INTRODUCCIÓN A LA TRIGONOMETRÍA

1.1) INTRODUCCIÓN

La historia de la Trigonometría (De las voces griegas TRIGONON = Triángulo y METREO = medida. Es, pues, la medida del triángulo; o sea tiene por fin encontrar el valor de sus elementos) se remonta a la primera Matemática conocida, en Egipto y Babilonia. Los egipcios establecieron la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos. Sin embargo, hasta los tiempos de la Grecia clásica no empezó a haber Trigonometría en las Matemática. En el siglo II a.C. el astrónomo Hiparco de Alejandría (180 – 125 a. C) inventa la Trigonometría que se ocupaba inicialmente en formular relaciones entre las medidas angulares y las longitudes de los lados de un triángulo, aspecto utilizado en astronomía y navegación, en las que el principal problema era determinar una distancia inaccesible, como la distancia entre la Tierra y la Luna, o una distancia que no podía ser medida de forma directa (lafacu.com).

Tolomeo incorporó en su gran libro de astronomía, el Almagesto, una tabla de cuerdas con incrementos angulares de 1°, desde 0° a 180°, con un error menor que 1/3.600 de unidad. También explicó su método para compilar esta tabla de cuerdas, y a lo largo del libro dio bastantes ejemplos de cómo utilizar la tabla para calcular los elementos desconocidos de un triángulo a partir de los conocidos. Quizás al mismo tiempo que Tolomeo los astrónomos de la India habían desarrollado también un sistema trigonométrico basado en la función seno en vez de cuerdas como los griegos. Esta función seno, al contrario que el seno utilizado en la actualidad, no era una proporción, sino la longitud del lado opuesto a un ángulo en un triángulo rectángulo de hipotenusa dada. Los matemáticos indios utilizaron diversos valores para ésta en sus tablas.

A finales del siglo VIII los astrónomos árabes habían recibido la herencia de las tradiciones de Grecia y de la India, y prefirieron trabajar con la función seno. En las últimas décadas del siglo X ya habían completado la función seno y las otras cinco funciones y habían descubierto y demostrado varios teoremas fundamentales de la Trigonometría que fueron aplicados a la astronomía.

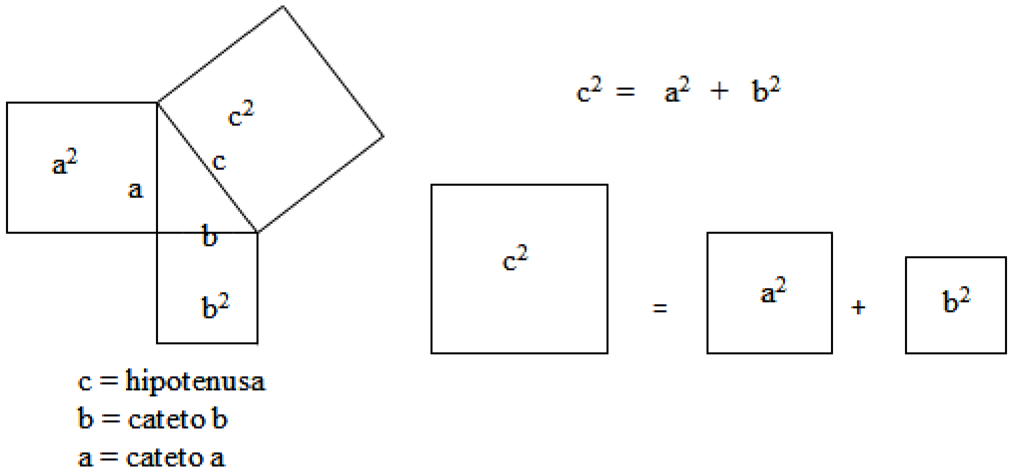
El occidente latino se familiarizó con la Trigonometría árabe a través de traducciones de libros de astronomía arábigos, que comenzaron a aparecer en el siglo XII. El primer trabajo importante en esta materia en Europa fue escrito por el matemático y astrónomo alemán Johann Müller, llamado Regiomontano. Durante el siguiente siglo, el también astrónomo alemán Georges Joachim, conocido como Rético, introdujo el concepto moderno de funciones trigonométricas como proporciones en vez de longitudes de ciertas líneas.

Los cálculos trigonométricos recibieron un gran empuje gracias al matemático escocés John Napier, quien inventó los logaritmos a principios del siglo XVII. Casi exactamente medio siglo después de la publicación de los logaritmos de Napier, Isaac Newton inventó el cálculo diferencial e integral. Uno de los fundamentos del trabajo de Newton fue la representación de muchas funciones matemáticas utilizando series infinitas de potencias de la variable x. Newton encontró la serie para el sen x y series similares para el cos x y la tan x. Con la invención del cálculo las funciones trigonométricas fueron incorporadas al análisis, donde todavía hoy desempeñan un importante papel tanto en las matemáticas puras como en las aplicadas.

Por último, en el siglo XVIII, el matemático suizo Leonhard Euler definió las funciones trigonométricas utilizando expresiones con exponenciales de números complejos. Esto convirtió a la trigonometría en sólo una de las muchas aplicaciones de los números complejos; además, Euler demostró que las propiedades básicas de la trigonometría eran simplemente producto de la aritmética de los números complejos.

En la actualidad, el hombre emplea la Trigonometría para calcular áreas, distancias, trayectorias y en el estudio de la Mecánica (parte de la Física que estudia el movimiento de los cuerpos y que se subdivide en cinemática, dinámica y estática), la Química y en casi todas las ramas de la ingeniería, sobre todo en el estudio de fenómenos periódicos, como el sonido o el flujo de corriente alterna (LONDOÑO, N y BEDOYA, H. 1993).

Teorema de Pitágoras
La relación entre los cuadrados de los lados de los triángulos rectángulos se anuncian en el fundamental Teorema de Pitágoras, cuyo enunciado es el siguiente: En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



Del Teorema de Pitágoras se deducen las siguientes conclusiones:

- En todo triángulo rectángulo la hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la hipotenusa de la suma de los cuadrados de los catetos.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

- Un cateto es igual a la raíz cuadrada de la diferencia entre el cuadrado de la hipotenusa y el cuadrado del otro cateto

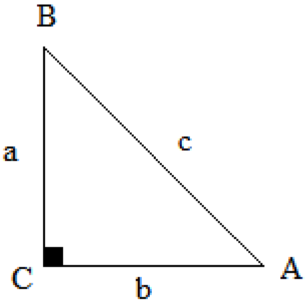
$$a = \sqrt{c^2 - b^2} \qquad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

1.2) FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

1.2.1) DEFINICIÓN
Son relaciones entre las longitudes de la hipotenusa y los catetos del triángulo rectángulo. Existen seis funciones trigonométricas: seno, coseno, tangente, cotangente,

secante y cosecante. Las tres primeras funciones se llaman funciones directas y las tres últimas se llaman funciones recíprocas o inversas.

En el triángulo ACB de la siguiente figura consideramos el ángulo A
c = Longitud de la hipotenusa
a = Longitud del cateto opuesto al $\angle$ A
b = Longitud del cateto adyacente al $\angle$ A



Las funciones trigonométricas del ángulo A son:

Funciones directas

$$Seno\ de\ A = sen\ A = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$$

$$Coseno\ de\ A = cos\ A = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$$

$$Tangente\ de\ A = tan\ A = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente} = \frac{a}{b}$$

Funciones inversas

$$Cosecante\ de\ A = csc\ A = \frac{hipotenusa}{cateto\ opuesto} = \frac{c}{a}$$

$$Secante\ de\ A = sec\ A = \frac{hipotenusa}{cateto\ adyacente} = \frac{c}{b}$$

$$Cotangente\ de\ A = tan\ A = \frac{cateto\ adyacente}{cateto\ opuesto} = \frac{b}{a}$$

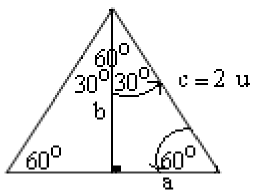
1.2.2) FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES

Funciones de 30^0 y 60^0

Se obtienen a partir de un triángulo equilátero (llamado también equiángulo) de 2 unidades de lado. Se emplea 2 unidades de lado por ser el número entero más pequeño y fácil de utilizar para calcular, en números pequeños, los demás elementos del triángulo que intervienen en el cálculo las funciones trigonométricas

<u>Tarea para el estudiante</u>

1) Trace un triángulo equilátero de 2 unidades



2) Trace la altura desde el vértice superior. Explique el ¿Por qué? la altura trazada también es bisectriz

3) Calcule a y b en la figura

4) Calcule las funciones trigonométricas de 30^0 y 60^0. Racionalice los resultados y llene la siguiente tabla:

Función / **Ángulo**	sen	cos	tan	cot	sec	csc
30^0			$\frac{\sqrt{3}}{3}$			
60^0				$\frac{\sqrt{3}}{3}$		

Funciones de 45^0

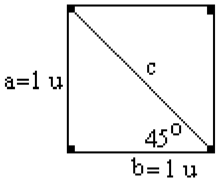
Se obtienen a partir de un triángulo cuadrado (llamado también rectángulo equilátero o rombo equiángulo) de una unidad de lado. Se emplea una unidad de lado por ser el número entero más pequeño y fácil de utilizar para calcular, en números pequeños, los demás elementos del triángulo que intervienen en el cálculo las funciones trigonométricas

<u>Tarea para el estudiante</u>

1) Trace un cuadrado de una unidad

2) Trace la diagonal desde el vértice superior izquierdo. Explique el ¿Por qué? la diagonal trazada también es bisectriz

3) Calcule la diagonal c de la figura

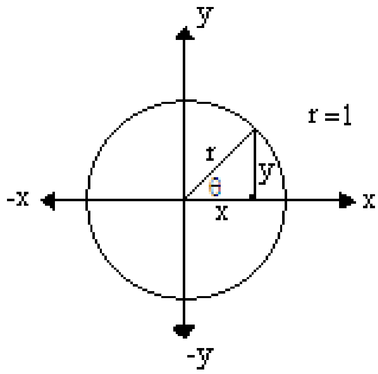


4) Calcule las funciones trigonométricas de 45^0. Racionalice los resultados y llene la siguiente tabla

Función / **Ángulo**	sen	cos	tan	cot	sec	csc
45^0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$					

1.2.3) FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS CUADRANTALES

Son funciones trigonométricas de los ángulos que se encuentran en los cuadrantes del Plano Cartesiano que se obtienen a partir del Círculo Trigonométrico (Círculo trazado en el Plano Cartesiano con centro en el punto (0,0) y radio de una unidad)



Donde r = radio vector; x = abscisa; y = ordenada; θ = ángulo theta

Las funciones trigonométricas del ángulo θ son:

Funciones directas

$$sen\,\theta = \frac{ordenada}{radio\ vector} = \frac{y}{r}$$
$$cos\,\theta = \frac{abscisa}{radio\ vector} = \frac{x}{r}$$
$$tan\,\theta = \frac{ordenada}{abscisa} = \frac{y}{x}$$

Funciones inversas

$$csc\,\theta = \frac{radio\ vector}{ordenada} = \frac{r}{y}$$
$$sec\,\theta = \frac{radio\ vector}{abscisa} = \frac{r}{x}$$
$$cot\,\theta = \frac{abscisa}{ordenada} = \frac{x}{y}$$

Tarea para el estudiante

1) Trace un Plano Cartesiano a una escala conveniente para un Círculo Trigonométrico.

2) Con radio en el punto (0,0) y radio una unidad, trace una circunferencia.

3) Ponga las coordenadas de los puntos en donde la circunferencia interseca al Plano Cartesiano.

4) Ponga los valores de "y", "x "y "r"

5) Calcule las funciones trigonométricas de los ángulos cuadrantes. Llene la siguiente tabla:

Función / **Ángulo**	sen	cos	tan	cot	sec	csc
0^0	0	1				
90^0			∞			
180^0						
270^0						

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE N° 1

1) Realice un organizador gráfico (mapa conceptual, cuadro sinóptico, mentefacto, etc.) sobre la introducción de las funciones trigonométricas.

2) Consulte sobre la biografía de Pitágoras, y realice un organizador gráfico de la misma.

3) Consultar en cualquier fuente de información disponible sobre la clasificación de los triángulos, líneas y puntos notables del triángulo y sobre la clasificación de los cuadriláteros.

4) Realice las tareas de las funciones trigonométricas de ángulos notables y cuadrantales.

5) Comprobar las siguientes igualdades empleando los valores exactos los ángulos dados:

5.1) $sen^2 30^0 + \cos^2 30^0 = 1$

5.2) $sen^2 45^0 + \cos^2 45^0 = 1$

5.3) $sen^2 60^0 + \cos^2 60^0 = 1$

5.4) $1 + \tan^2 30^0 = \sec^2 30^0$

5.5) $1 + \tan^2 45^0 = \sec^2 45^0$

5.6) $1 + \tan^2 60^0 = \sec^2 60^0$

5.7) $1 + \tan^2 0^0 = \sec^2 0^0$

6) Hallar tan del ángulo A, sabiendo que $b = \sqrt{mn + n^2}$ y $c = m + n$

$$\frac{1}{n}\sqrt{mn}$$

1.2.4) SIGNOS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Tarea para el estudiante

1) Trace un Plano Cartesiano.

2) Trace un radio vector r en los 4 cuadrantes del Plano Cartesiano con un ángulo θ.

3) Empleando al radio vector como hipotenusa forme triángulos rectángulos.

4) Ponga los elementos de los triángulos rectángulos trazados anteriormente, empleando la simbología “x” “-x”, “y” y “-y” para los catetos adyacente y opuesto al ángulo θ, respectivamente, según el cuadrante.

5) Calcule las funciones trigonométricas en cada triángulo y determine los signos de las funciones trigonométricas. Llene la siguiente tabla:

Signos de las Funciones Trigonométricas				
Cuadrante / Función	I	II	III	IV
sen θ	+	+		

cos θ				+
tan θ			+	
cot θ				
sec θ				
csc θ				
Resumen	**todas**	**sin csc**	**tan cot**	**cos sec**

1.2.5) FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS FAMILIARES

De 30^0

<u>*Tarea para el estudiante*</u>

1) Repita los pasos del anterior taller empleando $\theta = 30^0$, $r = 2$, $x = \sqrt{3}$ y $y = 1$

2) Calcule el ángulo familiar de 30^0 que se obtiene en el segundo, tercero y cuarto cuadrante.

3) Calcule las funciones trigonométricas de 30^0 y de sus ángulos familiares. Racionalice las respuestas y llene la siguiente tabla:

Ángulo / Función	30^0	150^0	210^0	330^0
sen θ				
cos θ				
tan θ				
cot θ				
sec θ				
csc θ				

De 45^0

<u>*Tarea para el estudiante*</u>

1) Repita los pasos del anterior taller empleando $\theta = 45^0$, $r = \sqrt{2}$, $x = 1$ y $y = 1$

2) llene la siguiente tabla:

Ángulo / Función	45^0	135^0	225^0	315^0
sen θ				
cos θ				
tan θ				
cot θ				
sec θ				
csc θ				

De 60^0

Tarea para el estudiante

1) Repita los pasos del anterior taller empleando $\theta = 60^0$, r = 2, x =1 y $y = \sqrt{3}$

2) llene la siguiente tabla:

Ángulo / Función	60^0	120^0	240^0	300^0
sen θ				
cos θ				
tan θ				
cot θ				
sec θ				
csc θ				

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE N° 2

1) Realice las tareas para el estudiante de los signos de las funciones y de las funciones trigonométricas de ángulos familiares.

2) Comprobar las siguientes igualdades empleando los valores exactos los ángulos dados:

2.1) $sen^2 120^0 + \cos^2 120^0 = 1$
2.2) $sen^2 135^0 + \cos^2 135^0 = 1$
2.3) $sen^2 240^0 + \cos^2 240^0 = 1$
2.4) $1 + \tan^2 150^0 = \sec^2 150^0$
2.5) $1 + \tan^2 225^0 = \sec^2 225^0$
2.6) $1 + \tan^2 300^0 = \sec^2 300^0$
2.7) $1 + \tan^2 120^0 = \sec^2 120^0$
2.8) $1 + \tan^2 315^0 = \sec^2 315^0$
2.9) $1 + \tan^2 210^0 = \sec^2 210^0$
2.10) $1 + \cot^2 150^0 = \csc^2 150^0$

1.2.6) GRÁFICAS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

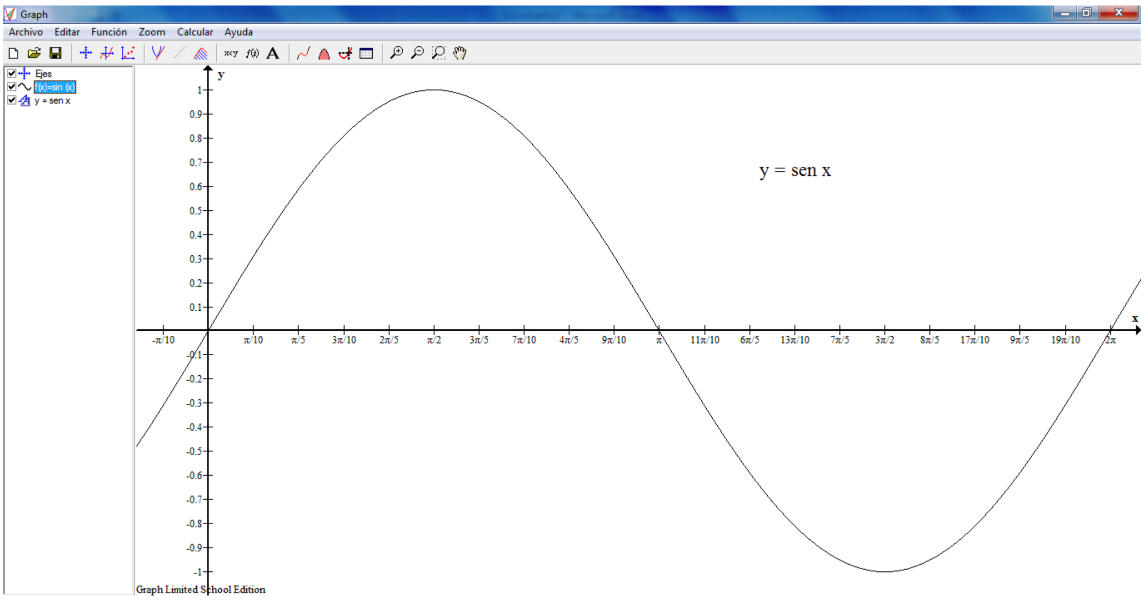
TAREA DE INTERAPRENDIZAJE N° 3

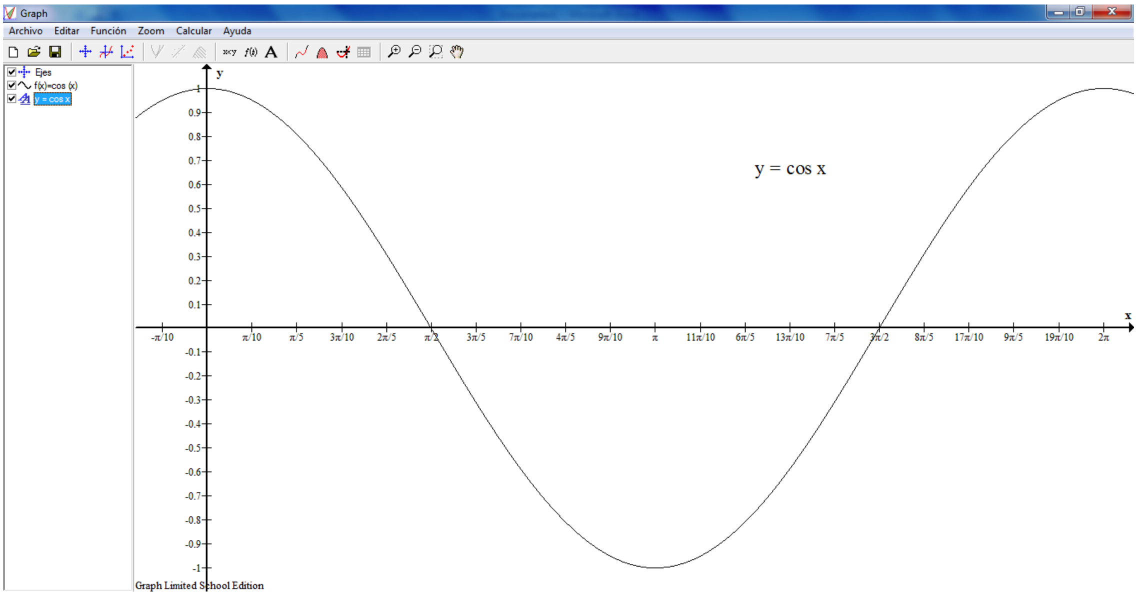
1) Llene la siguiente tabla y grafique las funciones trigonométricas de manera manual y utilizando el programa Graph o cualquier otro programa.

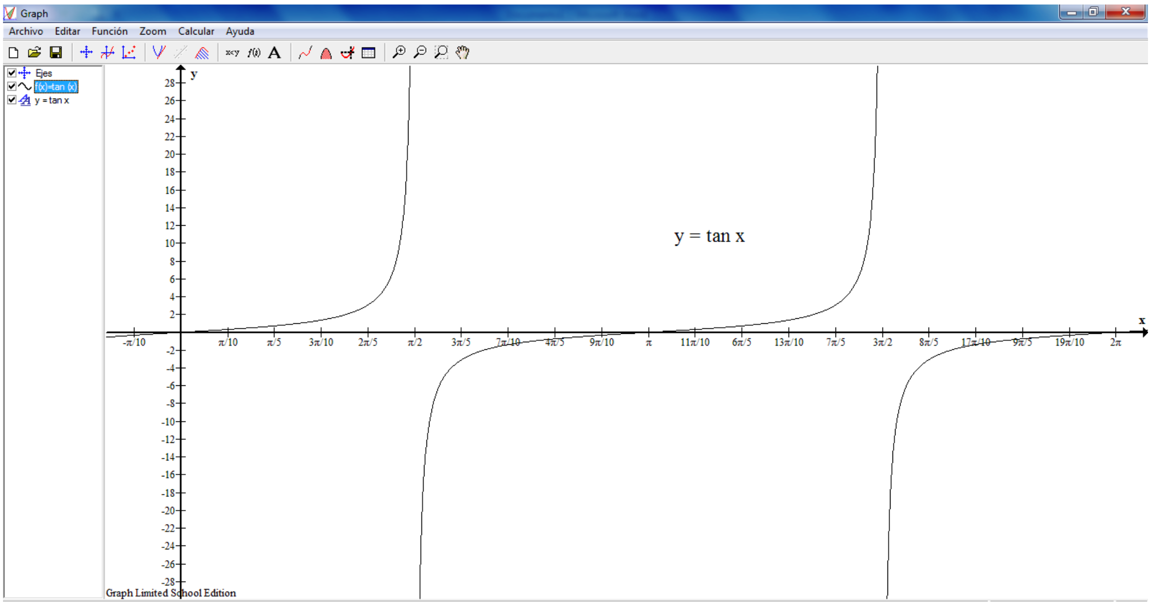
Nota: $\pi rad = 180^0; 1Rev = 360^0$

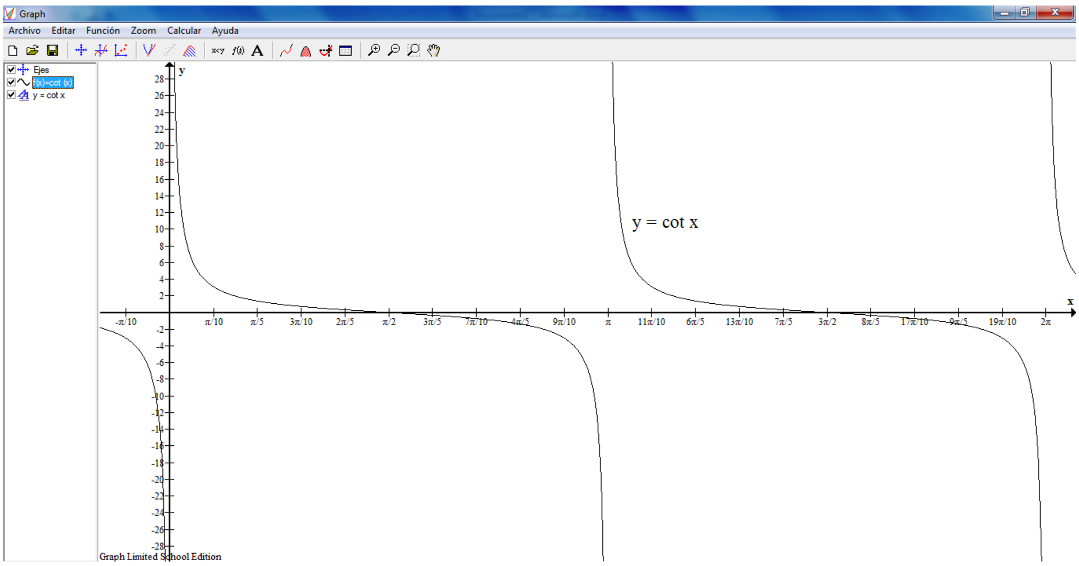
$x = \theta$			$y = sen\theta$	$y = cos\theta$	$y = tan\theta$	$y = cot\theta$	$y = sec\theta$	$y = csc\theta$
Grados	$\pi\, rad$	Rev						
0								

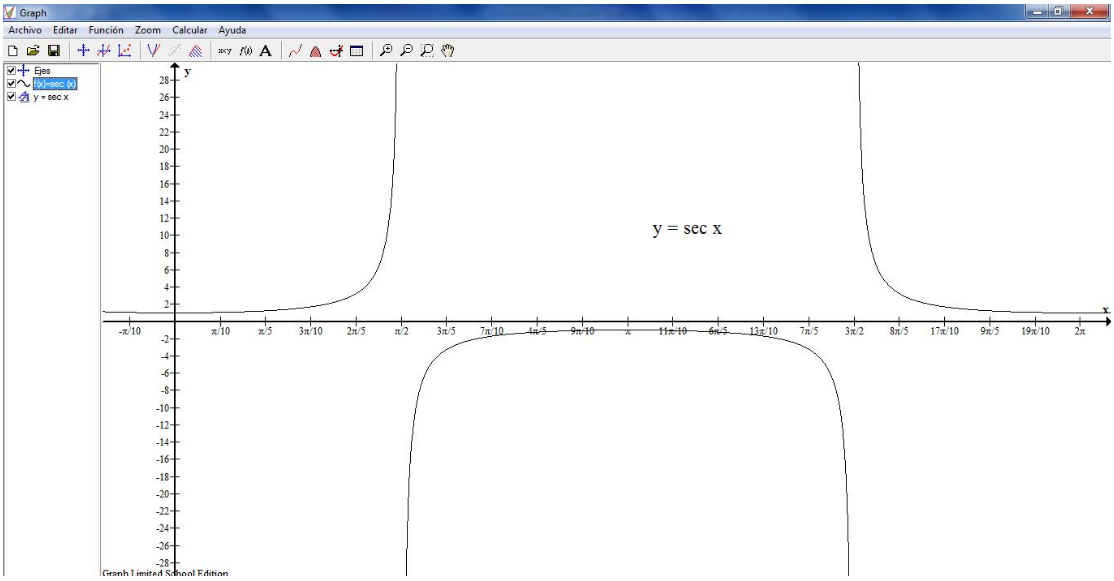
15								
30	$\pi/6$							
45								
60								
75								
90								
105								
120								
135								
150								
165								
180	π	1/2						
195								
210								
225								
240								
255								
270								
285								
300								
315								
330								
345								
360	2π							

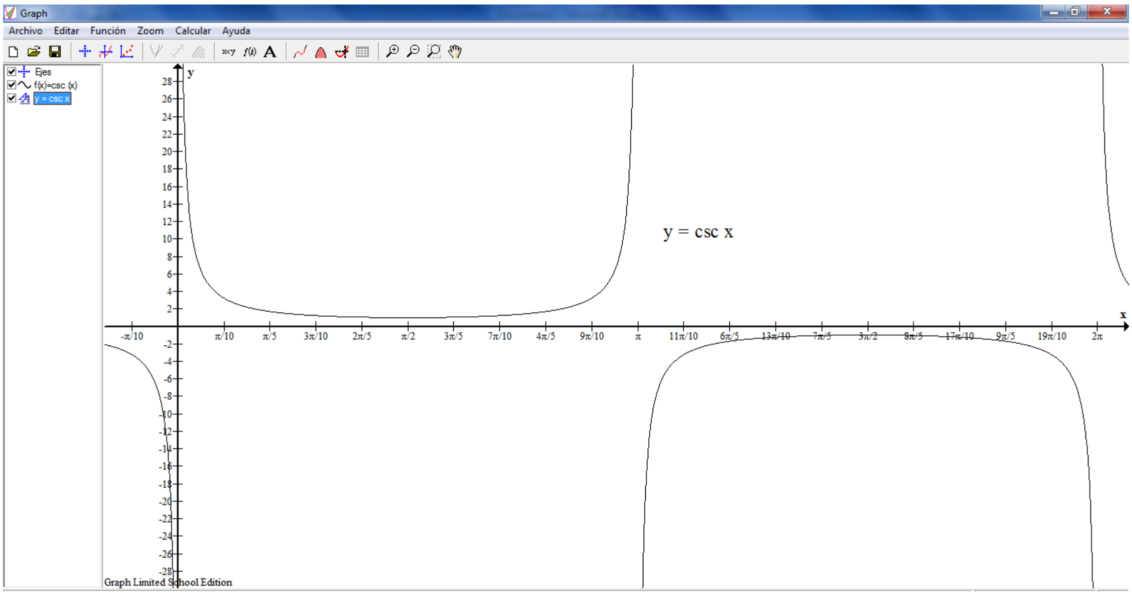



Graph
Archivo Editar Función Zoom Calcular Ayuda
y = cos x
Graph Limited School Edition

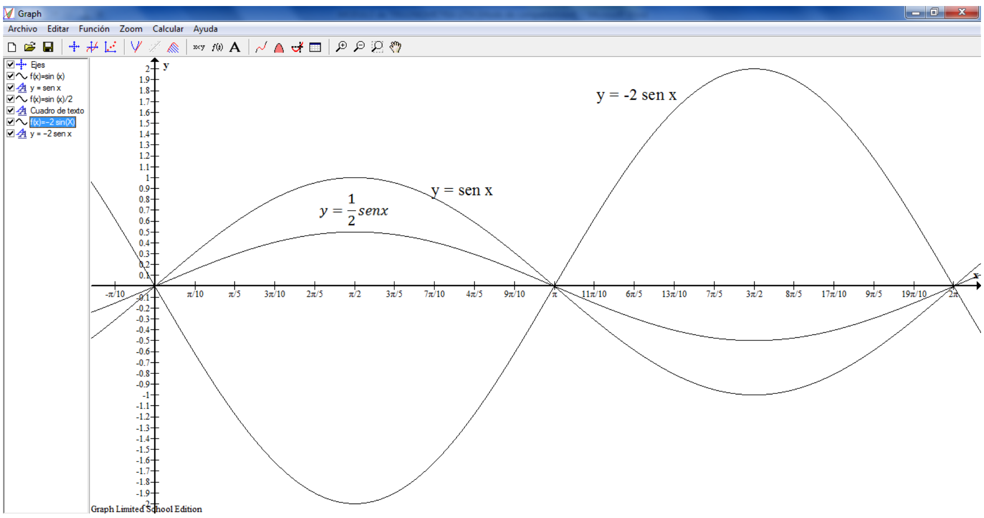

Graph
Archivo Editar Función Zoom Calcular Ayuda
y = tan x
Graph Limited School Edition


Graph
Archivo Editar Función Zoom Calcular Ayuda
y = cot x
Graph Limited School Edition





2) Elaborar la tabla y construir un mismo sistema de coordenadas las gráficas de las funciones: $y = senx, y = \frac{1}{2}senx, y = -2senx$

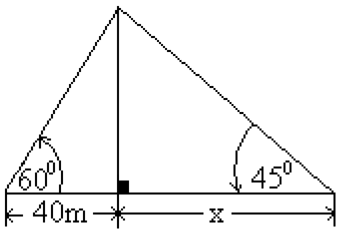


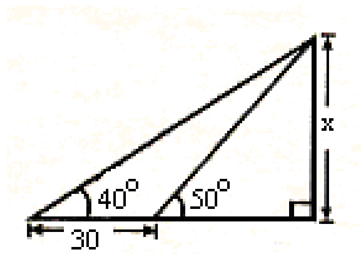
1.3) RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE N° 4

Emplear las funciones trigonométricas o el teorema de Pitágoras para resolver los siguientes ejercicios y problemas

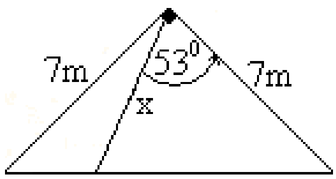
1) Hallar el valor de x en las siguientes figuras:

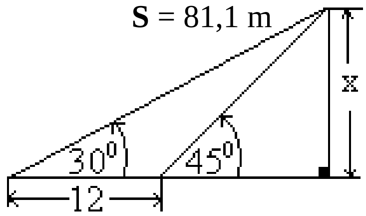




S = 69,3 m

S = 81,1 m

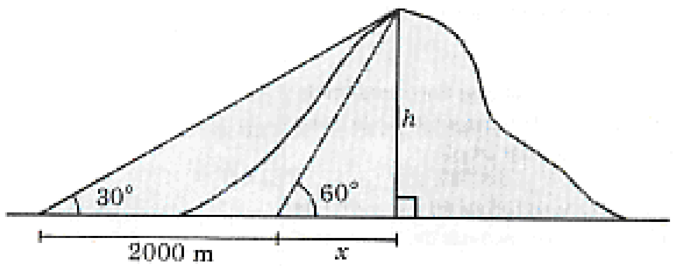




S = 5

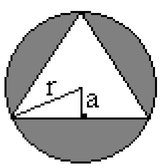
S = $6(\sqrt{3}+1)$

2) En la siguiente figura determinar la altura h de la montaña y el valor de x



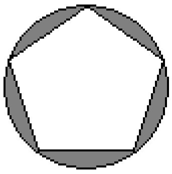
S= 1730, 9 m; 999, 3 m

3) El siguiente triángulo está inscrito en una circunferencia de 2 cm de radio. Calcular el área de la región sombreada



S = 7,37 cm^2

4) El lado del siguiente pentágono regular mide 2,4 cm y su apotema 1,6 cm. Calcular el área de la región sombreada



S = 2,96 cm^2

5) El diámetro de la circunferencia es 4 cm. Calcular el área de la región sombreada.

S = 6,5 cm^2

6) Calcular el área de un triángulo isósceles cuya base mide 6 cm y uno de sus lados 5 cm

R= 12 cm^2

7) La base de un triángulo isósceles mide 10 m y el ángulo en la base π / 6 rad. Calcular el perímetro y el área.

P = 21,54 m A= 14,4 m^2

8) Calcular el área de un rectángulo sabiendo que su diagonal mide 10 cm y la base 8 cm.

R= 48 cm^2

9) Resolver un rombo, sabiendo que su diagonal mayor mide 8 m y su diagonal menor 60 dm.

P= 20 m; A=24 m^2; 106,26^0; 73,74^0

10) Calcular el área de un trapecio isósceles sabiendo que la base mayor mide 10 cm, la base menor 4 cm y uno de sus lados 5 cm

A =28 cm^2

11) Calcular el área de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de 2m de radio

A = 10,4 m^2

12) Calcular la longitud de un arco intersecado por una cuerda que mide 2,6 m en una circunferencia de 3 m de diámetro.

Arco = 3,145 m

13) Los organizadores de una prueba ciclística ordenan a un constructor una rampa de 10 m de largo y que se levante del suelo a una altura de 3 m. Calcular el ángulo de elevación de la rampa.

S = 17,46º

14) La sombra que proyecta un árbol de 3,4 m sobre el piso horizontal mide 4,3 m. ¿Cuál es la medida del ángulo que hace la horizontal con la línea que une los dos puntos extremos, de la sombra y del árbol?

S = 38,33º

15) Una escalera de 3 m está recostada sobre una pared vertical y forma con el piso en ángulo de 63,3º. ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la pared?

S = 2,68 m

16) Un pintor usa una escalera de 5 m de longitud apoyándose sobre la pared y a 3 m de ella en el piso. Determinar la altura que alcanza la escalera sobre la pared.

S = 4m

17) Una antena de televisión de 8 m de altura está sujeta desde su extremo superior por un cable fijo a 6m de la base. ¿Cuál es el precio del cable si cada metro cuesta $ 0,5?

S= $5

18) Una antena de televisión está sujeta desde su extremo superior por un cable fijo a 2m de base y forma con la horizontal un ángulo de 70º.¿ Que altura alcanza la antena?

S = 5,5 m

19) Determinar la altura de un edificio, sabiendo que cuando el sol forme un ángulo de 60º con el edificio, éste proyecta una sombra de 60 m.

S = 103,92 m

20) Determinar la longitud que presenta la sombra de un árbol de 6m de altura cuando la inclinación de los rayos del sol es de 40º

S = 7,15 m

21) El ángulo de elevación de una cometa cuando se ha soltado 40m de hilo es 40º. Determinar la altura de la cometa

S = 25,7 m

22) Un avión de reconocimiento localiza un barco enemigo con un ángulo de depresión de 28º. Si el avión vuela 3200 m de altura, calcular la distancia a la que se encuentra el barco enemigo.

S = 6815,8 m

23) Desde la cúspide de un faro de 4 m de altura sobre el nivel del mar se observa que un ángulo de depresión de 21º a un bote. Calcular la distancia horizontal del faro al bote.

S = 10,42 m

24) Desde un punto situado a 2 m sobre el nivel del piso, un hombre de 1,7 m observa un edificio situado a 20 m sobre la horizontal. Si el ángulo que forma la visual con la horizontal es de 45º. Cuál es la altura del edificio.

S = 23,7 m

25) Desde la cúspide de un faro de 6m de altura sobre el nivel del mar se observa que los ángulos de depresión a 2 botes situados en líneas con el faro son de 14º y 30º , respectivamente. Calcular la distancia entre ambos botes.

S = 13,67 m

26) Un poste de alumbrado tiene una altura de 4 m. Un observador está parado frente al poste a una distancia de 2m del mismo. Si la estatura del observador es de 1,7 m, ¿cuál es la longitud de la sombra que proyecta el observador sobre el piso.

S= 1,48 m

27) El viento quiebra un árbol y la parte superior toca el suelo en un punto de éste a 8m de la base del árbol. La parte quebrada mide 17 m. ¿Cuál era la altura original del árbol?

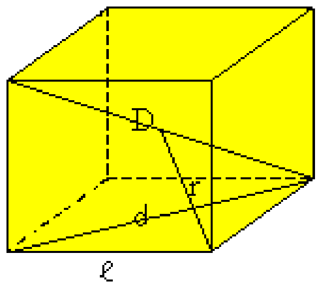
S= 32 m

28) Una persona se encuentra en la ventana de su apartamento que está situada a 8m del suelo y observa el edificio de enfrente con un ángulo de elevación de 30^0. La distancia entre el apartamento y el edificio es 166,18 m. Determinar la atura del edificio de enfrente.

S= 104 m

29) El volumen de un hexaedro es de 64 cm^3. Demostrar que la diagonal del cuerpo mide $4\sqrt{3}$ cm

30) En la siguiente figura demostrar que d = $\sqrt{2}\ell$, D = $\sqrt{3}\ell$ y $\ell = \frac{2\sqrt{3}r}{3}$



1.4) RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

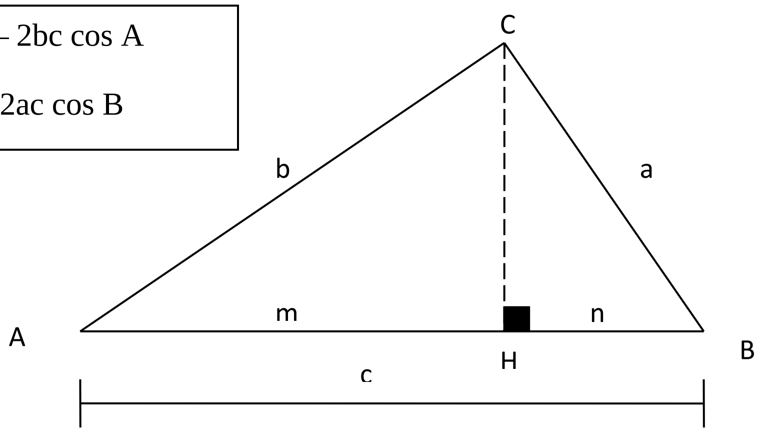
Recordemos que un triángulo oblicuángulo es aquel que no tiene ángulo recto.
Para resolver estos triángulos necesitamos conocer los teoremas o leyes del coseno y del seno.

1.4.1) TEOREMA O LEY DEL COSENO

En todo triángulo, el cuadrado de la longitud de un lado es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados, menos el doble producto de éstos por el coseno del ángulo comprendido entre dichos lados.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$



A continuación se demuestra el teorema para el lado a o BC
Consideremos el triángulo anterior .Sea CH el segmento altura y sean m y n las longitudes de los segmentos en el que el punto h divide el lado AB

En el triángulo AHC y el BHC por el teorema de Pitágoras:
$a^2 = h^2 + n^2$ (1)
$b^2 = h^2 + m^2$ (2)
Al restar la ecuación (2) de la ecuación (1) se obtiene:

(1) –(2): $a^2 - b^2 = n^2 - m^2$ Por ser m + m = c $\Rightarrow$ n = c – m

$a^2 - b^2 = (c-m)^2 - m^2$ Cuadrado de un binomio

$a^2 - b^2 = c^2 - 12m + m^2 - m^2$ Términos semejantes

$a^2 - b^2 = c^2 - 2cm$ (3) Transponiendo b^2

$a^2 = b^2 + c^2 - 2cm$

Como: cos A = $\frac{m}{b}$ y m = b cos A (4)

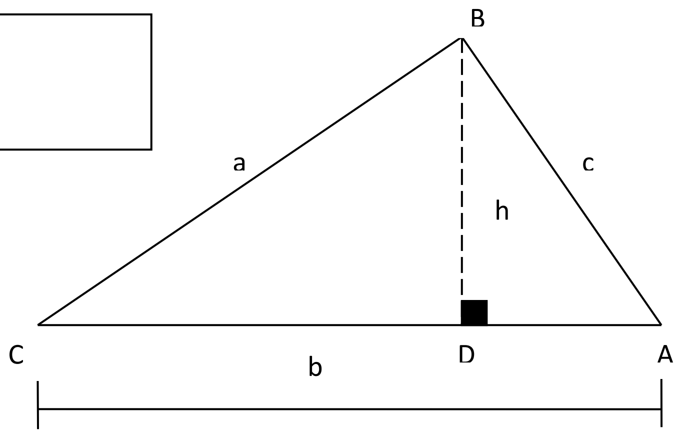
Reemplazando (4) en (3), obtenemos: $\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A}$

En forma similar que podríamos demostrar el teorema del coseno para los lados b y c

1.4.2) TEOREMA O LEY DE LOS SENOS

En todo triángulo ABC, las longitudes de los lados son directamente proporcionales a los senos de los ángulos opuestos a dichos lados.

Consideremos al triángulo ABC de la figura. Tracemos la altura h desde el vértice del ángulo B hasta el lado AC.



En el triángulo ADB calculando sen A:
Sen A = $\frac{h}{c}$
Despejando h
h = c sen A (1)
en el triángulo CDB calculando sen C y despejando h
sen C = $\frac{h}{a} \Rightarrow h = a sen C (2)$
Aplicando la propiedad transitiva (a = b y b =c $\Rightarrow$ a = c)

De la igualdad de las ecuaciones 1 y 2
a sen C = c sen A
Transponiendo sen C y sen A

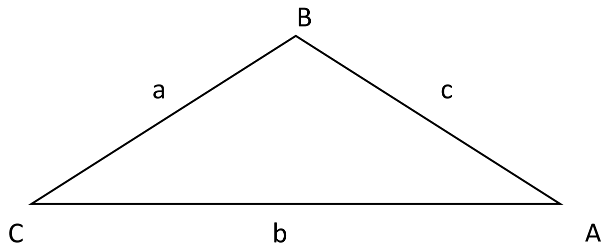
$$\frac{a}{senA} = \frac{c}{senC}$$

Generalizando esta igualdad para el lado B y su lado opuesto

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$$

TAREA DE INTERAPRENDIZAJE N° 5

1) Resolver los siguientes triángulos ABC



1.1) a = 5 cm   b = 100 mm   C = 45º

A= $28{,}70^0$, B = $106{,}3^0$, P =22,368 cm, A∆= 17,65 cm^2

1.2) a = 10 cm   b = 150 mm   B = $\frac{7\pi}{30}$

A= $29{,}72^0$, C = $18{,}33^0$, P =31,34 cm, A∆= 23,59 cm^2

1.3) B = 113º10'   b = 248 cm   c = 1,95 m

A= $20{,}54^0$, C = $46{,}29^0$, P =537,65 cm, A∆= 8783,76 cm^2

1.4) c = 40 cm   b = 0,5 m   A = $\frac{3}{20}\mathrm{Re}v$

B= $75{,}55^0$, C = $50{,}44^0$, P =131,82 cm, A∆= 809,02 cm^2

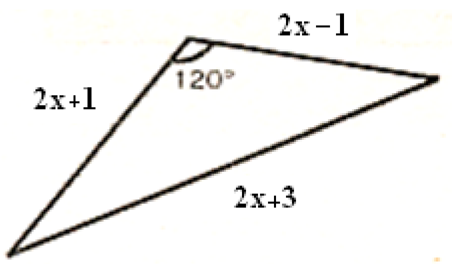
1.5) a = 150 cm   c = 3 m   B = $5\pi/6$

A= $9{,}896^0$, C = $20{,}11^0$, P =886,387 cm, A∆= 11250 cm^2

1.6) a = 9 cm   b = 0,07 m   c = 40 mm

A= $106{,}6^0$, B = $48{,}19^0$, C = $25{,}2^0$, P =20 cm, A∆= 13,41 cm^2

2) El valor de x en la siguiente figura es



3) Desde un punto situado en el plano horizontal que pasa por la base de un edificio, el ángulo de elevación a su cúspide es de 52^0 39' y desde otro punto situado a 10 m del anterior y más distante que él del pide del edificio es de $35^0$16'. Hállese la altura del edificio.

S = 15,36 m

4) Un asta de bandera de 4 m de altura está situada en lo alto de una torre. Desde un punto situado de la base de la torre se observa que los ángulos de elevación al tope y al pie del asta son de $38^0$53' y $20^0$18' respectivamente. Hállese la distancia del punto a la torre y la altura de ésta.

S= 3,39 m; 9,16 m

5) Un automóvil parte con rumbo N30^0O a una velocidad de 180 km/h durante 3 horas. Un segundo automóvil parte desde el mismo lugar del primero con rumbo a S10^0E a una velocidad de 200 km/h durante 4 horas. Calcular la distancia entre los automóviles.

S= 1320,41 km

6) Un avión parte con rumbo N30^0E a una velocidad de 3000 km/h durante 2 horas. Luego cambia el rumbo a S20^0E a una velocidad de 4000 km/h durante 2 horas. Calcular la distancia y el rumbo con respecto a su punto de partida.

S= 6188,08 km; N $67,97^0$ O

7) Un vehículo parte con rumbo N30^0O a una velocidad de 150 km/h durante 2 horas. Luego cambia el rumbo a S40^0O a una velocidad de 200 km/h durante 3 horas. Finalmente cambia su rumbo a N60^0O a una velocidad de 180 km/h durante 4 horas. Calcular la distancia y el rumbo con respecto a su punto de partida.

S= 1170,2 km; S $82,3^0$ E

8) Un automóvil parte con rumbo N30^0E a una velocidad de 150 km/h durante 2 horas. Luego cambia el rumbo a S20^0E a una velocidad de 200 km/h durante 3 horas. Finalmente cambia su rumbo a N60^0E a una velocidad de 180 km/h durante 4 horas. Calcular la distancia y el rumbo con respecto a su punto de partida.

S= 980,34 km; S $86,73^0$ O