

# Ángulo Cuántico en el Electrón

## Quantum Electron angle

Heber Gabriel Pico Jiménez MD<sup>1</sup>

---

### Resumen

Lo interesante y extraordinario de este trabajo o artículo, es la demostración del valor preciso que tiene el ángulo que describe el momento angular del único electrón que tiene el átomo de hidrogeno y además, aquí se prueba que a medida que se incrementa el radio orbital del electrón, también se incrementa hasta un límite el valor del ángulo que describe su momento angular. Todo esto sugiere que lo más probable es que si se quiere tratar al electrón de una manera más precisa, surja la necesidad de que la mecánica cuántica tenga que adoptar al ángulo como una variable adicional, que indefectiblemente contribuye en conseguir mayor información a cerca de la descripción electrónica del átomo.

**Palabras claves:** Electrón, Orbital electrónico.

### Abstract

Extraordinary of this paper or article, and the interesting thing is the demonstration of the precise value that has the angle which describes the angular momentum of the single electron having the hydrogen and also tested here that as the orbital radius of the electron increases, also increases the value of the angle which describes the angular momentum. All of this suggests that it is likely to emerge the need, for that quantum mechanics within a time to adopt to the angle, as an additional variable which inevitably contributes to get more information for the electronic description of the atom.

**Keywords:** Electron, Orbital Electronic.

© [heberpico@hotmail.com](mailto:heberpico@hotmail.com) todos los derechos reservados<sup>1</sup>.

---

## 1. Introducción

El momento angular o momento cinético es una magnitud física que abarca a todas las teorías de la mecánica, su importancia es debida a que está relacionada con la simetría rotacional de la energía en los sistemas físicos. Es una magnitud que bajo ciertas condiciones se mantiene constante a medida que el sistema evoluciona en el tiempo. Además es una magnitud que desempeña respecto a las rotaciones un papel análogo al que libra el momento lineal en las traslaciones, por eso debe ser tratada como tal y debidamente cuantificada para poder identificar la conservación del momento angular, que describa intrínsecamente la libertad del módulo para pertenecer a cualquier dirección incluso contraria.

Debido a que el electrón no describe un movimiento rotatorio preciso, cuestión que ocasiona que el momento angular

no sea lo suficientemente eficaz en el electrón, es por eso que es mucho aprovechable el estudio del momento lineal propio de los cuerpos que sufren traslaciones y enfrente del inconveniente previsto por Heisemberg, como principio de incertidumbre, hemos tratado de adaptarnos a él para enfrentarlo de la mejor forma describiendo una cantidad de movimiento en el electrón de tipo parcial.

## 2. Desarrollo del Tema.

En base al tratamiento de la cantidad de movimiento de tipo parcial en el electrón a partir incluso, de la misma relación para el buscar el módulo del momento angular y aplicando el segundo postulado de Bohr pero con la diferencia de que para Bohr  $n$  era un número entero pero para este trabajo, es



un número no entero y en base a ese postulado iniciamos nuestros cálculos:

Pero vale la pena recordar que este trabajo se basa en el cálculo del radio del electrón en base al primer postulado de Bohr:

$$\frac{kZ e^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r} \quad (1)$$

Donde  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga eléctrica del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón en la órbita y  $r$  es el radio de la órbita.

$$r = \frac{kZ e^2}{m_e v^2} \quad (2)$$

Donde  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga eléctrica del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón en la órbita y  $r$  es el radio de la órbita.

$$r = \frac{kZ e^2}{m_e v^2 \cos^2 \theta} \quad (3)$$

Donde  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga eléctrica del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón en la órbita y  $r$  es el radio de la órbita.

En la ecuación del momento angular buscamos a la velocidad y la reemplazamos en la anterior ecuación:

$$m_e r v \sin \theta = n \hbar \quad (4)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón con tiempo gravitacional,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $r$  es el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero y  $\hbar$  es la constante reducida de Planck.

$$v = \frac{n \hbar}{m_e r \sin \theta} \quad (5)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón con tiempo gravitacional,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $r$  es el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero y  $\hbar$  es la constante reducida de Planck.

Ahora al valor de la velocidad en la anterior relación número 5, la reemplazamos en la también anterior relación número tres (3):

$$r = \frac{kZ e^2}{m_e \left( \frac{n \hbar}{m_e r \sin \theta} \right)^2 \cos^2 \theta} \quad (6)$$

Donde  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga eléctrica del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero,  $\hbar$  es la constante reducida de Planck,  $m_e$  es la masa del electrón y  $r$  es el radio de la órbita.

$$r = \frac{m_e r^2 \sin^2 \theta kZ e^2}{n^2 \hbar^2 \cos^2 \theta} \quad (7)$$

Donde  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga eléctrica del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero,  $\hbar$  es la constante reducida de Planck,  $m_e$  es la masa del electrón y  $r$  es el radio de la órbita.

$$\frac{n^2 \hbar^2 \cos^2 \theta}{kZ e^2 m_e \sin^2 \theta} = r \quad (8)$$

Donde  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga eléctrica del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero,  $\hbar$  es la constante reducida de Planck,  $m_e$  es la masa del electrón y  $r$  es el radio de la órbita.

$$r = \frac{n^2 \hbar^2}{m_e kZ e^2 \tan^2 \theta} \quad (9)$$

Donde  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga eléctrica del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero,  $\hbar$  es la constante reducida de Planck,  $m_e$  es la masa del electrón y  $r$  es el radio de la órbita.

## CANTIDAD de MOVIMIENTO LATERAL del ELECTRÓN en su ORBITA

Esta es la cantidad de movimiento parcial del electrón que es el complemento de la cantidad de movimiento total que se conserva:

$$m_e r v_c \sin \theta = n \hbar \sqrt{1 - \frac{2Gm}{rC^2}} \quad (10)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v_c$  es la velocidad cuántica del electrón,  $r$  es el radio de la órbita,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero,  $\hbar$  es la constante reducida de Planck,  $G$  es constante de gravitación universal,  $m$  es la masa nuclear atómica y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$m_e r \frac{2\pi r}{T_c} = n \hbar \sqrt{1 - \frac{2Gm}{rC^2}} \quad (11)$$



Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $T_c$  es el período cuántico del electrón,  $r$  es el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero,  $h$  es la constante reducida de Planck,  $G$  es constante de gravitación universal,  $m$  es la masa nuclear atómica y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$m_e r \frac{2\pi r}{T_c \sqrt{1 - \frac{2Gm}{rC^2}}} = n\hbar \quad (12)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $r$  es el radio de la órbita,  $T_c$  es el período cuántico del electrón,  $n$  es un número no entero,  $h$  es la constante reducida de Planck,  $G$  es constante de gravitación universal,  $m$  es la masa nuclear atómica y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$T_d = T_c \sqrt{1 - \frac{2Gm}{rC^2}} \quad (13)$$

Donde  $T_d$  es el período con tiempo gravitacional,  $T_c$  es el período con tiempo cuántico,  $r$  es el radio de la órbita,  $G$  es constante de gravitación universal,  $m$  es la masa nuclear atómica y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$m_e r \frac{2\pi r}{T_d} = n\hbar \quad (14)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $T_d$  es el período con tiempo gravitacional del electrón,  $r$  es el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero y  $h$  es la constante reducida de Planck.

$$m_e r v \text{Sen} \theta = n\hbar \quad (4)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón con tiempo gravitacional,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $r$  es el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero y  $h$  es la constante reducida de Planck.

$$v \text{Sen} \theta = \frac{n\hbar}{m_e r} \quad (15)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón con tiempo gravitacional,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $r$  es el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero y  $h$  es la constante reducida de Planck.

$$\frac{v \text{Sen} \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2 \text{Sen}^2 \theta}{C^2}}} = \frac{n\hbar}{m_e r \sqrt{1 - \frac{n^2 \hbar^2}{m_e^2 r^2 C^2}}} \quad (16)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón con tiempo gravitacional,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $r$  es el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero y  $h$  es la constante reducida de Planck.

$$\frac{m_e v \text{Sen} \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2 \text{Sen}^2 \theta}{C^2}}} = p_p = \frac{n\hbar}{r \sqrt{1 - \frac{n^2 \hbar^2}{m_e^2 r^2 C^2}}} \quad (17)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón,  $p_p$  es la cantidad de movimiento parcial del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero,  $r$  es el radio de la órbita,  $h$  es la constante reducida de Planck y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{m_e k Z e^2 \tan^2 \theta} \quad (9)$$

Donde  $n$  es un número no entero,  $h$  es la constante reducida de Planck,  $m_e$  es la masa del electrón,  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita.

$$p_p = \frac{n\hbar}{\left( \frac{n^2 \hbar^2}{m_e k Z e^2 \tan^2 \theta} \right) \sqrt{1 - \frac{n^2 \hbar^2}{m_e^2 \left( \frac{n^2 \hbar^2}{m_e k Z e^2 \tan^2 \theta} \right)^2 C^2}}} \quad (18)$$

Donde  $p_p$  es la cantidad de movimiento parcial del electrón,  $n$  es un número no entero,  $m_e$  es la masa del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $h$  es la constante reducida de Planck,  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga del electrón y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\frac{m_e v \text{Sen} \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2 \text{Sen}^2 \theta}{C^2}}} = \frac{m_e k Z e^2 \tan^2 \theta}{n\hbar \sqrt{1 - \frac{k^2 Z^2 e^4 \tan^4 \theta}{n^2 \hbar^2 C^2}}} \quad (19)$$

Donde  $p_p$  es la cantidad de movimiento parcial del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón,  $n$  es un número no entero,  $m_e$  es la masa del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $h$  es la constante reducida de Planck,  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga del electrón y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$p_p = \frac{m_e k Z e^2 \tan^2 \theta}{h \sqrt{n^2 - \frac{k^2 Z^2 e^4 \tan^4 \theta}{\hbar^2 C^2}}} \quad (20)$$

Donde  $p_p$  es la cantidad de movimiento parcial del electrón,  $n$  es un número no entero,  $m_e$  es la masa del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $h$  es la constante reducida de Planck,  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga del electrón y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$p_p = \frac{m_e k Z e^2 \tan^2 \theta}{h \sqrt{\tan^4 \theta \left( \frac{n^2}{\tan^4 \theta} - \frac{k^2 Z^2 e^4}{\hbar^2 C^2} \right)}} \quad (21)$$

Donde  $p_p$  es la cantidad de movimiento parcial del electrón,  $n$  es un número no entero,  $m_e$  es la masa del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $h$  es la constante reducida de Planck,  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga del electrón y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$p_p = \frac{m_e k Z e^2 \tan^2 \theta}{h \tan^2 \theta \sqrt{\frac{n^2}{\tan^4 \theta} - \frac{k^2 Z^2 e^4}{\hbar^2 C^2}}} \quad (22)$$

Donde  $p_p$  es la cantidad de movimiento parcial del electrón,  $n$  es un número no entero,  $m_e$  es la masa del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $h$  es la constante reducida de Planck,  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga del electrón y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\alpha = \frac{k e^2}{\hbar c} \quad (23)$$



Donde  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $k$  es la constante de Coulomb,  $e$  es la carga eléctrica del electrón,  $h$  es la constante reducida de Planck y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$p_p = \frac{m_e k Z e^2}{h \sqrt{\frac{n^2}{\tan^4 \theta} - Z^2 \alpha^2}} \quad (24)$$

Donde  $p_p$  es la cantidad de movimiento parcial del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $k$  es la constante de Coulomb,  $e$  es la carga eléctrica del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $h$  es la constante reducida de Planck,  $\alpha$  es la constante de estructura fina y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$p_p = \frac{m_e c Z k e^2}{h c \sqrt{\frac{n^2}{\tan^4 \theta} - Z^2 \alpha^2}} \quad (25)$$

Donde  $p_p$  es la cantidad de movimiento parcial del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $k$  es la constante de Coulomb,  $e$  es la carga eléctrica del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $h$  es la constante reducida de Planck,  $\alpha$  es la constante de estructura fina y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$p_p = \frac{m_e c Z \alpha}{\sqrt{\frac{n^2}{\tan^4 \theta} - Z^2 \alpha^2}} \quad (26)$$

Donde  $p_p$  es la cantidad de movimiento parcial del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $k$  es la constante de Coulomb,  $e$  es la carga eléctrica del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $h$  es la constante reducida de Planck,  $\alpha$  es la constante de estructura fina y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\frac{m_e v \text{Sen} \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2 \text{Sen}^2 \theta}{c^2}}} = \frac{m_e c Z \alpha}{\sqrt{\frac{n^2}{\tan^4 \theta} - Z^2 \alpha^2}} \quad (27)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $Z$  es el número atómico,  $n$  es un número no entero,  $\alpha$  es la constante de estructura fina y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\frac{m_e v \text{Sen} \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2 \text{Sen}^2 \theta}{c^2}}} c = E_e = \frac{m_e c^2 Z \alpha}{\sqrt{\frac{n^2}{\tan^4 \theta} - Z^2 \alpha^2}} \quad (28)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $E_e$  es la energía del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $n$  es un número no entero,  $\alpha$  es la constante de estructura fina y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$E_e = \frac{m_e c^2 Z \alpha}{\sqrt{\frac{n^2}{\tan^4 \theta} - Z^2 \alpha^2}} \quad (29)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$(E_e)^2 = \frac{(m_e c^2)^2 Z^2 \alpha^2}{\tan^4 \theta - Z^2 \alpha^2} \quad (30)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\frac{(n E_e)^2}{\tan^4 \theta} - (E_e)^2 Z^2 \alpha^2 = (m_e c^2)^2 Z^2 \alpha^2 \quad (31)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\frac{n^2 E_e^2}{\tan^4 \theta} = (E_e)^2 Z^2 \alpha^2 + (m_e c^2)^2 Z^2 \alpha^2 \quad (32)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan^2 \theta = \frac{n E_e}{Z \alpha \sqrt{(E_e)^2 + (m_e c^2)^2}} \quad (33)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{n E_e}}{\sqrt{Z \alpha \sqrt{(E_e)^2 + (m_e c^2)^2}}} \quad (34)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

En el electrón del hidrogeno hagamos la prueba buscando el ángulo que le corresponde a la energía de estado de este elemento aplicándole la anterior relación número 34:

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{13,6 n e V}}{\sqrt{\alpha \sqrt{184,96 e V^2 + (m_e c^2)^2}}} \quad (34a)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{13,6 n e V}}{\sqrt{\alpha \sqrt{184,96 e V^2 + (9,11 \times 10^{-31} \times 9 \times 10^{16})^2}}} \quad (34b)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.



Para expresar la energía del electrón retomamos nuevamente a la anterior relación número 29:

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{13,6neV}}{\sqrt{\alpha \sqrt{184,96eV^2 + (81,99 \times 10^{-15} J)^2}}} \quad (34c)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{13,6neV}}{\sqrt{\alpha \sqrt{184,96eV^2 + (511741,38395249998eV)^2}}} \quad (34d)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{13,6neV}}{\sqrt{\alpha \sqrt{184,96eV^2 + 26187924409,6200078eV^2}}} \quad (35)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{13,6neV}}{\sqrt{\alpha 511741,38413321626521060617361958eV}} \quad (36)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{13,6neV}}{\sqrt{3734,3573036564001670339860218995eV}} \quad (37)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{13,6n}}{61,109388015724721108209422486513} \quad (38)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{13,6\sqrt{2}}}{61,10938} \quad (39)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan \theta = \frac{4,3855791462786408894084664985774}{61,10938} \quad (40)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan \theta = 0,07176604591671151791487792774314 \quad (41)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\theta = 4,1048540301563595065254125002 \quad (42)$$

$$E_e = \frac{m_e c^2 Z \alpha}{\sqrt{\frac{n^2}{\tan^4 \theta} - Z^2 \alpha^2}} \quad (29)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$E_e = \frac{m_e c^2 Z \alpha \tan^2 \theta}{\sqrt{n^2 - Z^2 \alpha^2 \tan^4 \theta}} \quad (43)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$E_e = \frac{m_e c^2 Z \alpha \tan^2 \theta}{n \sqrt{1 - \frac{Z^2 \alpha^2 \tan^4 \theta}{n^2}}} \quad (44)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$E_e = \frac{m_e c^2 Z \alpha \tan^2 \theta}{n \sqrt{1 - \left( \frac{Z \alpha \tan^2 \theta}{n} \right)^2}} \quad (45)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

Ahora buscamos la equivalencia de  $n$  que surgiría de acuerdo a los distintos valores de los números cuánticos:

$$n = n_1 + \frac{l}{n+Z} \quad (46)$$

Donde  $n$  es un número no entero,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $l$  es el segundo número cuántico y  $Z$  es el número atómico.

$$n = n_1 + \frac{s+p+d+f}{n+Z} \dots \quad (47)$$

Donde  $n$  es un número no entero,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d, f$ , son los valores del segundo número cuántico y  $Z$  es el número atómico.

$$n = n_1 + \frac{s}{n+Z} + \frac{p}{n+Z} + \frac{d}{n+Z} + \frac{f}{n+Z} \dots \quad (48)$$

Donde  $n$  es un número no entero,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d, f$ , son los valores del segundo número cuántico y  $Z$  es el número atómico.

$$n^2 + nZ = n n_1 + Z n_1 + s + p + d + f \dots \quad (49)$$

Donde  $n$  es un número no entero,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d, f$ , son los valores del segundo número cuántico y  $Z$  es el número atómico.

$$n^2 - n n_1 + nZ - Z n_1 - s - p - d - f = 0 \quad (50)$$



Donde  $n$  es un número no entero,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d, f$ , son los valores del segundo número cuántico y  $Z$  es el número atómico.

$$n^2 - n(n_1 - Z) - (Zn_1 + s + p + d + f) = 0 \quad (51)$$

Donde  $n$  es un número no entero,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d, f$ , son los valores del segundo número cuántico y  $Z$  es el número atómico.

$$n = \frac{(n_1 - Z) \pm \sqrt{(n_1 - Z)^2 + 4Zn_1 + 4s + 4p + 4d + 4f}}{2} \quad (52)$$

Donde  $n$  es un número no entero,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d, f$ , son los valores del segundo número cuántico y  $Z$  es el número atómico.

$$n = \frac{(n_1 - Z) \pm \sqrt{n_1^2 - 2Zn_1 + Z^2 + 4Zn_1 + 4s + 4p + 4d + 4f}}{2} \quad (53)$$

Donde  $n$  es un número no entero,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d, f$ , son los valores del segundo número cuántico y  $Z$  es el número atómico.

$$n = \frac{(n_1 - Z) \pm \sqrt{n_1^2 + 2Zn_1 + Z^2 + 4s + 4p + 4d + 4f}}{2} \quad (54)$$

Donde  $n$  es un número no entero,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d, f$ , son los valores del segundo número cuántico y  $Z$  es el número atómico.

$$n = \frac{(n_1 - Z) \pm \sqrt{(n_1 + Z)^2 + 4s + 4p + 4d + 4f}}{2} \quad (55)$$

Donde  $n$  es un número no entero,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d, f$ , son los valores del segundo número cuántico y  $Z$  es el número atómico.

Ahora, al valor de  $n$  en esta anterior relación número 55, la reemplazamos en la también anterior relación número 45:

$$E_e = \frac{m_e c^2 Z \alpha \tan^2 \theta}{n \sqrt{1 - \left( \frac{Z \alpha \tan^2 \theta}{n} \right)^2}} \quad (45)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$E_e = \frac{m_e c^2 Z \alpha \tan^2 \theta}{n \sqrt{1 - \left( \frac{Z \alpha \tan^2 \theta}{\frac{(n_1 - Z) \pm \sqrt{(n_1 + Z)^2 + 4s + 4p + 4d}}{2}} \right)^2}} \quad (56)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d$  y  $f$ , son los valores del segundo número cuántico,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$E_e = \frac{m_e c^2 Z \alpha \tan^2 \theta}{n \sqrt{1 - \left( \frac{2Z \alpha \tan^2 \theta}{(n_1 - Z) \pm \sqrt{(n_1 + Z)^2 + 4s + 4p + 4d + 4f}} \right)^2}} \quad (57)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d$  y  $f$ , son los valores del segundo número cuántico,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

Sigamos, ahora a este valor de  $n$  en la anterior relación número 55, lo reemplazamos en el cálculo del valor del ángulo  $\theta$  de la anterior relación número 34:

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{n E_e}}{\sqrt{Z \alpha \sqrt{(E_e)^2 + (m_e c^2)^2}}} \quad (34)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{\left( \frac{(n_1 - Z) \pm \sqrt{(n_1 + Z)^2 + 4s + 4p}}{2} \right) E_e}}{\sqrt{Z \alpha \sqrt{(E_e)^2 + (m_e c^2)^2}}} \quad (58)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d$  y  $f$ , son los valores del segundo número cuántico,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{\left( (n_1 - Z) \pm \sqrt{(n_1 + Z)^2 + 4s + 4p} \right) E_e}}{\sqrt{2Z \alpha \sqrt{(E_e)^2 + (m_e c^2)^2}}} \quad (59)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d$  y  $f$ , son los valores del segundo número cuántico,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

## CONSERVACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR DEL ELECTRÓN

Para hallar la formula de la conservación del momento angular del electrón iniciamos los cálculos a partir de la anterior relación número 17:



$$\frac{m_e v \text{Sen} \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2 \text{Sen}^2 \theta}{c^2}}} = p_p = \frac{n \hbar}{r \sqrt{1 - \frac{n^2 \hbar^2}{m_e^2 r^2 c^2}}} \quad (17)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón,  $p_p$  es la cantidad de movimiento parcial del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero,  $r$  es el radio de la órbita,  $\hbar$  es la constante reducida de Planck y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\frac{m_e v r \text{Sen} \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2 \text{Sen}^2 \theta}{c^2}}} = \frac{n \hbar}{\sqrt{1 - \frac{n^2 \hbar^2}{m_e^2 r^2 c^2}}} \quad (60)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero,  $r$  es el radio de la órbita,  $\hbar$  es la constante reducida de Planck y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

Reemplazamos el radio del electrón solo dentro del radical y nos queda la siguiente relación:

$$\frac{m_e v r \text{Sen} \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2 \text{Sen}^2 \theta}{c^2}}} = L = \frac{n \hbar}{\sqrt{1 - \frac{n^2 \hbar^2}{m_e^2 \left( \frac{n^2 \hbar^2}{m_e k Z e^2 \tan^2 \theta} \right)^2 c^2}}} \quad (61)$$

Donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad del electrón,  $L$  es el momento angular del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero,  $\hbar$  es la constante reducida de Planck,  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga del electrón y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$L = \frac{n \hbar}{\sqrt{1 - \frac{k^2 Z^2 e^4 \tan^4 \theta}{n^2 \hbar^2 c^2}}} \quad (62)$$

Donde  $L$  es el momento angular del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero,  $\hbar$  es la constante reducida de Planck,  $k$  es la constante de Coulomb,  $Z$  es el número atómico,  $e$  es la carga del electrón y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$L = \frac{n \hbar}{\sqrt{1 - \frac{Z^2 \alpha^2 \tan^4 \theta}{n^2}}} \quad (63)$$

Donde  $L$  es el momento angular del electrón,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita,  $n$  es un número no entero,  $\hbar$  es la constante reducida de Planck,  $\alpha$  es la constante de estructura fina y  $Z$  es el número atómico.

$$L = \frac{n \hbar}{\sqrt{1 - \left( \frac{2Z\alpha \tan^2 \theta}{(n_1 - Z) \pm \sqrt{(n_1 + Z)^2 + 4s + 4p + 4d}} \right)^2}} \quad (64)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s$ ,  $p$ ,  $d$  y  $f$ , son los valores del segundo número cuántico,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

La conservación de la cantidad de movimiento y el momento angular del electrón, se complica porque no es posible expresar a las constantes  $h$  y  $\hbar$  mediante algún otro submúltiplo propio porque precisamente no lo tienen, a pesar de esas constantes persisten siempre expresadas en unidades del momento angular clásico, cuestión que amarra la fórmula porque desde el primer momento se adopta el postulado de la equivalencia  $n\hbar$  al momento angular.

### 3- Conclusiones:

1- La Primera Gran Conclusión de este trabajo es que siendo muy difícil predecir el ángulo que describe cada electrón, todo indica que el ángulo del hidrogeno es de 4,1 grados.

2- La Segunda Gran Conclusión de este trabajo es el hecho de comparar ese grado de ángulo tan pequeño obtenido en el electrón, coincidencia aportante con la teoría de cuerdas, porque el electrón vibraría rodeando al núcleo.

3- Una Tercera Gran Conclusión son las anteriores relaciones de la energía del electrón números 45 y 56:

$$E_e = - \frac{m_e c^2 Z \alpha \tan^2 \theta}{n \sqrt{1 - \left( \frac{Z \alpha \tan^2 \theta}{n} \right)^2}} \quad (45)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$E_e = - \frac{m_e c^2 Z \alpha \tan^2 \theta}{n \sqrt{1 - \left( \frac{2Z\alpha \tan^2 \theta}{(n_1 - Z) \pm \sqrt{(n_1 + Z)^2 + 4s + 4p + 4d + 4f}} \right)^2}} \quad (57)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s$ ,  $p$ ,  $d$  y  $f$ , son los valores del segundo número cuántico,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.



4- Una Cuarta Gran Conclusión es la deducción del factor de contracción de la energía  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{2Z\alpha \tan^2 \theta}{(n_1 - Z) \pm \sqrt{(n_1 + Z)^2 + 4s + 4p + 4d + 4f}} \right)^2}} \quad (65)$$

Donde  $\gamma$  es el factor de contracción de la energía del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n_1$  es el número cuántico principal,  $s, p, d$  y  $f$ , son los valores del segundo número cuántico,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{2Z\alpha \tan^2 \theta}{n} \right)^2}} \quad (66)$$

Donde  $\gamma$  es el factor de contracción de la energía del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero y  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita.

$$E_e = \frac{m_e c^2 Z \alpha \tan^2 \theta}{n} \gamma \quad (67)$$

Donde  $E_e$  es la energía del electrón,  $m_e$  es la masa del electrón,  $Z$  es el número atómico,  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $n$  es un número no entero,  $\theta$  es el ángulo entre la cantidad de movimiento y el radio de la órbita y  $C$  es la velocidad de la luz en el vacío.

5- Una Quinta Gran Conclusión es que a  $n$  como número no entero de la ecuación con mucha facilidad, se le puede incorporar en el estudio a  $m$  como tercer número cuántico.

Nota de Aclaración: En todos estos trabajos el valor para los diferentes representantes del segundo número entero cuántico azimutal o  $l$  es:  $s=1, p=2, d=3, f=4$  ..... y así sucesivamente.

#### 4- Referencias

- [1] [Numero cuántico Azimutal monografias](#)
- [2] [Numero cuántico Azimutal textoscientificos](#)
- [3] [Inflación Cuántica textos científicos.](#)
- [4] [Números cuánticos textoscientificos.com.](#)
- [5] [Inflación Cuántica Monografías](#)
- [6] [Orbital Atómico](#)
- [7] [Números Cuánticos.](#)
- [8] [Átomo de Bohr.](#)

- [9] [Líneas de Balmer.](#)
- [10] [Constante Rydberg.](#)
- [11] [Dilatación gravitacional del tiempo.](#)
- [12] [Número Cuántico magnético.](#)
- [13] [Numero Cuántico Azimutal.](#)

Copyright © Derechos Reservados<sup>1</sup>.

Heber Gabriel Pico Jiménez MD<sup>1</sup>. Médico Cirujano 1985 de la Universidad de Cartagena Colombia. Investigador independiente de problemas biofísicos médicos propios de la memoria, el aprendizaje y otros entre ellos la enfermedad de Alzheimer.

Estos trabajos, que lo más probable es que estén desfasados por la poderosa magia secreta que tiene la ignorancia y la ingenuidad, sin embargo, como cualquier representante de la comunidad académica que soy, también han sido debidamente presentados en la “Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y naturales” AC-CEFYN.