	3,92	94,45	=(C2/I2)*109
12	2005	11	4	44,00	=B12*C12	121	=B12^2	16,00	=C12^2	3,99	100,31	=(C2/I2)*110
13	2006	12	3,6	43,20	=B13*C13	144	=B13^2	12,96	=C13^2	4,06	88,72	=(C2/I2)*111
14	2007	13	4,1	53,30	=B14*C14	169	=B14^2	16,81	=C14^2	4,13	99,33	=(C2/I2)*112
15	2008	14	4,7	65,80	=B15*C15	196	=B15^2	22,09	=C15^2	4,20	111,97	=(C2/I2)*113
16	2009	15	4,2	63,00	=B16*C16	225	=B16^2	17,64	=C16^2	4,27	98,42	=(C2/I2)*114
17	2010	16	4,5	72,00	=B17*C17	256	=B17^2	20,25	=C17^2	4,34	103,75	=(C2/I2)*115
18												
19	Total	136	61	542,30		1496		235,86				
20		=SUMA(B2:B18)	=SUMA(C2:C17)	=SUMA(D2:D17)		=SUMA(F2:F18)		=SUMA(H2:H17)				
21	N	16	=CONTAR(B2:B17)									
22												
23	$a_0 = \frac{\sum Y \cdot \sum X^2 - \sum X \cdot \sum XY}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}$			3,22								
24												
25	$a_1 = \frac{N \sum YX - \sum X \cdot \sum Y}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}$			0,070								
26												
27												

2) La gráfica de ciclos elaborada empleando Excel se muestra en la siguiente figura:

GRÁFICA DE CICLOS



La gráfica de ciclos elaborada empleando Graph se muestra en la siguiente figura:



TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

- 1) Elabore un organizador gráfico sobre el análisis de movimientos cíclicos e irregulares
- 2) Con los siguientes datos sobre las exportaciones en millones de dólares de la Empresa M & M

Año (X)	Ventas (Y)
2000	4,3
2001	3,9
2002	3,5
2003	3,6
2004	3,7
2005	4
2006	3,6
2007	4,1
2008	4,7
2009	4,2
2010	4,5

2.1) Determine el componente cíclico de cada uno de los valores de la serie cronológica usando la ecuación de tendencia calculada por el método de los mínimos cuadrados de manera manual y empleando Excel.

$C \cdot I = (Y/Y_{est.}) \cdot 100$
116,07
103,57
91,47
92,61
93,71
99,77
88,45
99,25
112,12
98,76
104,32

2.2) Elabore una gráfica de ciclos de manera manual, empleando Excel y Graph.



3) Cree un ejercicio de aplicación de análisis de movimientos cíclicos e irregulares con datos reales sobre cualquier tema de su preferencia. Resuélvalo de manera manual, empleando Excel y Graph. También elabore la gráfica de ciclos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

SUÁREZ, Mario, (2012), Interaprendizaje de Estadística Básica, Universidad Técnica del Norte
TAPIA, Fausto Ibarra, Ecuador.

SUÁREZ, Mario, (2011), Análisis de tendencia para series de tiempo,
www.monografias.com/trabajos87/

SUÁREZ Mario, (2011), Métodos de suavizamiento y pronóstico para series de tiempo,
www.monografias.com/trabajos87/