Colegio De Bachilleres Del Estado De Tlaxcala 01 El Sabinal

Integrantes Del Equipo:

. Viridiana Varela González
. Isis Alejandra Zamora Saldaña
. Romfery Valderrama Palacios

Nombre Del Profesor:

Beymar Suarez González

[01 EL SABINAL]

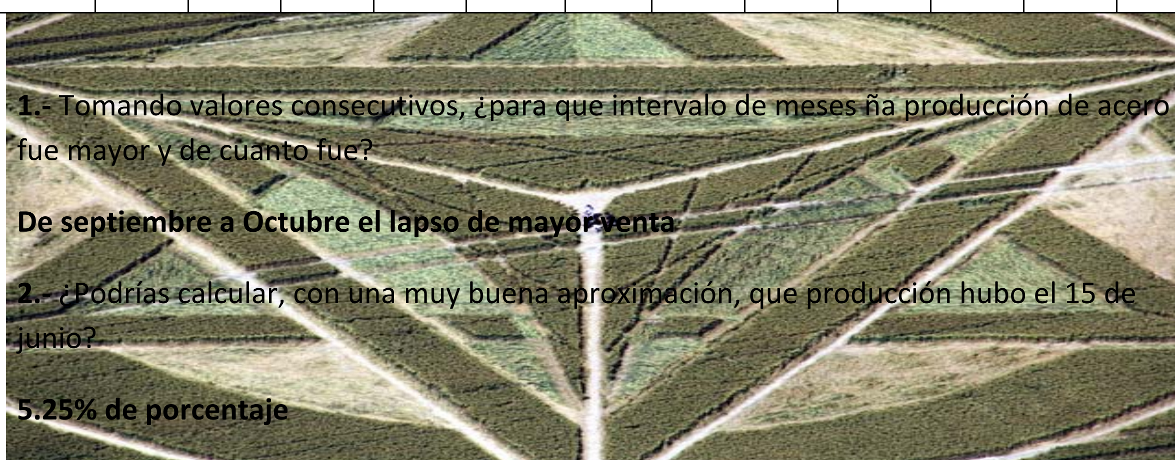
La variación de un fenómeno a través del tiempo

Hipótesis

Actividad de personalización

La producción de acero en Monterrey Nuevo León, en millones de toneladas durante el año de 1992ª partir del mes de Enero, se muestra en la tabla.

Meses	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Producción	6.7	8.5	8.9	7.8	9.7	10.5	9.3	11.2	8.8	11.7	11.5	11.9



1.- Tomando valores consecutivos, ¿para que intervalo de meses ña producción de acero fue mayor y de cuanto fue?

De septiembre a Octubre el lapso de mayor venta

2.- ¿Podrías calcular, con una muy buena aproximación, que producción hubo el 15 de junio?

5.25% de porcentaje

En esta unidad aprenderás los conceptos de razón de cambio de promedio y razón de cambio instantáneo para que los utilices en la solución de diversos problemas.
La aproximación de la razón de cambio promedio a la instantánea nos producirá al concento de derivada.

¿Son importantes las razones de cambio?
Describe tu propia hipótesis

<u>Importantes para la elaboración de intervalos de las ventas y perdidas de la empresa esto tiene como importancia saber cuando es que la empresa vende mucho o poco para tener una idea de las perdidas y ganancias de la entidad.</u>

Consulta

Actividad de aprendizaje para el descubrimiento

El concepto de derivada de una función matemática se halla íntimamente relacionado con la noción de límite. Así, la derivada se entiende como la variación que experimenta la función de forma instantánea, es decir, entre cada dos puntos de su dominio suficientemente próximos entre sí. La idea de instantaneidad que transmite la derivada posee múltiples aplicaciones en la descripción de los fenómenos científicos, tanto naturales como sociales.

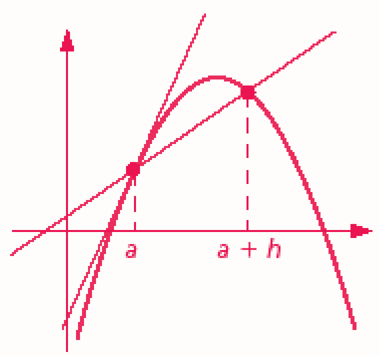
Derivada de una función en un punto

Dada una función f (x), y considerado un punto a de su **dominio**, se llama **derivada** de la función en ese punto, denotada como f ¿ (a), al siguiente **límite**:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Este límite también puede expresarse de las dos formas alternativas siguientes:

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$



Apoyo gráfico para la definición de derivada en un punto.

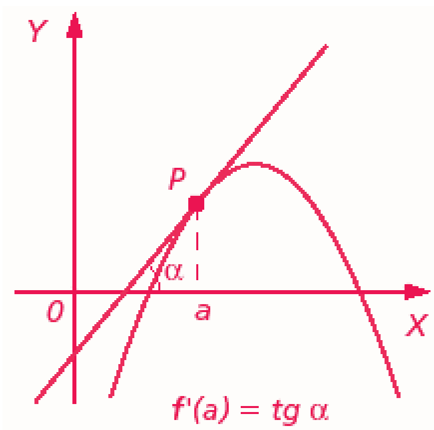
Interpretación geométrica de la derivada

La definición de derivada tiene mucho que ver con el concepto de variación instantánea. Teniendo en cuenta que el cociente:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

expresa la pendiente de la recta que pasa por (a, f (a)) y (b, f(b)), es lógico pensar que si b y a están muy próximos entre sí, separados por un valor h que tiende a cero, esta recta se aproximará a la recta tangente a la función en el punto x = a.

Tal es la interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto: coincide con la pendiente de la recta tangente a la función en dicho punto.



La derivada de una función en un punto coincide con la pendiente de la recta tangente a la función en dicho punto.

Derivadas laterales

Como sucedía con los límites, se pueden definir los conceptos de **derivadas laterales** de una función en un punto.

Dada una función f (x) y considerado un punto a de su dominio de definición, se define su **derivada por la derecha**, y se denota como f ¿ (a^+), al límite siguiente:

$$f'(a^+) = \lim_{x \to a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Por su parte, la **derivada por la izquierda** de f (x) en el punto a, denotada por f ¿ (a^-), se define como el siguiente límite:

$$f'(a^-) = \lim_{x \to a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Una función se dice **derivable** cuando tiene derivadas por la derecha y por la izquierda, y sus valores coinciden.

Interpretación geométrica

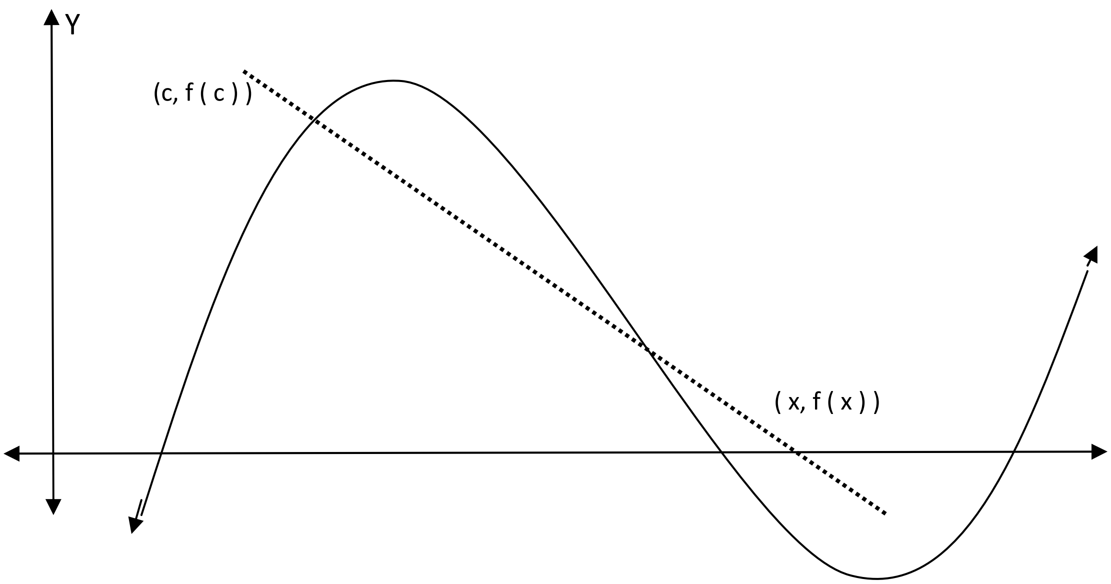
Dada una función f (x), se define variación de la función entre dos puntos de su dominio x_1 y x_2, siendo $x_1 < x_2$, a la diferencia f (x_2) - f (x_1). Cuando esta diferencia es positiva, la función es creciente en el punto; si es negativa, la función es decreciente.

Relacionada con este concepto, se llama variación media de una función f (x) en un intervalo [a, b] al cociente siguiente:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

El valor de este cociente coincide con la pendiente de la recta que pasa por los puntos de coordenadas (a, f (a)) y (b, f (b)).

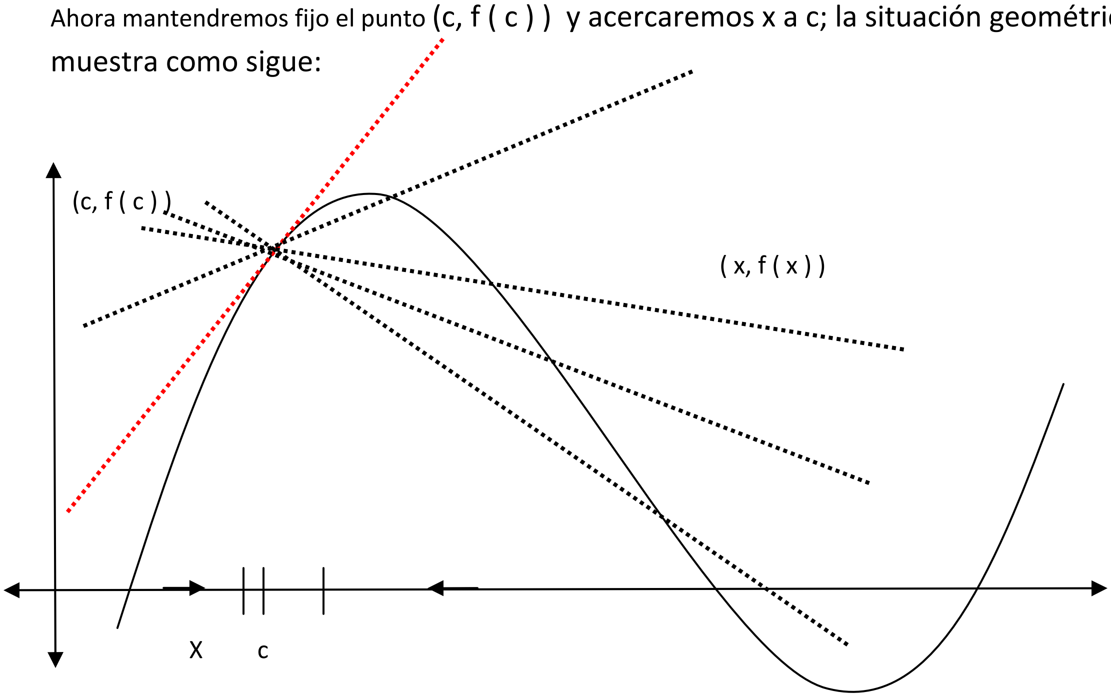
Cuando los dos puntos del intervalo [a,b] están lo suficientemente próximos entre sí, el cociente anterior indica la variación instantánea de la función. En tal caso, el valor de b podría expresarse como b = a + h, siendo h un valor infinitamente pequeño.



La pendiente de la recta secante que pasa por los puntos (c, f (c)) y (x, f (x)) es

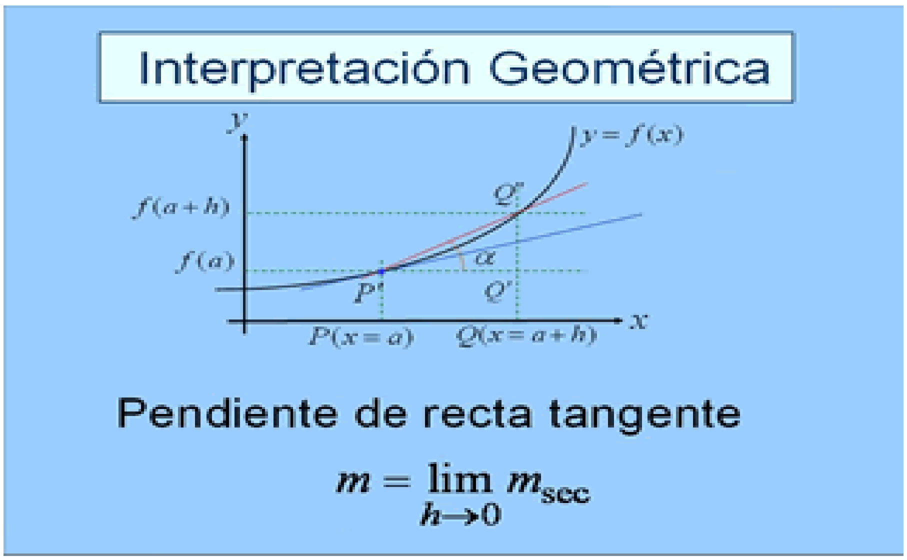
$$\frac{f(x) - f(c)}{x - c}$$

Ahora mantendremos fijo el punto (c, f (c)) y acercaremos x a c; la situación geométrica se muestra como sigue:



Cuando X suficiente mente próxima de C, la recta secante esta muy próxima a lo que llamaremos recta tangente al grafico de f en el punto (c, f (c)). Definición.

Una recta tangente a una curva en un punto, es una recta que al pasar por dicho punto y que en dicho punto tiene la misma pendiente de la curva. La recta tangente es un caso particular de espacio tangente a una variedad diferenciable de dimensión 1



Sea C una curva, y A un punto regular de esta, es decir, un punto no anguloso donde la curva es diferenciable, y por tanto en A la curva no cambia repentinamente de dirección. La tangente a C en A es la recta T_A que pasa por A y que tiene la misma dirección que C alrededor de A.

La tangente es la posición límite de la recta secante (AM) (el segmento AM se llama cuerda de la curva), cuando M es un punto de C que se aproxima indefinidamente al punto A (M se desplaza sucesivamente por $M_1, M_2, M_3, \ldots$

Si C representa una función *f* (no es el caso en el gráfico precedente), entonces la recta AM tendrá como coeficiente director (o pendiente):

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Donde $(a, f(a))$ son las coordenadas del punto A y $(x, f(x))$ las del punto M. Por lo tanto, la pendiente de la tangente T_A será:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Es, por definición, f '(a), la derivada de f en a.

La ecuación de la tangente es T_A:

$$y = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$$

La recta ortogonal a la tangente $\overline{AM}$ que pasa por el punto $(a, f(a))$ se denomina *recta normal* y su pendiente, en un sistema de coordenadas ortonormales, es dada por $\frac{-1}{f'(a)}$. Siendo su ecuación:

$$y = -\frac{x - a}{f'(a)} + f(a)$$

suponiendo claro está que $f'(a) \neq 0$. Si $f'(a) = 0$ entonces la recta normal es simplemente $x = a$. Esta recta no interviene en el

Bloque 3 distancia entre los dos puntos que determinan una recta secante tiende a 0, es decir se transforma la recta secante en una recta tangente. Con esa interpretación, pueden determinarse muchas propiedades geométricas de los gráficos de funciones, tales como concavidad o convexidad.

En ciertas ciudades el precio del transporte en autobús es de $6 sin importar la distancia que se desplace el pasajero si analizamos esta situación mediante la herramienta del cálculo diferencias tenemos que dicha situación es una función que relaciona el precio con la distancia recorrida representada por X, con lo que tenemos que:

F(x)=6.

X(km)	F(x) (pesos)
1	6
5	6
8	6
10	6
15	6
20	6

Realizamos la grafica correspondiente:

GRAFICA

Observamos que es una función constante; sin importar el numero de kilómetros recorridos en el autobús, el pago del pasaje es el mismo, $6.

Si definimos la tangente del ángulo de inclinación de una recta como:

Tan α= $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ donde Δx ≠ 0, ¿Qué signo significa Δx?

GRAFICA

Quedando para esta función:

Tanα=$\frac{Y_2-Y_1}{X_2-X_1}$=$\frac{3-3}{5-1_1}$=$\frac{0}{4}$= 0 lo que indica que el ángulo de inclinación es:

A=$\tan^{-1} 0$ =0^0, que corresponde a una línea horizontal.

También la expresión:

$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ Representa una razón de cambio, lo que quiere decir cuanto cambia la magnitud variable de pendiente y con respecto al cambio de la magnitud variable independiente X.

En este cazo observamos que la razón de cambio es 0, que quiere decir que el cambio de la magnitud variable, precio del pasaje x_1 (dependiente), x_2 no cambia el respecto al cambio de la magnitud variable, kilómetros recorridos (independiente).

Si este cálculo se quiere hacer puntual, hacemos que la diferencia de kilometraje sea cada ves mas pequeña, es decir, que tienda a cero: Δx 0.

Como se vio en el bloque anterior, esto quiere decir que se calculara la pendiente puntual de la función:

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Esta expresión es uno de los conceptos fundaménteles del calculo y se llama derivada de la función en X:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Donde $f(x+h)$=6

Entonces tenemos:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{6-6}{h} = 0$$

Con lo que podemos ver que la derivada de una función constante es igual a cero.

Es un contexto cotidiano podemos encontrar la función mencionada anterior mente; por ejemplo, la situación de viajar en un taxi en el que su tarifa esta en función del tiempo transcurrido nos servirá para analizar un comportamiento variable, ya no constante.

El servicio de un taxi (con taxímetro) cobra una cantidad de $20 al iniciar el viaje (común mente llamado banderazo de salida), y $10 por cada 5 kilómetros trascurridos.

Si tabulamos esta situación llamando d la distancia transcurrida y c al costo por pagar nos queda:

D(km)	C(d) (pesos)
0	20
5	30
10	40
15	50
20	60

Esta cituacion real queda representada por la función:

C(d)=10d+20

Realicemos la grafica correspondiente:

GRAFICA

En este caso:

Tanα=$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{80-40}{6-2} = \frac{40}{4} = \frac{10}{1} = 10$

Esta razón de cambio significa que por cada kilometro que recorre el pasajero en el taxi, estará pagando $10 mas.

Si ahora se hace el incremento de a variable independiente cada ves mas pequeño, es decir que tiende a cero, y calculamos ese limite, estaremos ablando de la tangente de la función.

Con la formula:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Aplicándola a este caso real, tenemos:

F(d+h)=10(d+h)+20=10d+10h

$$\frac{dC}{dd}=\lim_{h\to 0}\frac{f(d+h)-f(d)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{10d+10h-10d}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{10h}{h}=\lim_{h\to 0}10=10$$

En un laboratorio se están realizando pruebas sobre el comportamiento de una virus en una siclo de temperatura durante un día. Los datos registrados de las temperaturas respecto al tiempo son:

Horario H(hrs)	Temperatura t(°C)
0	6
5	101
10	146
12	150
15	141
20	86
24	6

Cuya función queda definida por:

H(t)=-t$(\mathrm{t}-12)^2$+150

H(t)=-($t^2-24t+144)+150=t^2$+24t+6

Con esta información podemos obtener el grafico siguiente:

GRAFICA

Ahora, si calculamos el limite de la definición de tangente cuando el incremento de la variable independiente tiende a cero, nos da la derivada de dicha función:

$$\frac{dH}{dt}=\lim_{h\to 0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}$$

Encuentra esta expresión siguiendo los pasos:

H(t+h)=-(t+$h)^2$+24(t+h)+6=

$$\frac{dH}{dt}=\lim_{h\to 0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}=\frac{dH}{dt}=\lim_{h\to 0}(\text{———})\lim_{h\to 0}(\text{———})=\lim_{h\to 0}\frac{h(-2t-h+24)}{h}$$

$$\frac{dh}{dt}==\lim_{h\to 0}(\qquad\qquad\qquad)=-2t+24$$

Ejemplos:

Recuerda que la definición de derivada es.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\quad\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Encuentra, por definición, $f'(x)$ para cada caso.

a) $f(x)=1+x-2x^2$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\quad\frac{f(x+h-f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\quad\frac{\left(1+x+h-2(x+h)^2\right)\text{-}(1+x-2x^2)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\quad\frac{1+x+h-2(x^2+2xh+h^2)-1-x+2x^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{h - 2x^2 - 4xh - 2h^2 + 2x^2}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0} \frac{h-2x^2-4xh-2h^2+2x^2}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0} \frac{h-4xh-2h^2}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0} \frac{h(1-4x-2h)}{h}$$

$$=1 - 4x - 2(0)$$

$$f'(x) = 1 - 4x$$

$$f(x) = x^3 + 3$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0} \frac{x^3+3x^2h+3xh^2+h^3+3-x^3-3}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0} \frac{h(3x^2+3xh+h^2)}{h}$$

$$=3x^2 + 3x(0) + 0^2$$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{(x+h)^2 - 1}{x+h} - \frac{x^2 - 1}{x}}{h}$$

$=\lim_{h\to 0} \quad \frac{(x^2+2xh+h^2-1)x-(x^2-1)(x+h)}{x(x+h)h}$

$$= \lim_{h\to 0} \quad \frac{x^3+2x^2h+xh^2-x-x^3-x^2h+x+h}{xh(x+h)}$$

$$= \lim_{h\to 0} \quad \frac{h(x^2+xh+1)}{xh(x+h)}$$

$= \frac{x^2+x(0)+1}{x(x+0)}$

$$f'(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$$

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \quad \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{x+h-1-\sqrt{x-1}}}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{x+h-1-\sqrt{x-1}}}{h} \cdot \frac{\sqrt{x+h-1+\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x+h-1+\sqrt{x-1}}}$$

$$= \lim_{h\to 0} \quad \frac{(x+h-1)-(x-1)}{h(\sqrt{x+h-1+\sqrt{x-1}}}$$

$$= \lim_{h\to 0} \quad \frac{x+h-1-x+1}{h(\sqrt{x+h-1+\sqrt{x-1}}}$$

$$= \lim_{h\to 0} \quad \frac{h}{h(\sqrt{x+h-1+\sqrt{x-1}}}$$

$=\frac{1}{\sqrt{x+0-1}+\sqrt{x-1}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x-1}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$$

Utilizando la definición de derivada $f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$, determina:

b) $f'(2)\ si\ f(x) = 3x - 2$

$f(2) = 4,$

$$f'(2) = \lim_{x \to 2} \frac{3x - 2 - 4}{x - 2}$$

$$f'(2) = \lim_{x \to 2} \frac{3x - 6}{x - 2}$$

$$f'(2) = \lim_{x \to 2} \frac{3(x - 2)}{x - 2}$$

$$f'(2) = \lim_{x \to 2} 3$$

$$f'(2) = 3$$

c) $f'(-1)\ \ sif(x) = 2x^2 - 4$

$f(-1) = -2$

$$f'(-1) = \lim_{x \to -1} \frac{2x^2 - 4 + 2}{x - 1}$$

$$f'(-1) = \lim_{x \to -1} \frac{2x^2 - 2}{x + 1}$$

$$f'(-1) = \lim_{x \to -1} \frac{2(x^2 - 1)}{x + 1}$$

$$f'(-1) = \lim_{x \to -1} \frac{2(x - 1)(x - 1)}{x + 1}$$

$$f'(-1) = \lim_{x \to -1} 2(x - 1)$$

$$f'(-1) = \lim_{x \to -1} 2x - 2 = -2 - 2$$

$$f'(-1) = -4$$

d)

$f'(3)\ si\ \ f(x) = 5x^2 - 4x$

$f(3) = 45 - 12 = 33$

$$f'(3) \lim_{x \to 3} \quad \frac{5x^2 + 4x - 33}{x - 3}$$

$$f'(3) \lim_{x \to 3} \quad \frac{(x - 3)(5x + 11)}{x - 3}$$

$$f'(3) = \lim_{x \to 3} 5x + 11 = 5(3) + 11$$

$f'(3) = 26$

e) $f'(4) si\ f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$

$f(4) = 128 - 80 - 16 + 3 = 35$

$$f'(4) = \lim_{x \to 4} \frac{2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 - 35}{x - 4}$$

$$f'(4) = \lim_{x \to 4} \frac{2x^3 - 5x^2 - 4x - 32}{x - 4}$$

$$f'(4) = \lim_{x \to 4} \frac{(x - 4)(2x^2 + 8)}{x - 4}$$

$$f'(4) = \lim_{x \to 4} 2x^2 + 3x + 8 = 2(26) + 3(4) + 8$$

$f'(4) = 52$

Ejercicio 2

Encuentra las derivadas de las siguientes funciones, desarrollando su definición:

A) $f(x) = 5x - 3$

$$\begin{array}{r} y + \Delta y = 5(x + \Delta x) - 3 \\ -y = -(5x - 3) \\ \hline \Delta y = 5x + 5\Delta x - 3 = 5x + 3 \end{array}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5\Delta x}{\Delta x} = \frac{\Delta}{\Delta x}\ 5 \qquad \lim_{x \to 0} 5$$

$$y = 5$$

b) $g(z) = z^2 + 2z - 1$

$(z + \Delta z)(z + \Delta z)$

$z^2 + z\Delta z$

$$\frac{z\Delta z + \Delta z^2}{z^2 + 2z\Delta z + \Delta z^2}$$

$z^2 + 2z - 1$

$(z + \Delta z)^2 + 2(z + \Delta z - 1) - (z^2 + 2z - 1)$

$$\frac{z^2 + 2z\Delta z^2}{\Delta z} + \frac{\Delta z^2}{\Delta z} + \frac{2\Delta z}{\Delta z} = \frac{(2z + \Delta z + 2)}{\Delta z}$$

$$\lim_{\Delta z \to 0} \begin{aligned} &= 2z + \Delta z + 2 \\ &= 2z + (0) + 2 \end{aligned}$$

c) $h(t) = t^3 + t - 2$

$t^3 + 3t^2\Delta t + 3t\Delta t^2 + \Delta t^3$

$$\frac{3t^2\Delta t + 3t\Delta t^2 + \Delta t^3 + \Delta \mathrm{t}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\Delta t(3t^2 + 3t\Delta t + \Delta t^2 + 1)}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta \to 0} \begin{aligned} &3t^2 + 3t\Delta t + \Delta t^2 - 1 \\ &= 3t^2 + 1 \end{aligned}$$

Conclusión:

El cálculo es una de las herramientas mas importantes para el desarrollo de la humanidad, ya que es muy esencial para la vida cotidiana.

Nos ayuda a resolver hasta lo mas fácil, como lo difícil, uno ejemplo seria cuando queremos saber la distancia q hay entre un objeto y otro y el tiempo en que se puede llegar a uno de ellos.

La derivada de una función en un cierto punto. Las derivadas son una útil herramienta para examinar las gráficas de funciones.

También el cálculo nos enseña a saber cuando una cantidad variable pasa de un valor inicial a otro valor, se dice que ha tenido un *incremento*. Para calcular este incremento basta con hallar la diferencia entre el valor final y el inicial.

https://www.youtube.com/watch?v=P3Z8ot8nynQ&feature=g-upl