

## Sucesiones

$\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Q}', \mathbb{R}, \mathbb{C}$

$$S = \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N}$$

Una sucesión de números es una función cuyo dominio es el conjunto de los números naturales.

Notación:

$a_n \rightarrow$  La imagen son los numeros de la sucesion

$\{xx\} \rightarrow$  La pre - imagen son los elementos de la sucesion

Encontrar los términos de:

$$\frac{n+1}{n}$$

$$n = 1 \rightarrow \frac{1+1}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$n = 2 \rightarrow \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$n = 3 \rightarrow \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$n = 4 \rightarrow \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$n = 5 \rightarrow \frac{5+1}{5} = \frac{6}{5}$$

Halla los términos de:

a)  $n - 1$

b)  $\frac{1}{n}$

c)  $(-1)^{n+1} \frac{1}{n}$

$$d) 1 - \frac{1}{n}$$

$$e) (-1)^{n+1} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

	1 <sup>er</sup> Termino	2 <sup>do</sup> Termino	3 <sup>er</sup> Termino	n - esimo Termino	
a	0	1	2	n - 1	Divergente
b	1	1/2	1/3	1/n	Convergente
c	1	-1/2	1/2	$(-1)^{n-1} 1/n$	Convergente
d	0	1/2	2/3	1-1/n	Convergente
e	0	-1/2	2/3	$(-1)^{n-1} (1 - 1/n)$	Convergente

$$a) n - 1$$

$$b) 1/n$$

$$c) (-1)^{n-1} 1/n$$

$$n = 1 \rightarrow 1 - 1 = 0$$

$$n = 1 \rightarrow \frac{1}{1} = 1$$

$$n = 1 \rightarrow (-1)^{1-1} \frac{1}{1} = 1 * 1 = 1$$

$$n = 2 \rightarrow 2 - 1 = 1$$

$$n = 1 \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$n = 2 \rightarrow (-1)^{2-1} \frac{1}{2} = -1 * \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$n = 3 \rightarrow 3 - 1 = 2$$

$$n = 1 \rightarrow \frac{1}{3}$$

$$n = 3 \rightarrow (-1)^{3-1} \frac{1}{2} = 1 * \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$d) 1 - \frac{1}{n}$$

$$e) (-1)^{n+1} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$n = 1 \rightarrow 1 - \frac{1}{1} = 1 - 1 = 0$$

$$n = 1 \rightarrow (-1)^{1+1} \left(1 - \frac{1}{1}\right) = 1 * 0 = 0$$

$$n = 2 \rightarrow 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$n = 2 \rightarrow (-1)^{2+1} \left(1 - \frac{1}{2}\right) = -1 * \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$n = 3 \rightarrow 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

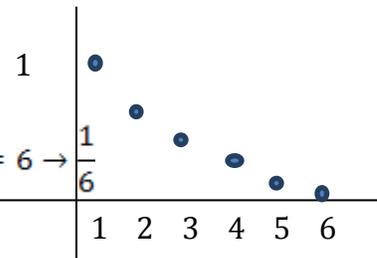
$$n = 3 \rightarrow (-1)^{3+1} \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 1 * \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

### Representación Grafica

Se localizan mediante los pares  $(n, a_n)$

$$a_n = \left\{ \frac{1}{n} \right\}$$

$$n = 1 \rightarrow 1, n = 2 \rightarrow \frac{1}{2}, n = 3 \rightarrow \frac{1}{3}, n = 4 \rightarrow \frac{1}{4}, n = 5 \rightarrow \frac{1}{5}, n = 6 \rightarrow \frac{1}{6}$$



**Definición:** la sucesión  $\{a_n\}$  converge hacia

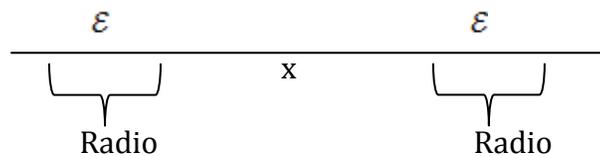
el número  $\mathcal{L}$ , si a cada número positivo  $\varepsilon$  le corresponde un índice  $N$  tal que:

$$|a_n - \mathcal{L}| < \varepsilon \text{ para todo } n \geq N$$

Es decir  $\{a_n\}$  converge a  $\mathcal{L}$  si para cada  $\varepsilon$  positivo, existe un índice  $N$  tal que todos los términos positivos al  $N$ -ésimo término están a una distancia de  $\mathcal{L}$  inferior a  $\varepsilon$

El hecho de que  $\{a_n\}$  converge hacia  $\mathcal{L}$  se indica exhibiendo

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \mathcal{L} \text{ o bien } a_n \rightarrow \mathcal{L} \text{ cuando } n \rightarrow \infty$$



**Estudiar la convergencia de  $\left\{ \frac{1}{n} \right\}$**

Para  $\varepsilon > 0$ , se escribe la desigualdad:

$$|a_n - \mathcal{L}| < \varepsilon + n \geq N$$

$$\text{Si } a_n = \frac{1}{n} \quad \mathcal{L} = 0$$

$$\left| \frac{1}{n} - 0 \right| < \varepsilon$$

$$\text{Entonces } \left| \frac{1}{n} \right| < \varepsilon$$

Extraer el valor absoluto de  $\frac{1}{n} < \varepsilon$

$$\text{De } \frac{1}{n} < \frac{\varepsilon}{1}$$

$$1 < n\varepsilon$$

$$\frac{1}{\varepsilon} < n$$

∴ Convergente

### Sucesiones monótonas

Definición: una sucesión  $\{a_n\}$  es monótona si sus términos son no decrecientes.

$$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n \leq \dots$$

$$a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots \geq a_n \geq \dots$$

También  $a_n \leq a_{n+1}$

Probar si  $a_n = 3 + (-1)^n$  es monótona.

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 2$$

$$a_4 = 4$$

$a_n$  no es monótona

$$b_n = \frac{2n}{1+n}$$

Probar  $a_n \leq a_{n+1}$

$$b_n = \frac{2n}{1+n} \text{ y } b_{n+1} = \frac{2(n+1)}{1+n+1}$$

$$= \frac{2n+2}{n+2}$$

$$b_n \leq b_{n+1}$$

$$\frac{2n}{1+n} \leq \frac{2n+2}{n+2}$$

$$2n(n+2) \leq (2n+2)(1+n)$$

$$2n^2 + 4n \leq 2n + 2 + 2n^2 + 2n$$

$$2n^2 + 4n \leq 2n + 2 + 2n^2 + 2n$$

$$4n \leq 4n + 2$$

$$0 \leq 2$$

∴ Es monótona

Probar si  $c_n = \frac{n^2}{2^n - 1}$  es monótona

$$c_n = \frac{n^2}{2^n - 1}$$

$$c_{n+1} = \frac{(n+1)^2}{2^{n+1} - 1} = \frac{n^2 + 2n + 1}{2^{n+1} - 1}$$

$$c_n \leq c_{n+1}$$

$$\frac{n^2}{2^n - 1} \leq \frac{n^2 + 2n + 1}{2^{n+1} - 1}$$

$$n^2(2^{n+1} - 1) \leq (2^n - 1)(n^2 + 2n + 1)$$

$$n^2(2^n * 2 - 1) \leq (2^n - 1)(n^2 + 2n + 1)$$

$$2^n n^2 * 2n^2 - n^2 \leq 2^n n^2 + 2^n 2n + 2^n - n^2 - 2n - 1$$

$$2^n n^2 * 2n^2 \leq 2^n n^2 + 2^n 2n + 2^n - 2n - 1$$

$$n = 1 \quad 4 \leq 5 \quad \text{falso}$$

$$n = 2 \quad 128 \leq 31$$

∴ No es monótona

### Sucesiones acotadas

Definición: una sucesión  $\{a_n\}$  acotada si existe un número real positivo  $\mathcal{M}$  talque  $|a_n| \leq \mathcal{M} \forall n$ .

Se llama a  $M$  cota superior  $a_n$

Ejemplo: halla la cota de  $\{3 + (-1)^n\}$

2 y 4

La cota superior es 4

$$\left\{ \frac{2n}{n+1} \right\}$$

La cota superior es 2 y la cota inferior es 0.

Ejercicios:

I. Escriba los cinco primeros términos de:

$$a_n = 2^n$$

$$b_n = \frac{n}{n+1}$$

$$c_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

$$a_1 = 2^1 = 2$$

$$b_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$c_1 = \left(-\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{1}{2}$$

$$a_2 = 2^2 = 4$$

$$b_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$$

$$c_2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$a_3 = 2^3 = 8$$

$$b_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$$

$$c_3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$$

$$a_4 = 2^4 = 16$$

$$b_4 = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$$

$$c_4 = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$a_5 = 2^5 = 32$$

$$b_5 = \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6}$$

$$c_5 = \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{32}$$

$$d_n = \text{Sen } \frac{n\pi}{2}$$

$$e_n = \frac{(-1)^{n(n+1)/2}}{n^2}$$

$$f_n = \frac{3n!}{(n-1)!}$$

$$\begin{aligned}
 d_1 &= \text{Sen} \frac{1\pi}{2} = 1 & e_1 &= \frac{(-1)^{1(1+1)/2}}{1^2} = -\frac{1}{1} = 1 & f_1 &= \frac{3(1)!}{(1-1)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{6}{1} = 6 \\
 d_2 &= \text{Sen} \frac{2\pi}{2} = 0 & e_2 &= \frac{(-1)^{2(2+1)/2}}{2^2} = -\frac{1}{4} & f_2 &= \frac{3(2)!}{(2-1)!} = \frac{6!}{1!} = 720 \\
 d_3 &= \text{Sen} \frac{3\pi}{2} = -1 & e_3 &= \frac{(-1)^{3(3+1)/2}}{3^2} = \frac{1}{9} & f_3 &= \frac{3(3)!}{(3-1)!} = \frac{9!}{2!} = 181440 \\
 d_4 &= \text{Sen} \frac{4\pi}{2} = 0 & e_4 &= \frac{(-1)^{4(4+1)/2}}{4^2} = \frac{1}{16} & f_4 &= \frac{3(4)!}{(4-1)!} = \frac{12!}{3!} = 79833600 \\
 d_5 &= \text{Sen} \frac{5\pi}{2} = 1 & e_5 &= \frac{(-1)^{5(5+1)/2}}{5^2} = -\frac{1}{25} & f_5 &= \frac{3(5)!}{(5-1)!} = \frac{15!}{4!} = 5,44 \times 10^{10}
 \end{aligned}$$

## II. Escriba la expresión de n-esimo termino

a) 1, 4, 7, 10 ...      Resp.  $a_n = 3n - 1$

b) 3, 7, 11, 15 ...      Resp.  $a_n = 4n - 1$

c)  $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16} \dots$       Resp.  $a_n = \frac{1}{n^2}$

d)  $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6} \dots$       Resp.  $a_n = \frac{1+n}{2+n}$

e)  $2, \frac{1+1}{2}, \frac{1+1}{3}, \frac{1+1}{4} \dots$       Resp.  $a_n = \frac{1+1}{n}$

$a_n = a_1 + (n-1)d$ $a_n = a_1 r^{n-1}$	
$a_n = 1 + (n-1)3$ $a_n = 1 + 3n - 3$ $a_n = 3n - 2$	$a_n = 3 + (n-1)4$ $a_n = 3 + 4n - 4$ $a_n = 4n - 1$

## III. Determina si la sucesión es monótona o no

$$a_n = 4 - \frac{1}{n}$$

$$a_n \leq a_{n+1}$$

$$\frac{4}{1} - \frac{1}{n} \leq \frac{4}{1} - \frac{1}{n+1}$$

$$\frac{4n-1}{n} \leq \frac{4n+4-1}{n+1}$$

$$\frac{4n-1}{n} \leq \frac{4n+3}{n+1}$$

$$4n-1(n+1) \leq n(4n+3)$$

$$4n^2 + 4n - n - 1 \leq 4n^2 + 3n$$

$$3n - 1 \leq 3n$$

$$-1 \leq 0$$

∴ Es monótona

$$a_n = \frac{4n}{n+1}$$

$$a_n \leq a_{n+1}$$

$$\frac{4n}{n+1} \leq \frac{4(n+1)}{n+1+1}$$

$$\frac{4n}{n+1} \leq \frac{4n+4}{n+2}$$

$$4n(n+2) \leq (n+1)(4n+4)$$

$$4n^2 + 8n \leq 4n^2 + 4n + 4n + 4$$

$$8n \leq 8n + 4$$

$$0 \leq 4$$

∴ Es monótona

$$a_n = \frac{\cos n}{n}$$

$$a_n \leq a_{n+1}$$

$$\frac{\cos n}{n} \leq \frac{\cos(n+1)}{n+1}$$

$$\frac{\cos n}{n} \leq \frac{\cos n + \cos 1}{n+1}$$

$$\cos n(n+1) \leq n(\cos n + \cos 1)$$

$$\cos^2 n + \cos n \leq \cos^2 n + \cos n$$

$$\cos n \leq \cos n$$

∴ Es monótona

$$a_n = n e^{-\frac{n}{2}}$$

$$a_n \leq a_{n+1}$$

$$n e^{-\frac{n}{2}} \leq (n+1) e^{-\frac{(n+1)}{2}}$$

$$\frac{n}{e^{\frac{n}{2}}} \leq \frac{n+1}{e^{-\frac{(n+1)}{2}}}$$

$$n \left( e^{-\frac{(n+1)}{2}} \right) \leq e^{\frac{n}{2}} (n+1)$$

$$n e^{\frac{n}{2}} n e^{\frac{1}{2}} \leq e^{\frac{n}{2}} (n+1)$$

$$n e^{\frac{1}{2}} \leq \frac{e^{\frac{n}{2}} (n+1)}{e^{\frac{n}{2}}}$$

$$n e^{\frac{1}{2}} \leq n+1$$

$$n = 1$$

$$1 \left( e^{\frac{1}{2}} \right) \leq 1 + 1$$

$$\left( e^{\frac{1}{2}} \right) \leq 2$$

$$\sqrt{e} \leq 2$$

$$\sqrt{2.71} \leq 2$$

$$1.6 \leq 2$$

∴ No es monótona

$$a_n = (-1)^n \left( \frac{1}{n} \right)$$

$$a_n \leq a_{n+1}$$

$$\frac{(-1)^n}{n} \leq \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$$

$$(-1)^n (n+1) \leq n (-1)^{n+1}$$

$$(-n-1)^n \leq (-n)^{n+1}$$

$$n = 1$$

$$(-1-1)^1 \leq (-1)^{1+1}$$

$$(-2)^1 \leq (-1)^2$$

$$-2 \leq 1$$

∴ Es monótona

$$a_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$$

$$a_n \leq a_{n+1}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^n \leq \left(-\frac{2}{3}\right)^{n+1}$$

$$n = 1$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^1 \leq \left(-\frac{2}{3}\right)^{1+1}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^1 \leq \left(-\frac{2}{3}\right)^2$$

$$-\frac{2}{3} \leq \frac{4}{9}$$

∴ Es monótona

### Límites de sucesiones

**Definición:** Dado  $\varepsilon > 0 \exists \mathcal{L} > 0$  Talque

$$|a_n - \mathcal{L}| < \varepsilon \forall n \geq \mathcal{N}$$

**Definición:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \mathcal{L}$

**Teoremas:**

**TH1:** Si  $k$  es una constante y  $a \in \mathbb{R}$ , entonces  $\lim_{x \rightarrow a} k = k$

**TH2:** Para cualquier numero dado "a"  $\lim x = a$

TH3: Si "m" y "b" son 2 constantes cualesquiera entonces  $\lim_{x \rightarrow a} (mx + b) = ma + b$

TH4: Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  y  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$

Entonces:

- i)  $\lim_{x \rightarrow a} [ f(x) \pm g(x) ] = L \pm M$
- ii)  $\lim_{x \rightarrow a} [ f(x) g(x) ] = LM$
- iii)  $\lim_{x \rightarrow a} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{L}{M} \quad \forall g(x) \neq 0 \text{ y } M \neq 0$
- iv)  $\lim k f(x) = kL \quad \forall k \in \mathbb{R}$

TH5: Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  y  $n \in \mathbb{Z}^+$  Entonces  $\lim [ f(x) ]^n = [ \lim_{x \rightarrow a} f(x) ]^n = L^n$

Calcular los límites de:

$$\lim_{x \rightarrow 3} 77 = 77$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (3x - 7) = 3(5) - 7 = 15 - 7 = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x - 1) = (2)^2 + 2(2) - 1 = 4 + 4 - 1 = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x - 5}{5x - 1} = \frac{4(3) - 5}{5(3) - 1} = \frac{12 - 5}{15 - 1} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{8x + 1}{x + 3}} = \sqrt{\frac{8(1) + 1}{1 + 3}} = \sqrt{\frac{8 + 1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{a \rightarrow \frac{3}{2}} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3} = \frac{4\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 9}{2\left(\frac{3}{2}\right) + 3} = \frac{4\left(\frac{9}{4}\right) - 9}{2\left(\frac{3}{2}\right) + 3} = \frac{9 - 9}{3 + 3} = \frac{0}{6} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 8x - 16}{2x^2 - 9x + 4} = \frac{3(4)^2 - 8(4) - 16}{2(4)^2 - 9(4) + 4} = \frac{3(16) - 32 - 16}{2(16) - 36 + 4} = \frac{48 - 32 - 16}{32 - 36 + 4} = \frac{0}{0} \text{ Ind}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 8x - 16}{2x^2 - 9x + 4} = \frac{\frac{(3x - 12)(3x + 4)}{3}}{\frac{(2x - 8)(2x - 1)}{2}} = \frac{(x - 4)(3x + 4)}{(x - 4)(2x - 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)(3x + 4)}{(x - 4)(2x - 1)} = \frac{(3x + 4)}{(2x - 1)} = \frac{3(4) + 4}{2(4) - 1} = \frac{12 + 4}{8 - 1} = \frac{16}{7}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{0} = \frac{0}{0} \text{ indeterminacion}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x} * \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{2}} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{(\sqrt{x+2})^2 - (\sqrt{2})^2}{x(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{x+2-2}{x(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{x}{x(\sqrt{x+2} + \sqrt{2})} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{0+2} + \sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{2}} * \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2*2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

## Convergencia de Sucesiones

Definición: Si para  $\varepsilon > 0$ , existe  $M > 0$  talque  $| a_n - \mathcal{L} | < \varepsilon$  Siempre que  $n > M$

Entonces: El límite de la sucesión  $\{ a_n \}$  es  $\mathcal{L}$  y se escribe  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \mathcal{L}$

La sucesión que tiene límite finito se llama convergentes y los demás divergentes.

**Teorema:** Sea  $f$  una función de variable real tal que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x) = \mathcal{L}$$

Si  $\{a_n\}$  es una sucesión tal que  $f(n) = a_n \forall n \in \mathbb{Z}^+$  entonces

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = \mathcal{L}$$

Determina si la sucesión dada es convergente o no

$$a_n = \{7 + n\}$$

$$f(n) = a_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (7 + n) = \lim_{x \rightarrow \infty} 7 + \lim_{x \rightarrow \infty} \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (7 + n) = 7 + \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (7 + n) = \infty$$

$a_n$  es Divergente

$$a_n = \left\{7 - \frac{1}{n}\right\}$$

$$f(n) = 7 - \frac{1}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(7 - \frac{1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} 7 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(7 - \frac{1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} 7 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\infty}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(7 - \frac{1}{n}\right) = 7 - 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(7 - \frac{1}{n}\right) = 7 \quad a_n \text{ es Convergente}$$

$$a_n = \{8n^{-2} - 7n^{-3} - 500\}$$

$$f(n) = 8n^{-2} - 7n^{-3} - 500$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (8 n^{-2} - 7 n^{-3} - 500) = \lim_{n \rightarrow \infty} 8 n^{-2} - \lim_{n \rightarrow \infty} 7 n^{-3} - \lim_{n \rightarrow \infty} 500$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (8 n^{-2} - 7 n^{-3} - 500) = \lim_{n \rightarrow \infty} 8 \frac{1}{n^2} - \lim_{n \rightarrow \infty} 7 \frac{1}{n^3} - \lim_{n \rightarrow \infty} 500$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (8 n^{-2} - 7 n^{-3} - 500) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8}{(\infty)^2} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7}{(\infty)^3} - \lim_{n \rightarrow \infty} 500$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (8 n^{-2} - 7 n^{-3} - 500) = 0 + 0 + 500$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (8 n^{-2} - 7 n^{-3} - 500) = 500$$

$a_n$  es Convergente

$$a_n = \{ -5 n^3(n^2 - 100) \}$$

$$f(n) = -5 n^3(n^2 - 100)$$

$$f(n) = -5 n^5 + 500 n^3$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-5 n^5 + 500 n^3) = \lim_{n \rightarrow \infty} -5 n^5 + \lim_{n \rightarrow \infty} 500 n^3$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-5 n^5 + 500 n^3) = \lim_{n \rightarrow \infty} -5 (\infty)^5 + \lim_{n \rightarrow \infty} 500 (\infty)^3$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-5 n^5 + 500 n^3) = -\infty + \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-5 n^3(n^2 - 100)) = -5 (\infty)^3((\infty)^2 - 100)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-5 n^3(n^2 - 100)) = -5(\infty) ((\infty) - 100)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-5 n^3(n^2 - 100)) = -\infty (\infty)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-5 n^3(n^2 - 100)) = -\infty$$

$a_n$  es Divergente

## Criterios de convergencia para series

- Condición necesaria de convergencia: Sea  $\sum a_n$  una serie de números reales convergentes, entonces  $\{ a_n \} \rightarrow 0$
- Criterio de Cauchy: Sea  $\sum a_n$  una serie de números reales equivalentes
  - i.  $\sum a_n$  es convergente
  - ii.  $\forall \varepsilon > 0 \exists m \in \mathbb{R} : \text{Si } n \geq m \text{ y } h \in \mathbb{N} \text{ es arbitrario entonces .}$   
 $| a_n + 1 + a_{n+2} + \dots + a_{n+h} | < \varepsilon$

$$\sum_{i=1}^n \left( 7 - \frac{1}{n} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 7 - \frac{1}{n} \right) = 7$$

$$\left\{ 7 - \frac{1}{n} \right\} \rightarrow 0$$

Aritmetica	Geometrica
$S = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$	$S = \frac{1}{1 - r}$
$S = 2a + [(n - 1)d]$	

$$\sum_{i=1}^3 \left( 7 - \frac{1}{n} \right)$$

$$\sum_{i=1}^3 \left( 7 - \frac{1}{n} \right) = \left( 7 - \frac{1}{1} \right) + \left( 7 - \frac{1}{2} \right) + \left( 7 - \frac{1}{3} \right)$$

$$\sum_{i=1}^3 \left( 7 - \frac{1}{n} \right) = (7 - 1) + \left( \frac{13}{2} \right) + \left( \frac{20}{3} \right) = \frac{36 + 39 + 40}{6}$$

$$\sum_{i=1}^3 \left(7 - \frac{1}{n}\right) = \frac{125}{6} \approx 19.16$$